

Министерство Образования Российской Федерации
Иркутский Государственный Университет

Объединенный Институт Ядерных Исследований
Лаборатория Ядерных Проблем

Физический факультет
Кафедра теоретической физики
Заведующий кафедрой
Профессор Валл А. Н.

Дипломная работа
Выделение событий квазиупругого рассеяния в эксперименте NOMAD (CERN)

Руководители:

_____ к. ф.-м. н. Наумов Д. В. (ОИЯИ),

_____ проф. Валл А. Н. (ИГУ)

Студент группы 1521

_____ Любушкин В. В.

Работа защищена

с оценкой _____

“ _____ ” _____ 2002

Рецензент:

Нормоконтролер

_____ доц. Персигов В. М.

Дубна-Иркутск 2002 г.

Реферат

Данная работа посвящена изучению возможности выделения событий квазиупругого рассеяния $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ из данных, полученных в эксперименте NOMAD (Neutrino Oscillation MAgnetic Detector, WA-96) в CERN и предназначенного для поиска $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ осцилляций.

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
1 Теоретическое вступление	6
1.1. Определение токов в стандартной модели	6
1.2. Матричные элементы процессов упругого и квазиупругого рассеяния	7
1.3. Изотопическая инвариантность сильного взаимодействия	10
1.4. Общий вид матричных элементов	11
1.5. Квазиупругое рассеяние нейтрино на нуклонах	17
1.6. Кинематика квазиупругого рассеяния нейтрино	22
1.7. Параметризация форм-факторов	24
1.8. Полное сечение квазиупругих процессов	25
2 Эксперимент NOMAD	28
2.1. Основная идея эксперимента	28
2.2. Детектор и пучок нейтрино	29
2.2.A Пучок нейтрино	29
2.3. Установка NOMAD	31
2.3.A Система вето	31
2.3.B Передний калориметр	31
2.3.C Дрейфовые камеры	32
2.3.D Триггерные плоскости	32
2.3.E Детектор переходного излучения	34
2.3.F Детектор ливней	35
2.3.G Электромагнитный калориметр	35
2.3.H Адронный калориметр	36
2.3.I Мюонные камеры	38
2.4. Триггеры и набор данных	40
3 Выделение глубоко неупругих и квазиупругих событий	42
3.1. Первичные критерии отбора событий	42
3.2. Выделение $\nu_\mu CC$ событий	44
3.3. Выделение $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ событий	48
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	67
Приложение А	68
Литература	69

ВВЕДЕНИЕ

Впервые мысль о существовании нейтрино была высказана в 1930 году В. Паули [1]. Это решило проблему непрерывного электронного спектра в ядерном β -распаде. Экспериментально нейтрино (точнее $\bar{\nu}_e$) было впервые зарегистрировано спустя 25 лет в реакторном эксперименте Рейнса и Коуэна [2]. Второе поколение нейтрино (ν_μ) было обнаружено в 1962 году Ледерманом и Шварцем в Брукхэйвене [3]. Косвенные указания на существование третьего типа нейтрино следует из распределения импульсов вторичных частиц в τ распадах, времени жизни τ -лептона [4]. До недавнего времени прямые наблюдения взаимодействия нейтрино этого типа не наблюдались. Однако, в начале 2000 года коллаборация DONUT представила предварительные результаты по наблюдению в фотографической эмульсии первых шести кандидатов в прямые взаимодействия ν_τ [5].

Несмотря на трудность экспериментального изучения нейтрино, эти частицы интенсивно используются для изучения слабых взаимодействий и структуры адронов. Сегодня нейтрино считаются бесструктурными поляризованными частицами, участвующими только в слабых взаимодействиях. Замечен очевидный прогресс в нейтринной физике, достигнутый в течение последних десятилетий: открытие отрицательной спиральности нейтрино [6], линейный рост полного сечения взаимодействия нейтрино с веществом и его интерпретация посредством кварковой структуры нуклона [7], открытие нейтральных токов в пузырьковой камере Gargamelle в CERN [8].

Тем не менее, до сих пор отсутствуют четкие представления относительно важных свойств нейтрино: существует ли масса у нейтрино, имеет ли место смешивание нейтрино различных поколений.

Возможность существования массы у нейтрино исследовалась в большом числе экспериментов, использующих кинематические методы для прямого измерения массы нейтрино. К сожалению, были получены лишь верхние пределы на массы нейтрино, а доказательств существования массивных нейтрино не было найдено.

Эксперименты по поиску осцилляций были выполнены с использованием ускорителей, атомных реакторов, космических лучей, Солнца. В одних экспериментах ищется появление нейтрино данного аромата на некотором расстоянии от источника нейтрино другого аромата. В других - детектируются нейтрино того же аромата, что и испускаемые источником с целью поиска возможного исчезновения первоначальных нейтрино.

В экспериментах с солнечными нейтрино используется радиохимический метод (Homestake [9], GALLEX [10], SAGE [11]). Основу экспериментов KAMIOKANDE [12] и SUPERKAMIOKANDE [13] составляют водяные черенковские детекторы. Наиболее важным следствием всех 5 экспериментов является то, что все они наблюдали дефицит потока солнечных нейтрино по сравнению с ожидаемым. Этот факт носит название “загадки солнечных нейтрино”.

В атмосферных нейтринных экспериментах измеряются потоки электронных и мюонных нейтрино, рожденных в распадах заряженных пионов и каонов, которые являются вторичными

частицами от взаимодействий космических лучей в атмосфере. Ожидаемое отношение потоков $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)/(\nu_e + \bar{\nu}_e) \approx 2$. Однако экспериментально наблюдаемое отношение меньше 2. Этот факт известен как “аномалия атмосферных нейтрино”. Нейтрино проникают в детектор сверху (расстояние между точкой рождения нейтрино в атмосфере и детектором ~ 20 км) или снизу (~ 13000 км) из-под Земли. Большое число зарегистрированных событий в эксперименте KAMIOKANDE позволяет изучать зависимость отношения от азимутального угла, определяющего длину пролета нейтрино. Измеренная угловая зависимость отношения является указанием в пользу осцилляций атмосферных нейтрино.

Нейтрино является прекрасным инструментом для изучения структуры нуклонов. Как будет показано ниже, изучение квазиупругих реакций рассеяния (анти)нейтрино на нуклонах, которому посвящена настоящая работа, позволяет, по крайней мере в принципе, определить адронные форм-факторы заряженных токов при больших энергиях и относительно больших переданных импульсах. Весьма часто квазиупругие процессы используют для нормировки сечений рассеяния нейтрино за счет нейтральных токов. Сравнительно слабая зависимость сечения процесса $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ позволяет использовать эту реакцию для контроля спектра входящего нейтринного пучка.

Поведение странных форм-факторов нуклона, а также поляризацию морских кварков в нуклоне можно определить из упругого рассеяния нейтрино за счет нейтральных токов. В 1987 году в Брукхэйвенской национальной лаборатории в эксперименте 734 [14] было измерено сечение упругого рассеяния мюнных (анти)нейтрино на протоне в интервале $0.5 \leq Q^2 \leq 1$ GeV. Существует несколько различных попыток фитирования полученных экспериментальных данных (см. работы [14], [15]), однако статистические ошибки измеряемых величин весьма велики.

Основной целью эксперимента NOMAD являлся поиск $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$, $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ в пучке ν_μ от ускорителя SPS в CERN. Однако огромная статистика (около 2.5 миллионов событий $\nu_\mu CC$), накопленная в течение 4 лет, дает уникальную возможность для изучения странных (см. например [16]) и очарованных частиц. Данная работа посвящена выделению процессов квазиупругого рассеяния мюнных нейтрино в эксперименте NOMAD. По предварительным оценкам, число $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ событий, зарегистрированных в эффективном объеме детектора составляет около 24000. Качество реконструкции событий в NOMADe сравнимо с качеством реконструкции в пузырьковых камерах. Все это позволяет развить надежную процедуру идентификации исследуемых процессов квазиупругого рассеяния $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$.

Глава 1

Теоретическое вступление

1.1. Определение токов в стандартной модели

Последовательно определим электромагнитный j_α^{em} , заряженный j_α^{CC} и нейтральный j_α^{NC} токи в стандартной модели [17]:

$$j_\alpha^{em} = \sum_{\ell=e,\mu,\tau} (-1)\bar{\ell}\gamma_\alpha\ell + \sum_{q=u,d,\dots} e_q \bar{q}\gamma_\alpha q \quad (1.1)$$

$$j_\alpha^{CC} = \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_\ell\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\ell + \bar{u}\gamma_\alpha(1-\gamma_5)d^{mix} + \bar{c}\gamma_\alpha(1-\gamma_5)s^{mix} + \bar{t}\gamma_\alpha(1-\gamma_5)b^{mix} \quad (1.2)$$

$$j_\alpha^{NC} = \sum_{q=u,c,t} \bar{q}\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\frac{1}{2}q + \sum_{q=d,s,b} \bar{q}\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\left(-\frac{1}{2}\right)q + \\ + \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_\ell\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\frac{1}{2}\nu_\ell + \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\ell}\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\left(-\frac{1}{2}\right)\ell - 2\sin^2\theta_W j_\alpha^{em} \quad (1.3)$$

где операторы d^{mix} , s^{mix} и b^{mix} связаны с d , s , b с помощью унитарной матрицы смешивания Кабиббо-Кобаяши-Маскава V

$$d^{mix} = \sum_{q=d,s,b} V_{uq} q \quad s^{mix} = \sum_{q=d,s,b} V_{cq} q \quad b^{mix} = \sum_{q=d,s,b} V_{tq} q \quad (1.4)$$

Величины $q = u, d, c, s, t, b$; $\ell = e, \mu, \tau$ и $\nu_\ell = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ являются операторами кварковых, лептонных и нейтринных полей в представлении взаимодействия.

Рассматриваемые в дальнейшем процессы характеризуются небольшим переданным импульсом Q^2 . Поэтому будет разумно выделить вклад легких u , d и s кварков. Мы будем пренебрегать разницей в массах u и d кварков ($m_d - m_u \simeq 3\text{МэВ}$) и считать, что они образуют изотопический дублет N .

Определим векторный v_α^i и аксиальный a_α^i токи, являющиеся i -компонентами изовекторов:

$$v_\alpha^i = \bar{N}\gamma_\alpha\frac{1}{2}\tau^i N, \quad a_\alpha^i = \bar{N}\gamma_\alpha\gamma_5\frac{1}{2}\tau^i N; \quad N = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad \bar{N} = (\bar{u} \ \bar{d}); \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.5)$$

где τ_i - матрицы Паули:

$$\tau^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

Выражения для компонент векторного и аксиального токов (1.5) могут быть записаны в эквивалентной форме:

$$\begin{aligned} v_\alpha^{1+i2} &\equiv v_\alpha^1 + iv_\alpha^2 = \bar{u}\gamma_\alpha d, & v_\alpha^{1-i2} &\equiv v_\alpha^1 - iv_\alpha^2 = \bar{d}\gamma_\alpha u, & v_\alpha^3 &= \frac{1}{2}(\bar{u}\gamma_\alpha u - \bar{d}\gamma_\alpha d); \\ a_\alpha^{1+i2} &\equiv a_\alpha^1 + ia_\alpha^2 = \bar{u}\gamma_\alpha\gamma_5 d, & a_\alpha^{1-i2} &\equiv a_\alpha^1 - ia_\alpha^2 = \bar{d}\gamma_\alpha\gamma_5 u, & a_\alpha^3 &= \frac{1}{2}(\bar{u}\gamma_\alpha\gamma_5 u - \bar{d}\gamma_\alpha\gamma_5 d) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Также определим изоскалярные токи v_α^0 , v_α^s и a_α^s :

$$v_\alpha^0 = \frac{1}{6}\bar{N}\gamma_\alpha N - \frac{1}{3}\bar{s}\gamma_\alpha s \equiv \frac{1}{6}\bar{u}\gamma_\alpha u + \frac{1}{6}\bar{d}\gamma_\alpha d - \frac{1}{3}\bar{s}\gamma_\alpha s \quad (1.8)$$

$$v_\alpha^s = \bar{s}\gamma_\alpha s, \quad a_\alpha^s = \bar{s}\gamma_\alpha\gamma_5 s \quad (1.9)$$

Согласно существующим данным, $|V_{ud}|^2 = 0.9735 \pm 0.0008$ [18]. Поэтому можно считать $|V_{ud}| \simeq 1$, пренебрегая таким образом эффектом смешивания.

Теперь выпишем вклад кварковых полей u, d, s в электромагнитный $j_\alpha^{em,q}$, заряженный $j_\alpha^{CC,q}$ и нейтральный $j_\alpha^{NC,q}$ токи:

$$j_\alpha^{em,q} = \sum_{q=u,d,s} e_q \bar{q}\gamma_\alpha q = \frac{2}{3}\bar{u}\gamma_\alpha u - \frac{1}{3}\bar{d}\gamma_\alpha d - \frac{1}{3}\bar{s}\gamma_\alpha s = v_\alpha^3 + v_\alpha^0 \quad (1.10)$$

$$j_\alpha^{CC,q} = \bar{u}\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)d V_{ud} \simeq \bar{u}\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)d = v_\alpha^{1+i2} - a_\alpha^{1+i2} \quad (1.11)$$

$$j_\alpha^{NC,q} = \frac{1}{2}[\bar{u}\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)u - \bar{d}\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)d - \bar{s}\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)s] - 2\sin^2\theta_W j_\alpha^{em,q} = v_\alpha^{NC} - a_\alpha^{NC}, \quad (1.12)$$

$$\text{где} \quad v_\alpha^{NC} = v_\alpha^3 - \frac{1}{2}v_\alpha^s - 2\sin^2\theta_W j_\alpha^{em,q}, \quad a_\alpha^{NC} = a_\alpha^3 - \frac{1}{2}a_\alpha^s$$

1.2. Матричные элементы процессов упругого и квазиупругого рассеяния

Мы будем рассматривать процессы упругого (1.13) и квазиупругого (1.14) рассеяния (анти)нейтрино на нуклоне:

$$\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + p \rightarrow \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + p, \quad \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + n \rightarrow \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + n \quad (1.13)$$

$$\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p, \quad \bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n \quad (1.14)$$

В дальнейшем, если обратное явно не оговорено, мы будем пользоваться следующими обозначениями: k и p - импульсы налетающего (анти)нейтрино и нуклона, k' и p' - импульсы лептона и нуклона в конечном состоянии.

Начнем с процесса $\nu_\mu + p \rightarrow \nu_\mu + p$. Плотность полного гамильтониана взаимодействия \mathcal{H}_{int} запишем в следующем виде [19]:

$$\mathcal{H}_{int}(x) = \frac{g}{2\cos\theta_W} \left(j_\alpha^{NC,q} + \bar{\nu}_\mu\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)\frac{1}{2}\nu_\mu \right) Z^\alpha + \mathcal{H}_{adr} \quad (1.15)$$

где g - константа слабого взаимодействия, θ_W - угол Вайнберга, \mathcal{H}_{adr} - гамильтониан сильного взаимодействия, Z^α - поле нейтрального векторного бозона Z^0 .

Начальный и конечный вектора состояния системы в представлении взаимодействия могут быть записаны в следующем виде:

$$|i\rangle \equiv \Phi(t \rightarrow -\infty) = \Phi_{p,k} = \hat{a}^+(\vec{k})\Phi_p; \quad |f\rangle \equiv \Phi(t \rightarrow \infty) = \Phi_{p',k'} = \hat{a}^+(\vec{k}')\Phi_{p'} \quad (1.16)$$

где Φ_p и $\Phi_{p'}$ - векторы состояния начального и конечного нуклонов; $\hat{a}^+(\vec{k})$ - оператор рождения нейтрино с импульсом \vec{k} и проекцией спина на ось z , равной $-1/2$.

Эволюция системы во времени описывается уравнением Шредингера:

$$i\frac{\partial\Phi(t)}{\partial t} = H_{int}(t)\Phi(t), \quad \text{где} \quad H_{int}(t) = \int \mathcal{H}_{int}(x)d\vec{x} \quad (1.17)$$

Формальное решение уравнения (1.17) имеет вид:

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= U(t, t_0)\Phi(t_0), \quad \text{где} \\ U(t, t_0) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \cdots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n T_D (H_{int}(t_1) \cdots H_{int}(t_n)) \equiv \\ &\equiv T_D \left[\exp \left[-i \int_{t_0}^t dx_0 \int d\vec{x} \mathcal{H}_{int}(x) \right] \right] \end{aligned} \quad (1.18)$$

где T_D - хронологический оператор Дайсона [19].

Из (1.18) следует, что:

$$\Phi_{p', k'} = S \Phi_{p, k}, \quad \text{где} \quad S \equiv U(\infty, -\infty) = T_D \left[\exp \left[-i \int dx \mathcal{H}_{int}(x) \right] \right] \quad (1.19)$$

Слабое и электромагнитное взаимодействия могут быть рассмотрены по теории возмущений, в то время как сильные взаимодействия будут учитываться феноменологически путем введения форм-факторов. Поскольку в начальном и конечном состояниях нет Z^0 бозонов, то ясно, что вклад в матричный элемент процесса дают только такие члены S -матрицы, в которых оператор $Z^\alpha(x)$ спарен с оператором $Z^\beta(y)$. Это означает, что в низшем порядке теории возмущений $S \sim g^2$:

$$S_{g^2} = \frac{-g^2}{4 \cos^2 \theta_W} T_D \left[\int : \bar{\nu}_\mu(x) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \frac{1}{2} \nu_\mu(x) Z^\alpha(x) : : j_\beta^{NC, q}(y) Z^\beta(y) : dx dy e^{-i \int \mathcal{H}_{adr}(z) dz} \right] \quad (1.20)$$

Из (1.20) легко выписать матричный элемент:

$$\langle f | S_{g^2} | i \rangle = \frac{-g^2}{8 \cos^2 \theta_W} \int dx dy \overline{Z^\alpha(x) Z^\beta(y)} \langle f | : \bar{\nu}_\mu(x) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \nu_\mu(x) : T_D [j_\beta^{NC, q}(y) e^{-i \int \mathcal{H}_{adr}(z) dz}] | i \rangle \quad (1.21)$$

Пропагатор массивного векторного поля Z^0 -бозона имеет вид [20]:

$$\overline{Z^\alpha(x) Z^\beta(y)} = \frac{i}{(2\pi)^4} \int \frac{g^{\alpha\beta} - \frac{q^\alpha q^\beta}{m_Z^2}}{m_Z^2 - q^2 - i\varepsilon} e^{iq(x-y)} dq \quad (1.22)$$

Опуская подробности перехода к импульсному представлению, найдем:

$$\begin{aligned} &\langle f | : \bar{\nu}_\mu(x) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \nu_\mu(x) : T_D [j_\beta^{NC, q}(y) e^{-i \int \mathcal{H}_{adr}(z) dz}] | i \rangle = \\ &= \Phi_{p'}^+ a^-(k') \bar{\nu}_\mu^+(x) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \nu_\mu^-(x) \hat{a}^+(k) T_D [j_\beta^{NC, q}(y) e^{-i \int \mathcal{H}_{adr}(z) dz}] \Phi_p = \\ &= e^{i(k'-k)x} \left[\bar{u}(k') \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u(k) \right] \cdot \left[\Phi_{p'}^+ T_D [j_\beta^{NC, q}(y) e^{-i \int \mathcal{H}_{adr}(z) dz}] \Phi_p \right] \end{aligned} \quad (1.23)$$

где $u_s(k)$ - спинор, соответствующий лептону с импульсом k и спиновым индексом s , нормированный так, что $\bar{u}_s(k)u_{s'}(k) = 2m\delta_{ss'}$. В формуле (1.23) индекс s опущен, поскольку спиральность нейтрино предполагается равной -1 .

Рассмотрим теперь адронную часть матричного элемента:

$$\begin{aligned} \Phi_{p'}^+ T_D [j_\beta^{NC,q}(y) e^{-i \int \mathcal{H}_{adr}(z) dz}] \Phi_p &= \Phi_{p'}^+ \left[T_D \left[e^{-i \int_{y_0}^{\infty} H_{adr}(z_0) dz_0} \right] j_\beta^{NC,q}(y) T_D \left[e^{-i \int_{-\infty}^{y_0} H_{adr}(z_0) dz_0} \right] \right] \Phi_p \equiv \\ &\equiv \Phi_{p'}^+ [U_{adr}(\infty, y_0) j_\beta^{NC,q}(y) U_{adr}(y_0, -\infty)] \Phi_p = \\ &= \Phi_{p'}^+ [U_{adr}(\infty, y_0) U_{adr}(y_0, 0) U_{adr}^+(y_0, 0) j_\beta^{NC,q}(y) U_{adr}(y_0, 0) U_{adr}(0, -\infty)] \Phi_p \end{aligned} \quad (1.24)$$

Совершим следующее унитарное преобразование:

$$J_\beta^{NC}(y) = U_{adr}^+(y_0, 0) j_\beta^{NC,q}(y) U_{adr}(y_0, 0); \quad \Phi'(t) = U_{adr}(0, t) \Phi(t) \quad (1.25)$$

Тогда адронная часть матричного элемента примет следующий вид:

$$\Phi_{p'}^+ T_D [j_\beta^{NC,q}(y) e^{-i \int \mathcal{H}_{adr}(z) dz}] \Phi_p = {}_{out}\langle p' | J_\beta^{NC}(y) | p \rangle_{in}, \quad (1.26)$$

где $|p\rangle_{in} = U_{adr}(0, -\infty) \Phi_p$ и $|p\rangle_{out} = U_{adr}^+(\infty, 0) \Phi_{p'} = U_{adr}(0, \infty) \Phi_{p'}$.

При квантовании полей с необходимостью должны быть заданы трансформационные свойства векторов состояния Φ . В частности, трансляционная инвариантность приводит к тому, что для любого оператора справедливо уравнение [19]:

$$i \frac{\partial J_\beta^{NC}(y)}{\partial y_\mu} = [J_\beta^{NC}(y), P^\mu] \quad (1.27)$$

где P^μ - некоторый эрмитов оператор импульса, действующий в пространстве векторов состояния Φ : $P^\mu |p\rangle_{in} = p^\mu |p\rangle_{in}$.

Из (1.27) следует, что:

$$\begin{aligned} i \partial^\mu [{}_{out}\langle p' | J_\beta^{NC}(y) | p \rangle_{in}] &= {}_{out}\langle p' | [J_\beta^{NC}(y), P^\mu] | p \rangle_{in} = (p - p')^\mu {}_{out}\langle p' | J_\beta^{NC}(y) | p \rangle_{in} \\ {}_{out}\langle p' | J_\beta^{NC}(y) | p \rangle_{in} &= e^{i(p' - p)y} {}_{out}\langle p' | J_\beta^{NC}(0) | p \rangle_{in} \end{aligned} \quad (1.28)$$

Теперь остается подставить выражения из (1.22), (1.23), (1.26) и (1.28) в (1.21):

$$\begin{aligned} \langle f | S_{g^2} | i \rangle &= \frac{-i g^2}{8(2\pi)^4 \cos^2 \theta_W} \left[\bar{u}(k') \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u(k) \right] {}_{out}\langle p' | J_\beta^{NC}(0) | p \rangle_{in} \times \\ &\times \int \frac{g^{\alpha\beta} - \frac{q^\alpha q^\beta}{m_Z^2}}{m_Z^2 - q^2 - i\epsilon} e^{ix(q+k'-k)} e^{iy(p'-p-q)} dx dy dq = \\ &= \frac{-i g^2}{8 \cos^2 \theta_W} \left[\bar{u}(k') \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u(k) \right] {}_{out}\langle p' | J_\beta^{NC}(0) | p \rangle_{in} \frac{g^{\alpha\beta} - \frac{q^\alpha q^\beta}{m_Z^2}}{m_Z^2 - q^2} (2\pi)^4 \delta(p' - p - q) \end{aligned} \quad (1.29)$$

где $q = k - k' = p' - p$ - переданный импульс.

В рассматриваемых упругих и квазиупругих процессах законы сохранения энергии-импульса приводят к тому, что $Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2 \simeq 2m_N(E - E')$, где E и E' - энергии налетающего нейтрино и лептона в конечном состоянии. При характерных средних экспериментальных энергиях $E \sim 23 \text{ GeV}$ максимальное значение квадрата переданного импульса составляет $Q_{max}^2 \sim 50 \text{ GeV}^2$. Поэтому можно считать, что $m_Z^2 \simeq 8315 \text{ GeV}^2 \gg Q^2$. Учитывая, что [21]:

$$\frac{g^2}{8m_Z^2 \cos^2 \theta_W} = \frac{g^2}{8m_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \quad (1.30)$$

где G_F - константа Ферми, получим окончательное выражение для матричного элемента рассматриваемого процесса:

$$\langle f | S_{g^2} | i \rangle_{\nu_\mu+p \rightarrow \nu_\mu+p} = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}(k') \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u(k) \text{out} \langle p' | J_\alpha^{NC}(0) | p \rangle_{in} (2\pi)^4 \delta(p' - p - q) \quad (1.31)$$

В дальнейшем индексы “in” и “out” будут опускаться. Проводя аналогичные выкладки для остальных процессов из (1.13) и (1.14) найдем:

$$\mathcal{M}_{\nu_\mu+p(n) \rightarrow \nu_\mu+p(n)} = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}(k') \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u(k) \text{p}(n) \langle p' | J_\alpha^{NC, p(n)} | p \rangle_{p(n)} (2\pi)^4 \delta(p' - p - q) \quad (1.32)$$

$$\mathcal{M}_{\bar{\nu}_\mu+p(n) \rightarrow \bar{\nu}_\mu+p(n)} = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{v}(k) \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) v(k') \text{p}(n) \langle p' | J_\alpha^{NC, p(n)} | p \rangle_{p(n)} (2\pi)^4 \delta(p' - p - q) \quad (1.33)$$

$$\mathcal{M}_{\nu_\mu+n \rightarrow \mu^-+p} = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}(k') \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u(k) \text{p} \langle p' | J_\alpha^{CC} | p \rangle_n (2\pi)^4 \delta(p' - p - q) \quad (1.34)$$

$$\mathcal{M}_{\bar{\nu}_\mu+p \rightarrow \mu^++n} = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{v}(k) \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) v(k') \text{n} \langle p' | J_\alpha^{CC+} | p \rangle_p (2\pi)^4 \delta(p' - p - q) \quad (1.35)$$

1.3. Изотопическая инвариантность сильного взаимодействия

Будем считать, что протон и нейтрон образуют изотопический дублет, т.е. изоспиновая часть волновой функции нуклона является спинором в трехмерном изотопическом пространстве:

$$|p\rangle_p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |p\rangle_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.36)$$

При вращениях в изопространстве этот дублет преобразуется по фундаментальному представлению группы $SU(2)$, генераторы I_a которой связаны с матрицами Паули τ_a и образуют алгебру с правилом умножения:

$$I_a = \tau_a/2 \quad [I_a, I_b] = i\varepsilon_{abc} I_c, \quad \text{где } \varepsilon_{123} = 1 \quad (1.37)$$

Линейные комбинации матриц I_1 и I_2

$$I_{1+i2} \equiv I_1 + iI_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad I_{1-i2} \equiv I_1 - iI_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = [I_{1+i2}]^+ \quad (1.38)$$

являются операторами повышения и понижения электрического заряда:

$$I_{1+i2} |p\rangle_n = |p\rangle_p, \quad I_{1+i2} |p\rangle_p = 0, \quad I_{1-i2} |p\rangle_p = |p\rangle_n, \quad I_{1-i2} |p\rangle_n = 0 \quad (1.39)$$

Формулы преобразований спинора ψ при вращении изотопического пространства вокруг оси a на угол φ имеют вид:

$$\psi' = \Lambda_a(\varphi) \psi, \quad \text{где } \Lambda_a(\varphi) = \exp[iI_a \varphi] = \exp[i\tau_a \frac{\varphi}{2}] = \cos \frac{\varphi}{2} + i\tau_a \sin \frac{\varphi}{2} \quad (1.40)$$

В частности, поворот \mathcal{U} на π вокруг второй оси в изотопическом пространстве

$$\mathcal{U} = \exp[i\pi I_2] = i\tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathcal{U}^{-1} = \mathcal{U}^+ = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = -i\tau_2 \quad (1.41)$$

переводит нейтронное состояние в протонное и наоборот:

$$\mathcal{U}|p\rangle_p = -|p\rangle_n \quad \mathcal{U}|p\rangle_n = |p\rangle_p \quad (1.42)$$

Поскольку матрицы Паули антикоммутируют между собой, то из формул (1.5), (1.8) и (1.41) следует:

$$\mathcal{U}^+ V_\alpha^{1,3} \mathcal{U} = -V_\alpha^{1,3} \quad \mathcal{U}^+ V_\alpha^{0,2} \mathcal{U} = V_\alpha^{0,2} \quad (1.43)$$

$$\mathcal{U}^+ A_\alpha^{1,3} \mathcal{U} = -A_\alpha^{1,3} \quad \mathcal{U}^+ A_\alpha^2 \mathcal{U} = A_\alpha^2 \quad (1.44)$$

Это дает возможность установить связь между матричными элементами, входящими в нейтральный J_α^{NC} и заряженный J_α^{CC} токи:

$$NC = \begin{cases} {}_p\langle p' | V_\alpha^0 | p \rangle_p = {}_n\langle p' | \mathcal{U}^+ V_\alpha^0 \mathcal{U} | p \rangle_n = {}_n\langle p' | V_\alpha^0 | p \rangle_n \\ {}_p\langle p' | V_\alpha^3 | p \rangle_p = {}_n\langle p' | \mathcal{U}^+ V_\alpha^3 \mathcal{U} | p \rangle_n = -{}_n\langle p' | V_\alpha^3 | p \rangle_n \\ {}_p\langle p' | A_\alpha^3 | p \rangle_p = {}_n\langle p' | \mathcal{U}^+ A_\alpha^3 \mathcal{U} | p \rangle_n = -{}_n\langle p' | A_\alpha^3 | p \rangle_n \end{cases} \quad (1.45)$$

$$CC = \begin{cases} {}_p\langle p' | V_\alpha^{1+i2} | p \rangle_n = -{}_n\langle p' | \mathcal{U}^+ V_\alpha^{1+i2} \mathcal{U} | p \rangle_p = {}_n\langle p' | V_\alpha^{1-i2} | p \rangle_p = [{}_p\langle p' | V_\alpha^{1+i2} | p' \rangle_n]^* \\ {}_p\langle p' | A_\alpha^{1+i2} | p \rangle_n = -{}_n\langle p' | \mathcal{U}^+ A_\alpha^{1+i2} \mathcal{U} | p \rangle_p = {}_n\langle p' | A_\alpha^{1-i2} | p \rangle_p = [{}_p\langle p' | A_\alpha^{1+i2} | p' \rangle_n]^* \end{cases} \quad (1.46)$$

Из коммутационных соотношений (1.37) и формулы (1.5) следует, что:

$$[A_\alpha^{1+i2}, I_{1-i2}] = -i[A_\alpha^1, I_2] - i[I_1, A_\alpha^2] = 2A_\alpha^3 \quad (1.47)$$

$$[V_\alpha^3, I_{1+i2}] = -[I_1, V_\alpha^3] - i[I_2, V_\alpha^3] = V_\alpha^1 + iV_\alpha^2 = V_\alpha^{1+i2} \quad (1.48)$$

Принимая во внимание формулы (1.39), (1.47) и (1.48), получим:

$${}_p\langle p' | A_\alpha^3 | p \rangle_p = \frac{1}{2} {}_p\langle p' | [A_\alpha^{1+i2}, I_{1-i2}] | p \rangle_p = \frac{1}{2} {}_p\langle p' | A_\alpha^{1+i2} I_{1-i2} | p \rangle_p = \frac{1}{2} {}_p\langle p' | A_\alpha^{1+i2} | p \rangle_n \quad (1.49)$$

$${}_p\langle p' | V_\alpha^{1+i2} | p \rangle_n = {}_p\langle p' | V_\alpha^3 I_{1+i2} | p \rangle_n - {}_p\langle p' | I_{1+i2} V_\alpha^3 | p \rangle_n = {}_p\langle p' | V_\alpha^3 | p \rangle_p - {}_n\langle p' | V_\alpha^3 | p \rangle_n \quad (1.50)$$

1.4. Общий вид матричных элементов

Следующим шагом будет установление общего вида матричных элементов абстрактных векторного V_α и аксиального A_α токов. Из общих соображений диаграммной техники следует

$$\langle p' | V_\alpha | p \rangle = \bar{u}(p') \mathcal{V}_\alpha(p, p') u(p); \quad \langle p' | A_\alpha | p \rangle = \bar{u}(p') \mathcal{A}_\alpha(p, p') u(p) \quad (1.51)$$

где \mathcal{V}_α и \mathcal{A}_α - некоторые матрицы 4×4 , такие, что при пространственных преобразованиях структура $\bar{u}(p') \mathcal{V}_\alpha(p, p') u(p)$ ведет себя как вектор, а $\bar{u}(p') \mathcal{A}_\alpha(p, p') u(p)$ - как псевдовектор.

Любую матрицу 4×4 можно однозначно разложить по полной системе 16 матриц Дирака. В частности

$$\bar{u}(p') \mathcal{V}_\alpha(p, p') u(p) = \bar{u}(p') [A_\alpha + B_{\alpha\mu} \gamma^\mu + C_{\alpha\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} + D_{\alpha\mu} \gamma^\mu \gamma_5 + E_\alpha \gamma_5] u(p) \quad (1.52)$$

где коэффициенты разложения A_α , $B_{\alpha\mu}$, $C_{\alpha\mu\nu}$, $D_{\alpha\mu}$ и E_α зависят от импульсов p и p' .

Поскольку $\bar{u}(p') u(p)$ является скаляром, $\bar{u}(p') \gamma_5 u(p)$ - псевдоскаляром, $\bar{u}(p') \gamma^\mu u(p)$ - вектором, $\bar{u}(p') \gamma^\mu \gamma_5 u(p)$ - псевдовектором, $\bar{u}(p') \sigma^{\mu\nu} u(p)$ - тензором второго ранга, то из (1.52) следует, что A_α - вектор, $B_{\alpha\mu}$ - тензор второго ранга, $C_{\alpha\mu\nu}$ - тензор третьего ранга, $D_{\alpha\mu}$ - псевдотензор второго ранга, E_α - псевдовектор.

Вектор A_α имеет следующий общий вид:

$$A_\alpha(p, p') = a_1 p_\alpha + a_2 p'_\alpha, \quad \text{где } Q^2 = -q^2 = -(p - p')^2 = 2(p \cdot p') - 2M^2 \text{ и } a_i = a_i(Q^2) \quad (1.53)$$

Структура тензора $B_{\alpha\mu}$ такова:

$$\begin{aligned} B_{\alpha\mu}(p, p') &= b_1 g_{\alpha\mu} + b_2 p_\alpha p_\mu + b_3 p_\alpha p'_\mu + b_4 p'_\alpha p_\mu + b_5 p'_\alpha p'_\mu, \text{ где } b_i = b_i(Q^2) \\ \bar{u}(p') B_{\alpha\mu}(p, p') \gamma^\mu u(p) &= \bar{u}(p') [b_1 \gamma_\alpha + M(b_2 + b_3) p_\alpha + M(b_4 + b_5) p'_\alpha] u(p) = \\ &= \bar{u}(p') [\tilde{b}_1 \gamma_\alpha + \tilde{b}_2 p_\alpha + \tilde{b}_3 p'_\alpha] u(p) \end{aligned} \quad (1.54)$$

Поскольку $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu) = -\sigma^{\nu\mu}$, то $C_{\alpha\mu\nu} = -C_{\alpha\nu\mu}$:

$$\begin{aligned} C_{\alpha\mu\nu}(p, p') &= (c_1 p_\alpha + c_2 p'_\alpha)(p_\mu p'_\nu - p_\nu p'_\mu) + c_3 (g_{\alpha\mu} p_\nu - g_{\alpha\nu} p_\mu) + c_4 (g_{\alpha\mu} p'_\nu - g_{\alpha\nu} p'_\mu), \\ \bar{u}(p') C_{\alpha\mu\nu}(p, p') \sigma^{\mu\nu} u(p) &= 2i \bar{u}(p') [(c_1 p_\alpha + c_2 p'_\alpha) Q^2 + c_3 (M \gamma_\alpha - p_\alpha) + c_4 (p'_\alpha - M \gamma_\alpha)] u(p) = \\ &= \bar{u}(p') [\tilde{c}_1 \gamma_\alpha + \tilde{c}_2 p_\alpha + \tilde{c}_3 p'_\alpha] u(p) \end{aligned} \quad (1.55)$$

Псевдотензор $D_{\alpha\mu}$ имеет вид:

$$D_{\alpha\mu} = d(Q^2) \varepsilon_{\alpha\mu\beta\nu} p'^\beta p^\nu, \quad (1.56)$$

где $\varepsilon_{\alpha\mu\beta\nu}$ - полностью антисимметричный тензор: $\varepsilon_{0123} = -\varepsilon^{0123} = 1$.

При определении токов в стандартной модели мы полагали

$$\gamma_5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = -i\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 = \frac{i}{4!} \varepsilon_{\alpha\beta\delta\eta} \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\delta \gamma^\eta \quad (1.57)$$

поэтому

$$\begin{aligned} i \varepsilon_{\alpha\mu\beta\nu} \gamma^\mu \gamma_5 &= -\varepsilon_{\alpha\mu\beta\nu} \gamma^\mu \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = -\varepsilon_{0\alpha\beta\nu} \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 - \varepsilon_{\alpha 1\beta\nu} \gamma_0 \gamma_2 \gamma_3 - \varepsilon_{\alpha\beta 2\nu} \gamma_0 \gamma_1 \gamma_3 - \varepsilon_{\alpha\beta\nu 3} \gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 = \\ &= -\gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_\nu + g_{\alpha\beta} \gamma_\nu - g_{\alpha\nu} \gamma_\beta + g_{\beta\nu} \gamma_\alpha, \text{ откуда} \\ \bar{u}(p') D_{\alpha\mu}(p, p') \gamma^\mu \gamma_5 u(p) &= id(Q^2) \bar{u}(p') [M p'_\alpha + M p_\alpha - (Q^2/2 + 2M^2) \gamma_\alpha] u(p) = \\ &= \bar{u}(p') [\tilde{d}_1 \gamma_\alpha + \tilde{d}_2 p_\alpha + \tilde{d}_3 p'_\alpha] u(p) \end{aligned} \quad (1.58)$$

И, наконец, поскольку из двух векторов невозможно постороить псевдовектор, то $E_\alpha = 0$.

Подставив полученные результаты в (1.52), получим **[22]**:

$$\langle p' | V_\alpha | p \rangle = \bar{u}(p') [\gamma_\alpha f_1(Q^2) + n_\alpha f_2(Q^2) + q_\alpha f_3(Q^2)] u(p) \quad (1.59)$$

где $n_\alpha = p'_\alpha + p_\alpha$ и $q_\alpha = p'_\alpha - p_\alpha$.

Используя уравнение Дирака, найдем:

$$i \bar{u}(p') \sigma^{\alpha\beta} q_\beta u(p) = \bar{u}(p') [p'_\beta (\gamma^\beta \gamma^\alpha - g^{\alpha\beta}) - p_\beta (g^{\alpha\beta} - \gamma^\alpha \gamma^\beta)] u(p) = \bar{u}(p') [2M \gamma^\alpha - n^\alpha] u(p) \quad (1.60)$$

С помощью этого соотношения из (1.59) получаем следующее общее выражение для рассматриваемого матричного элемента:

$$\langle p' | V_\alpha | p \rangle = \bar{u}(p') [\gamma_\alpha F_1(Q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2(Q^2) + \frac{1}{2M} q_\alpha F_3(Q^2)] u(p) \quad (1.61)$$

Проводя аналогичные рассуждения, установим общий вид для матричного элемента аксиального A_α тока:

$$\langle p' | A_\alpha | p \rangle = \bar{u}(p') [\gamma_\alpha \gamma_5 F_4(Q^2) + \frac{1}{M} q_\alpha \gamma_5 F_5(Q^2) + \frac{1}{2M} n_\alpha \gamma_5 F_6(Q^2)] u(p) \quad (1.62)$$

Рассмотрим теперь более подробно процесс квазиупругого рассеяния нейтрино на нейтроне: $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$.

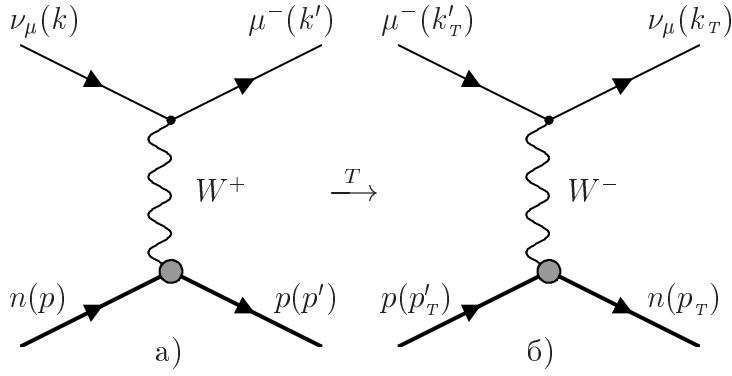


Рис. 1.1: Квазиупругое рассеяние мюонного нейтрино на нейтроне: а) исходное состояние, б) обращение времени.

Покажем, что из инвариантности системы относительно обращения времени следует, что формфакторы являются вещественными функциями Q^2 [21]. Действительно, совершим над системой T -преобразование: поменяем местами начальное и конечное состояние и перевернем импульсы и спины в противоположную сторону. Пусть состоянию а) на рисунке 1.1 соответствует амплитуда \mathcal{M} , а состоянию б) - амплитуда \mathcal{M}' . Инвариантность относительно обращения времени выполняется, если $\mathcal{M}' = \mathcal{M}^*$.

Как было показано выше:

$$\mathcal{M} \sim \bar{u}(k')\gamma^\alpha(1 - \gamma_5)u(k) {}_p\langle p'|J_\alpha^{CC}|p\rangle_n, \quad \mathcal{M}' \sim \bar{u}(k_T)\gamma^\alpha(1 - \gamma_5)u(k'_T) {}_n\langle p_T|J_\alpha^{CC+}|p'_T\rangle_p \quad (1.63)$$

Поскольку $u(k_T) = T[\bar{u}(k)]^T$ и $\bar{u}(k_T) = u^T(k)T^{-1}$ (см. приложение А), то

$$\begin{aligned} \bar{u}(k_T)\gamma^\alpha(1 - \gamma_5)u(k'_T) &= u^T(k)T^{-1}\gamma^\alpha(1 - \gamma_5)T\bar{u}^T(k') = \eta^\alpha u^T(k)[\gamma^\alpha]^T(1 + \gamma_5)\bar{u}^T(k') = \\ &= \eta^\alpha [\bar{u}(k')(1 + \gamma_5)\gamma^\alpha u(k)]^T = \eta^\alpha \bar{u}(k')\gamma^\alpha(1 - \gamma_5)u(k) \end{aligned} \quad (1.64)$$

Из формулы (1.11) и условия $\mathcal{M}' = \mathcal{M}^*$ следует, что:

$${}_p\langle p'|J_\alpha^{CC}|p\rangle_n = \eta^\alpha {}_n\langle p_T|J_\alpha^{CC+}|p'_T\rangle_p = \eta^\alpha [{}_p\langle p'|J_\alpha^{CC}|p_T\rangle_n]^* \quad (1.65)$$

Принимая во внимание формулу (1.61):

$$\begin{aligned} {}_p\langle p'|V_\alpha^{1+i2}|p\rangle_n &= \bar{u}(p')[\gamma_\alpha F_1^{CC}(Q^2) + \frac{i}{2M}\sigma_{\alpha\beta}q^\beta F_2^{CC}(Q^2) + \frac{1}{2M}q_\alpha F_3^{CC}(Q^2)]u(p) = \\ &= \eta^\alpha [{}_p\langle p'_T|V_\alpha^{1+i2}|p_T\rangle_n]^* = \eta^\alpha [\bar{u}(p'_T)[\gamma_\alpha F_1^{CC}(Q^2) + \frac{i}{2M}\sigma_{\alpha\beta}q_T^\beta F_2^{CC}(Q^2) + \frac{1}{2M}(q_T)_\alpha F_3^{CC}(Q^2)]u(p_T)]^* = \\ &= \eta^\alpha [u^T(p')T^{-1}[\gamma_\alpha F_1^{CC}(Q^2) - \frac{1}{2M}(\gamma_\alpha\gamma_\beta - g_{\alpha\beta})\eta^\beta q^\beta F_2^{CC}(Q^2) + \eta_\alpha q_\alpha F_3^{CC}(Q^2)]T[\bar{u}(p)]^T]^* = \\ &= \eta^\alpha [u^T(p')[\gamma_\alpha^T \eta_\alpha F_1^{CC}(Q^2) - \frac{1}{2M}(\eta_\alpha \gamma_\alpha^T \eta_\beta \gamma_\beta^T - g_{\alpha\beta})\eta^\beta q^\beta F_2^{CC}(Q^2) + \eta_\alpha q_\alpha F_3^{CC}(Q^2)]\gamma_0 u^*(p)]^* = \\ &= u^+(p')[\gamma_\alpha^+ [F_1^{CC}(Q^2)]^* - \frac{1}{2M}(\gamma_\alpha^+ \gamma_\beta^+ - g_{\alpha\beta})q^\beta [F_2^{CC}(Q^2)]^* + q_\alpha [F_3^{CC}(Q^2)]^*]\gamma_0 u(p) = \\ &= \bar{u}(p')[\gamma_\alpha [F_1^{CC}(Q^2)]^* + \frac{i}{2M}\sigma_{\alpha\beta}q^\beta [F_2^{CC}(Q^2)]^* + \frac{1}{2M}q_\alpha [F_3^{CC}(Q^2)]^*]u(p) \end{aligned}$$

Теперь, как видно из последнего соотношения, формфакторы $F_1^{CC}(Q^2)$, $F_2^{CC}(Q^2)$ и $F_3^{CC}(Q^2)$ действительно являются вещественными функциями Q^2 . Аналогично можно показать, что формфакторы $F_4^{CC}(Q^2)$, $F_5^{CC}(Q^2)$ и $F_6^{CC}(Q^2)$, входящие в формулу (1.62), также вещественны.

Учет изотопической инвариантности (1.46) дает

$$\begin{aligned}
{}_p\langle p'|V_\alpha^{1+i2}|p\rangle_n &= \bar{u}(p') [\gamma_\alpha F_1^{CC}(Q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^{CC}(Q^2) + \frac{1}{2M} q_\alpha F_3^{CC}(Q^2)] u(p) = \\
&= [{}_p\langle p|V^{1+i2}|p'\rangle_n]^* = \left[\bar{u}(p) [\gamma_\alpha F_1^{CC}(Q^2) - \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^{CC}(Q^2) - \frac{1}{2M} q_\alpha F_3^{CC}(Q^2)] u(p') \right]^+ = \\
&= \bar{u}(p') \gamma_0 [\gamma_\alpha^+ F_1^{CC}(Q^2) + \frac{1}{2M} (\gamma_\beta^+ \gamma_\alpha^+ - g_{\alpha\beta}) q^\beta F_2^{CC}(Q^2) - \frac{1}{2M} q_\alpha F_3^{CC}(Q^2)] \gamma_0 u(p) = \\
&= \bar{u}(p') [\gamma_\alpha F_1^{CC}(Q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^{CC}(Q^2) - \frac{1}{2M} q_\alpha F_3^{CC}(Q^2)] u(p) \Rightarrow F_3^{CC}(Q^2) = 0 \quad (1.66)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_p\langle p'|A_\alpha^{1+i2}|p\rangle_n &= \bar{u}(p') [\gamma_\alpha \gamma_5 F_4^{CC}(Q^2) + \frac{1}{M} q_\alpha \gamma_5 F_5^{CC}(Q^2) + \frac{1}{2M} n_\alpha \gamma_5 F_6^{CC}(Q^2)] u(p) = \\
&= [{}_p\langle p|A^{1+i2}|p'\rangle_n]^* = \left[\bar{u}(p) [\gamma_\alpha \gamma_5 F_4^{CC}(Q^2) - \frac{1}{M} q_\alpha \gamma_5 F_5^{CC}(Q^2) + \frac{1}{2M} n_\alpha \gamma_5 F_6^{CC}(Q^2)] u(p') \right]^+ = \\
&= \bar{u}(p') \gamma_0 [\gamma_5 \gamma_\alpha^+ F_4^{CC}(Q^2) - \frac{1}{M} q_\alpha \gamma_5 F_5^{CC}(Q^2) + \frac{1}{2M} n_\alpha \gamma_5 F_6^{CC}(Q^2)] \gamma_0 u(p) = \\
&= \bar{u}(p') [\gamma_\alpha \gamma_5 F_4^{CC}(Q^2) + \frac{1}{M} q_\alpha \gamma_5 F_5^{CC}(Q^2) - \frac{1}{2M} n_\alpha \gamma_5 F_6^{CC}(Q^2)] u(p) \Rightarrow F_6^{CC}(Q^2) = 0 \quad (1.67)
\end{aligned}$$

Вследствие изотопической инвариантности ток V_α^{1+i2} является сохраняющимся, то есть справедливо равенство: $(p - p')^\alpha {}_p\langle p'|V_\alpha^{1+i2}|p\rangle_n = 0$. Действительно,

$$\begin{aligned}
(p - p')^\alpha \bar{u}(p') [\gamma_\alpha F_1^{CC}(Q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^{CC}(Q^2)] u(p) &= \\
&= \frac{1}{4M} \bar{u}(p') [(\gamma_\alpha \gamma_\beta - \gamma_\beta \gamma_\alpha) (p - p')^\alpha (p - p')^\beta] u(p) = 0 \quad (1.68)
\end{aligned}$$

Выражение для матричного элемента (1.66) может быть записано в следующем виде:

$$\begin{aligned}
{}_p\langle p'|V_\alpha^{1+i2}|p\rangle_n &= \bar{u}(p') [\gamma_\alpha F_1^{CC} - \frac{1}{2M} (\gamma_\alpha \gamma_\beta - g_{\alpha\beta}) (p' - p)^\beta F_2^{CC}] u(p) = \\
&= \bar{u}(p') [\gamma_\alpha F_1^{CC} + \frac{F_2^{CC}}{2M} (M \gamma_\alpha - p_\alpha) - \frac{F_2^{CC}}{2M} (p'_\alpha - M \gamma_\alpha)] u(p) = \\
&= \bar{u}(p') [\gamma_\alpha (F_1^{CC} + F_2^{CC}) - \frac{n_\alpha}{2M} F_2^{CC}] u(p) \quad (1.69)
\end{aligned}$$

Теперь можно перейти от формфакторов $F_1^{CC}(Q^2)$ и $F_2^{CC}(Q^2)$ к $G_M^{CC}(Q^2)$ и $G_E^{CC}(Q^2)$:

$$G_M^{CC}(Q^2) = F_1^{CC}(Q^2) + F_2^{CC}(Q^2), \quad G_E^{CC}(Q^2) = F_1^{CC}(Q^2) - \tau F_2^{CC}(Q^2), \quad \text{где } \tau = \frac{Q^2}{4M^2} \quad (1.70)$$

Переобозначим $F_4^{CC}(Q^2) \rightarrow G_A(Q^2)$, $F_5^{CC}(Q^2) \rightarrow G_P^{CC}(Q^2)$ и выпишем окончательное выражение для матричного элемента заряженного тока J_α^{CC} :

$$\begin{aligned}
{}_p\langle p'|V_\alpha^{1+i2}|p\rangle_n &= \bar{u}(p') [\gamma_\alpha F_1^{CC}(Q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^{CC}(Q^2)] u(p) = \\
&= \bar{u}(p') [\gamma_\alpha G_M^{CC}(Q^2) - \frac{n_\alpha}{2M} \cdot \frac{G_M^{CC}(Q^2) - G_E^{CC}(Q^2)}{1 + \tau}] u(p) \quad (1.71)
\end{aligned}$$

$${}_p\langle p'|A_\alpha^{1+i2}|p\rangle_n = \bar{u}(p') [\gamma_\alpha \gamma_5 G_A(Q^2) + \frac{1}{M} q_\alpha \gamma_5 G_P^{CC}(Q^2)] u(p) \quad (1.72)$$

$${}_p\langle p'|J_\alpha^{CC}|p\rangle_n = {}_p\langle p'|V_\alpha^{1+i2}|p\rangle_n - {}_p\langle p'|A_\alpha^{1+i2}|p\rangle_n \quad (1.73)$$

Теперь рассмотрим матричный элемент электромагнитного тока, общий вид которого определяется формулой (1.61):

$${}_{n(p)}\langle p'|J_\alpha^{em}|p\rangle_{n(p)} = \bar{u}(p') [\gamma_\alpha F_1^{n(p)}(Q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^{n(p)}(Q^2) + \frac{1}{2M} q_\alpha F_3^{n(p)}(Q^2)] u(p) \quad (1.74)$$

Из закона сохранения электромагнитного тока следует:

$$\begin{aligned}
& (p - p')^\alpha {}_n(p) \langle p' | J_\alpha^{em} | p \rangle_n = 0 \\
& \bar{u}(p') \left[q^\alpha \gamma_\alpha F_1^{n(p)}(Q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\alpha q^\beta F_2^{n(p)}(Q^2) + \frac{1}{2M} q_\alpha q^\alpha F_3^{n(p)}(Q^2) \right] u(p) = \\
& = -\frac{Q^2}{2M} F_3^{n(p)}(Q^2) \bar{u}(p') u(p) = 0 \quad \Rightarrow \quad F_3^{n(p)}(Q^2) = 0
\end{aligned} \tag{1.75}$$

Итак, матричный элемент электромагнитного тока имеет вид:

$$\begin{aligned}
{}_n(p) \langle p' | J_\alpha^{em} | p \rangle_n &= \bar{u}(p') \left[\gamma_\alpha F_1^{n(p)}(Q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^{n(p)}(Q^2) \right] u(p) = \\
&= \bar{u}(p') \left[\gamma_\alpha G_M^{n(p)}(Q^2) - \frac{n_\alpha}{2M} \cdot \frac{G_M^{n(p)}(Q^2) - G_E^{n(p)}(Q^2)}{1 + \tau} \right] u(p)
\end{aligned} \tag{1.76}$$

$$\text{где } G_M^{n(p)}(Q^2) = F_1^{n(p)}(Q^2) + F_2^{n(p)}(Q^2), \quad G_E^{n(p)}(Q^2) = F_1^{n(p)}(Q^2) - \tau F_2^{n(p)}(Q^2) \tag{1.77}$$

Покажем теперь, что форм-факторы $G_M(Q^2)$ и $G_E(Q^2)$ в системе центра масс ($\vec{n} = \vec{p} + \vec{p}' = 0$) соответствуют операторам \vec{J}^{em} и J_0^{em} . Действительно, из формулы (1.76) следует:

$$\langle p' | \vec{J}^{em} | p \rangle = G_M(Q^2) \bar{u}(p') \vec{\gamma} u(p) \tag{1.78}$$

Поскольку $n_0 = p_0 + p'_0 = 2p_0$, то

$$1 + \tau = 1 + \frac{Q^2}{4M^2} = 1 - \frac{(p' - p)^2}{4M^2} = 1 + \frac{(\vec{p}' - \vec{p})^2}{4M^2} = 1 + \frac{\vec{p}'^2}{M^2} = \frac{p_0'^2}{M^2} \tag{1.79}$$

Учитывая, что $\bar{u}(p')(\hat{p}' + \hat{p})u(p) = 2p_0 \bar{u}(p') \gamma_0 u(p) = 2M \bar{u}(p') u(p)$ окончательно найдем:

$$\langle p' | J_0^{em} | p \rangle = \bar{u}(p') \left[\gamma_0 G_M(Q^2) - \frac{p_0}{M} \frac{G_M(Q^2) - G_E(Q^2)}{1 + \tau} \right] u(p) = G_E(Q^2) \bar{u}(p') \gamma_0 u(p) \tag{1.80}$$

По аналогии с классической электродинамикой можно сделать вывод, что зарядовый $G_E(Q^2)$ и магнитный $G_M(Q^2)$ форм-факторы соответствуют распределениям заряда и магнитного момента нуклона. Предельный случай $Q^2 = 0$ ($G_M(0) = \mu_N$, $G_E(0) = e_N$) описывает рассеяние на точечном нуклоне с полным магнитным момент μ_N (в единицах ядерного магнетона Бора) и зарядом e_N .

Перейдем к рассмотрению матричных элементов изоскалярных “странных” токов (1.9). В силу изотопической инвариантности и формул (1.61), (1.62)

$${}_p \langle p' | V_\alpha^s | p \rangle_p = {}_n \langle p' | V_\alpha^s | p \rangle_n = \bar{u}(p') \left[\gamma_\alpha F_1^s(Q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^s(Q^2) + \frac{1}{2M} q_\alpha F_3^s(Q^2) \right] u(p) \tag{1.81}$$

$${}_p \langle p' | A_\alpha^s | p \rangle_p = {}_n \langle p' | A_\alpha^s | p \rangle_n = \bar{u}(p') \left[\gamma_\alpha \gamma_5 G_A^s(Q^2) + \frac{1}{M} q_\alpha \gamma_5 G_P^s(Q^2) + \frac{1}{2M} n_\alpha \gamma_5 G_T^s(Q^2) \right] u(p) \tag{1.82}$$

Инвариантность относительно обращения времени приводит к тому, что

$$\begin{aligned}
\langle p' | V_\alpha^s | p \rangle &= \eta_\alpha \langle p'_T | V_\alpha^s | p_T \rangle = \\
&= \eta_\alpha u^T(p) T^{-1} \left[\gamma_\alpha F_1^s(Q^2) - \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta \eta^\beta F_2^s(Q^2) + \frac{1}{2M} q_\alpha \eta^\alpha F_3^s(Q^2) \right] T [\bar{u}(p')]^T = \\
&= u^T(p) \left[\gamma_\alpha^T F_1^s(Q^2) + \frac{1}{2M} (\gamma_\alpha^T \gamma_\beta^T - g_{\alpha\beta}) q^\beta - \frac{1}{2M} q_\alpha F_3^s(Q^2) \right] \cdot [\bar{u}(p')]^T = \\
&= \bar{u}(p') \left[\gamma_\alpha F_1^s(Q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^s(Q^2) - \frac{1}{2M} q_\alpha F_3^s(Q^2) \right] u(p) \quad \Rightarrow \quad F_3^s(Q^2) = 0
\end{aligned} \tag{1.83}$$

$$\begin{aligned}
\langle p' | A_\alpha^s | p \rangle &= \eta_\alpha \langle p'_T | A_\alpha^s | p_T \rangle = \\
&= \eta_\alpha u^T(p) T^{-1} \left[\gamma_\alpha \gamma_5 G_A^s(Q^2) - \frac{1}{M} q_\alpha \eta_\alpha \gamma_5 G_P^s(Q^2) + \frac{1}{2M} n_\alpha \eta_\alpha \gamma_5 G_T^s(Q^2) \right] T [\bar{u}(p')]^T = \\
&= u^T(p) \left[-\gamma_\alpha^T \gamma_5 G_A^s(Q^2) + \frac{1}{M} q_\alpha \gamma_5 G_P^s(Q^2) - \frac{1}{2M} n_\alpha \gamma_5 G_T^s(Q^2) \right] \cdot [\bar{u}(p')]^T = \\
&= \bar{u}(p') \left[\gamma_\alpha \gamma_5 G_A^s(Q^2) + \frac{1}{M} q_\alpha \gamma_5 G_P^s(Q^2) - \frac{1}{2M} n_\alpha \gamma_5 G_T^s(Q^2) \right] u(p) \Rightarrow G_T^s(Q^2) = 0 \quad (1.84)
\end{aligned}$$

Изотопическая инвариантность приводит к тому, что введенные выше формфакторы являются вещественными:

$$\begin{aligned}
\langle p' | V_\alpha^s | p \rangle &= [\langle p | V_\alpha^s | p' \rangle]^* = \left[\bar{u}(p) \left[\gamma_\alpha F_1^s(Q^2) - \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^s(Q^2) \right] u(p') \right]^+ = \\
&= \bar{u}(p') \left[\gamma_\alpha [F_1^s(Q^2)]^* + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta [F_2^s(Q^2)]^* \right] u(p) \Rightarrow [F_i^s(Q^2)]^* = F_i^s(Q^2), \quad i = 1, 2 \\
\langle p' | A_\alpha^s | p \rangle &= [\langle p | A_\alpha^s | p' \rangle]^* = \left[\bar{u}(p) \left[\gamma_\alpha \gamma_5 G_A^s(Q^2) - \frac{1}{M} q_\alpha \gamma_5 G_P^s(Q^2) \right] u(p') \right]^+ = \\
&\bar{u}(p') \left[\gamma_\alpha \gamma_5 [G_A^s(Q^2)]^* + \frac{1}{M} q_\alpha \gamma_5 [G_P^s(Q^2)]^* \right] u(p) \Rightarrow [G_A^s(Q^2)]^* = G_A^s(Q^2), [G_P^s(Q^2)]^* = G_P^s(Q^2)
\end{aligned}$$

Итак, матричные элементы “странных” токов имеют вид:

$$\begin{aligned}
\langle p' | V_\alpha^s | p \rangle &= \bar{u}(p') \left[\gamma_\alpha F_1^s(Q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^s(Q^2) \right] u(p) = \\
&= \bar{u}(p') \left[\gamma_\alpha G_M^s(Q^2) - \frac{n_\alpha}{2M} \cdot \frac{G_M^s(Q^2) - G_E^s(Q^2)}{1 + \tau} \right] u(p) \quad (1.85)
\end{aligned}$$

$$\langle p' | A_\alpha^s | p \rangle = \bar{u}(p') \left[\gamma_\alpha \gamma_5 G_A^s(Q^2) + \frac{1}{M} q_\alpha \gamma_5 G_P^s(Q^2) \right] u(p) \quad (1.86)$$

$$\text{где } G_M^s(Q^2) = F_1^s(Q^2) + F_2^s(Q^2), \quad G_E^s(Q^2) = F_1^s(Q^2) - \tau F_2^s(Q^2) \quad (1.87)$$

Завершающим этапом данного раздела станет установление явного вида матричного элемента нейтрального тока J_α^{NC} :

$${}_{n(p)} \langle p' | J_\alpha^{NC} | p \rangle_{n(p)} = {}_{n(p)} \langle p' | V_\alpha^3 - \frac{1}{2} V_\alpha^s - 2 \sin^2 \theta_W J_\alpha^{em} | p \rangle_{n(p)} - {}_{n(p)} \langle p' | A_\alpha^3 - \frac{1}{2} A_\alpha^s | p \rangle_{n(p)} \quad (1.88)$$

Из формул (1.10), (1.45) следует:

$${}_{n(p)} \langle p' | J_\alpha^{em} | p \rangle_{n(p)} = {}_{n(p)} \langle p' | V_\alpha^3 | p \rangle_{n(p)} + {}_{n(p)} \langle p' | V_\alpha^0 | p \rangle_{n(p)} \quad (1.89)$$

$${}_p \langle p' | V_\alpha^3 | p \rangle_p = -{}_n \langle p' | V_\alpha^3 | p \rangle_n = \frac{1}{2} [{}_p \langle p' | J_\alpha^{em} | p \rangle_p - {}_n \langle p' | J_\alpha^{em} | p \rangle_n] \quad (1.90)$$

Принимая во внимание (1.49) окончательно получим:

$$\begin{aligned}
{}_{p(n)} \langle p' | V_\alpha^{NC} | p \rangle_{p(n)} &= \bar{u}(p') \left[\gamma_\alpha F_1^{NC;p(n)}(Q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^{NC;p(n)}(Q^2) \right] u(p) = \\
&= \bar{u}(p') \left[\gamma_\alpha G_M^{NC;p(n)}(Q^2) - \frac{n_\alpha}{2M} \cdot \frac{G_M^{NC;p(n)}(Q^2) - G_E^{NC;p(n)}(Q^2)}{1 + \tau} \right] u(p) \quad (1.91)
\end{aligned}$$

$${}_{p(n)} \langle p' | A_\alpha^{NC} | p \rangle_{p(n)} = \bar{u}(p') \left[\gamma_\alpha \gamma_5 G_A^{NC;p(n)}(Q^2) + \frac{1}{M} q_\alpha \gamma_5 G_P^{NC;p(n)}(Q^2) \right] u(p) \quad (1.92)$$

$${}_{p(n)} \langle p' | J_\alpha^{NC} | p \rangle_{p(n)} = {}_{p(n)} \langle p' | V_\alpha^{NC} | p \rangle_{p(n)} - {}_{p(n)} \langle p' | A_\alpha^{NC} | p \rangle_{p(n)} \quad \text{где} \quad (1.93)$$

$$\begin{aligned}
F_i^{NC;p(n)}(Q^2) &= \pm \frac{1}{2} [F_i^p(Q^2) - F_i^n(Q^2)] - \frac{1}{2} F_i^s(Q^2) - 2 \sin^2 \theta_W F_i^{p(n)}(Q^2), \quad i = 1, 2 \\
G_M^{NC;p(n)}(Q^2) &= \pm \frac{1}{2} [G_M^p(Q^2) - G_M^n(Q^2)] - \frac{1}{2} G_M^s(Q^2) - 2 \sin^2 \theta_W G_M^{p(n)}(Q^2) \\
G_E^{NC;p(n)}(Q^2) &= \pm \frac{1}{2} [G_E^p(Q^2) - G_E^n(Q^2)] - \frac{1}{2} G_E^s(Q^2) - 2 \sin^2 \theta_W G_E^{p(n)}(Q^2) \\
G_A^{NC;p(n)}(Q^2) &= \pm \frac{1}{2} G_A(Q^2) - \frac{1}{2} G_A^s(Q^2), \quad G_P^{NC;p(n)}(Q^2) = \pm \frac{1}{2} G_P^{CC}(Q^2) - \frac{1}{2} G_P^s(Q^2)
\end{aligned}$$

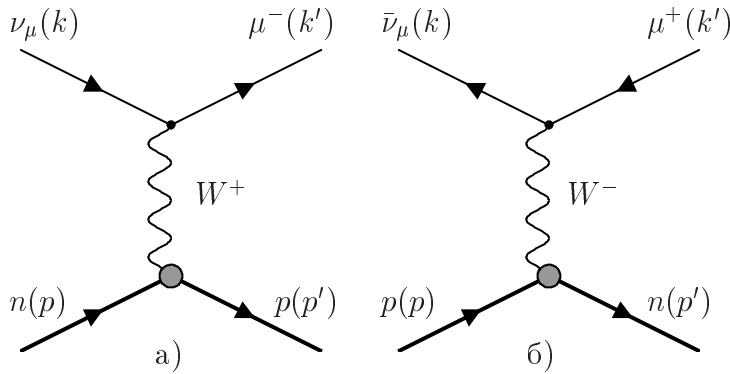
Осталось только установить связь между формфакторами заряженного тока $G_M^{CC}(Q^2)$ и $G_E^{CC}(Q^2)$ с электромагнитными формфакторами нуклонов. Объединяя формулы (1.50) и (1.90) получим:

$${}_p \langle p' | V_\alpha^{1+i2} | p \rangle_n = {}_p \langle p' | J_\alpha^{em} | p \rangle_p - {}_n \langle p' | J_\alpha^{em} | p \rangle_n \quad (1.94)$$

откуда следует, что

$$G_M^{CC}(Q^2) = G_M^p(Q^2) - G_M^n(Q^2), \quad G_E^{CC}(Q^2) = G_E^p(Q^2) - G_E^n(Q^2) \quad (1.95)$$

1.5. Квазиупругое рассеяние нейтрино на нуклонах



Матричные элементы процессов квазиупругого рассеяния, изображенных на рисунке 1.2 а) и б), даются формулами (1.34) и (1.35) соответственно, однако в дальнейшем множитель $(2\pi)^4 \delta(p' - p - q)$ будет вынесен из этого определения и записан в явном виде в выражении для сечения, которое имеет следующий общий вид [23]:

Рис. 1.2: а) $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$, б) $\bar{\nu}_\mu + n \rightarrow \mu^+ + p$.

$$d\sigma = \frac{1}{(2S_a + 1)(2S_b + 1)} \cdot \frac{1}{4\sqrt{(p_a \cdot p_b)^2 - p_a^2 p_b^2}} |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta(p_a + p_b - \sum_{i=1}^N k_i) \prod_{i=1}^N \frac{d\vec{k}_i}{(2\pi)^3 (2k_i^0)} \quad (1.96)$$

где S_a, S_b - спины сталкивающихся частиц a и b , N - число частиц с импульсами k_i в конечном состоянии, \mathcal{M} - матричный элемент процесса. Множители $1/(2S_a + 1)$ и $1/(2S_b + 1)$ отражают тот факт, что по поляризационным состояниям начальных частиц проводится не суммирование, а усреднение.

Легко видеть, что в нашем случае выражение для сечения в лабораторной системе координат приобретает вид:

$$d\sigma = \frac{|\mathcal{M}|^2}{8ME(2\pi)^2} \delta(p' - p - q) \frac{d\vec{p}'}{2p'_0} \frac{d\vec{k}'}{2E'} \quad (1.97)$$

Теперь перейдем к вычислению квадрата модуля матричного элемента. Однако предвари-

тельно вычислим два часто встречающихся выражения [17]:

$$\begin{aligned} Sp[\hat{k}'\gamma^\alpha\hat{k}\gamma^\beta] &= k'_\mu k_\nu Sp[\gamma^\mu\gamma^\alpha\gamma^\nu\gamma^\beta] = k'_\mu k_\nu Sp[2g^{\mu\alpha}\gamma^\nu\gamma^\beta - 2g^{\mu\nu}\gamma^\alpha\gamma^\beta + 2g^{\mu\beta}\gamma^\alpha\gamma^\nu - \gamma^\alpha\gamma^\nu\gamma^\beta\gamma^\mu] = \\ &= 4k'_\mu k_\nu (g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} + g^{\mu\beta}g^{\nu\alpha} - g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}) = 4(k'^\alpha k^\beta + k^\alpha k'^\beta - (k \cdot k')g^{\alpha\beta}) \equiv 4L^{\alpha\beta}(k, k') \end{aligned} \quad (1.98)$$

$$\begin{aligned} Sp[\hat{k}'\gamma^\alpha\hat{k}\gamma^\beta\gamma_5] &= k'_\mu k_\nu Sp[\gamma^\mu\gamma^\alpha\gamma^\nu\gamma^\beta\gamma_5] = -\varepsilon^{\mu\alpha\nu\beta} Sp[\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3\gamma_5] k'_\mu k_\nu = \\ &= -i\varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} Sp[\gamma_5\gamma_5] k'_\mu k_\nu = 4i\varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} k_\nu k'_\mu \equiv 4L_5^{\alpha\beta}(k, k') \end{aligned} \quad (1.99)$$

Лептонная часть процессов (1.34) и (1.35) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \bar{u}(k')\gamma^\alpha(1-\gamma_5)u(k)[\bar{u}(k')\gamma^\beta(1-\gamma_5)u(k)]^+ &= \bar{u}(k')\gamma^\alpha(1-\gamma_5)u(k)\bar{u}(k)\gamma^\beta(1-\gamma_5)u(k') = \\ &= Sp[(\hat{k}' + M)\gamma^\alpha(1-\gamma_5)\hat{k}\gamma^\beta(1-\gamma_5)] = 2Sp[(\hat{k}' + M)\gamma^\alpha\hat{k}\gamma^\beta(1-\gamma_5)] = \\ &= 2Sp[\hat{k}'\gamma^\alpha\hat{k}\gamma^\beta] - 2Sp[\hat{k}'\gamma^\alpha\hat{k}\gamma^\beta\gamma_5] = 8(L^{\alpha\beta}(k, k') - L_5^{\alpha\beta}(k, k')) \end{aligned} \quad (1.100)$$

$$\begin{aligned} \bar{v}(k)\gamma^\alpha(1-\gamma_5)v(k')[\bar{v}(k)\gamma^\beta(1-\gamma_5)v(k')]^+ &= \bar{v}(k)\gamma^\alpha(1-\gamma_5)v(k')\bar{v}(k')\gamma^\beta(1-\gamma_5)v(k) = \\ &= Sp[(\hat{k}' - M)\gamma^\beta(1-\gamma_5)\hat{k}\gamma^\alpha(1-\gamma_5)] = 2Sp[(\hat{k}' - M)\gamma^\beta\hat{k}\gamma^\alpha(1-\gamma_5)] = \\ &= 2Sp[\hat{k}'\gamma^\beta\hat{k}\gamma^\alpha] - 2Sp[\hat{k}'\gamma^\beta\hat{k}\gamma^\alpha\gamma_5] = 8(L^{\alpha\beta}(k, k') + L_5^{\alpha\beta}(k, k')) \end{aligned} \quad (1.101)$$

Из формулы (1.46) следует, что адронная часть матричного элемента в выражении (1.35) имеет такой же вид как и в (1.34). Поскольку

$$\begin{aligned} \frac{i}{2M}F_2^{CC}\bar{u}(p')[\sigma_{\alpha\beta}q^\beta]u(p) &= -\frac{1}{2M}F_2^{CC}\bar{u}(p')[p'^\beta(g_{\alpha\beta} - \gamma_\beta\gamma_\alpha) - p^\beta(\gamma_\alpha\gamma_\beta - g_{\alpha\beta})]u(p) = \\ &= -\frac{1}{2M}F_2^{CC}\bar{u}(p')[p'_\alpha + p_\alpha - 2M\gamma_\alpha]u(p) = \bar{u}(p')[\gamma_\alpha F_2^{CC} - \frac{n_\alpha}{2M}F_2^{CC}]u(p) \end{aligned}$$

то адронная часть $W_{\alpha\beta}(p, q)$ квадрата матричного элемента имеет вид:

$$\begin{aligned} W_{\alpha\beta}(p, q) &= \bar{u}(p')\left[\gamma_\alpha(F_1^{CC} + F_2^{CC}) - \frac{n_\alpha}{2M}F_2^{CC} - \gamma_\alpha\gamma_5G_A - \frac{1}{M}q_\alpha\gamma_5G_P^{CC}\right]u(p) \times \\ &\quad \times \left[\bar{u}(p')\left[\gamma_\beta(F_1^{CC} + F_2^{CC}) - \frac{n_\beta}{2M}F_2^{CC} - \gamma_\beta\gamma_5G_A - \frac{1}{M}q_\beta\gamma_5G_P^{CC}\right]u(p)\right]^+ = \\ &= \bar{u}(p')\left[\gamma_\alpha(F_1^{CC} + F_2^{CC}) - \frac{n_\alpha}{2M}F_2^{CC} - \gamma_\alpha\gamma_5G_A - \frac{1}{M}q_\alpha\gamma_5G_P^{CC}\right]u(p) \times \\ &\quad \times \bar{u}(p)\left[\gamma_\beta(F_1^{CC} + F_2^{CC}) - \frac{n_\beta}{2M}F_2^{CC} - \gamma_\beta\gamma_5G_A + \frac{1}{M}q_\beta\gamma_5G_P^{CC}\right]u(p') = \\ &= Sp\left[\left[\gamma_\alpha(F_1^{CC} + F_2^{CC}) - \frac{n_\alpha}{2M}F_2^{CC} - \gamma_\alpha\gamma_5G_A - \frac{1}{M}q_\alpha\gamma_5G_P^{CC}\right](\hat{p} + M) \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[\gamma_\beta(F_1^{CC} + F_2^{CC}) - \frac{n_\beta}{2M}F_2^{CC} - \gamma_\beta\gamma_5G_A + \frac{1}{M}q_\beta\gamma_5G_P^{CC}\right](\hat{p}' + M)\right] = \\ &= (F_1^{CC} + F_2^{CC})^2 Sp[\gamma_\alpha(\hat{p} + M)\gamma_\beta(\hat{p}' + M)] + \\ &\quad - \frac{1}{2M}F_2^{CC}(F_1^{CC} + F_2^{CC})[n_\beta Sp[\gamma_\alpha(\hat{p} + M)(\hat{p}' + M)] + n_\alpha Sp[(\hat{p} + M)\gamma_\beta(\hat{p}' + M)]] + \\ &\quad - G_A(F_1^{CC} + F_2^{CC})[Sp[\gamma_\alpha(\hat{p} + M)\gamma_\beta\gamma_5(\hat{p}' + M)] + Sp[\gamma_\alpha\gamma_5(\hat{p} + M)\gamma_\beta(\hat{p}' + M)]] + \\ &\quad + \frac{n_\alpha n_\beta}{4M^2}(F_2^{CC})^2 Sp[(\hat{p} + M)(\hat{p}' + M)] + \\ &\quad + (G_A)^2 Sp[\gamma_\alpha\gamma_5(\hat{p} + M)\gamma_\beta\gamma_5(\hat{p}' + M)] + \\ &\quad + \frac{1}{M}G_P^{CC}G_A[q_\alpha Sp[\gamma_5(\hat{p} + M)\gamma_\beta\gamma_5(\hat{p}' + M)] - q_\beta Sp[\gamma_\alpha\gamma_5(\hat{p} + M)\gamma_5(\hat{p}' + M)]] + \\ &\quad - \frac{q_\alpha q_\beta}{M^2}(G_P^{CC})^2 Sp[\gamma_5(\hat{p} + M)\gamma_5(\hat{p}' + M)] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 4 \left[(F_1^{CC} + F_2^{CC})^2 \left[p_\alpha p'_\beta + p_\beta p'_\alpha - g_{\alpha\beta} ((p \cdot p') - M^2) \right] + \right. \\
&\quad + n_\alpha n_\beta F_2^{CC} \left[\frac{(p \cdot p') + M^2}{4M^2} F_2^{CC} - (F_1^{CC} + F_2^{CC}) \right] + (G_A)^2 \left[p_\alpha p'_\beta + p_\beta p'_\alpha - g_{\alpha\beta} ((p \cdot p') + M^2) \right] + \\
&\quad \left. - 2q_\alpha q_\beta G_P^{CC} \left[G_A + \frac{M^2 - (p \cdot p')}{2M^2} G_P^{CC} \right] - 2i G_A (F_1^{CC} + F_2^{CC}) \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} p^\mu p'^\nu \right] \quad (1.102)
\end{aligned}$$

Теперь вернемся к выражению для сечения рассеяния (1.97). Поскольку $\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x)$, то

$$\begin{aligned}
\int \delta(p' - p - q) \frac{d\vec{p}'}{p'_0} &= \int \delta(p' - p - q) \delta(p'_0 - \sqrt{M^2 + \vec{p}'^2}) \frac{d\vec{p}'}{p'_0} = \\
&= 2\delta \left[2p'_0 (p'_0 - \sqrt{M^2 + \vec{p}'^2}) \right] = 2\delta(p_0'^2 - M^2 - \vec{p}'^2) = 2\delta(p'^2 - M^2) = \\
&= 2\delta(2(p \cdot q) - Q^2) = \delta(M\nu - \frac{Q^2}{2}) = \frac{1}{M} \delta(\nu - \frac{Q^2}{2M}), \quad \text{где } \nu = E - E' \quad (1.103)
\end{aligned}$$

Так как $Q^2 = -q^2 = -m^2 + 2(k \cdot k') = -m^2 + 2(E E' - E |\vec{k}'| \cos \theta)$, где m - масса лептона, θ - угол между векторами \vec{k} и \vec{k}' , то

$$dQ^2 d\nu = \left| \frac{\partial(Q^2, \nu)}{\partial(\theta, E')} \right| d\theta dE' = 2E |\vec{k}'| \sin \theta d\theta dE' \quad (1.104)$$

Принимая во внимание, что $|\vec{k}'| d\vec{k}' = E' dE'$, окончательно найдем:

$$\begin{aligned}
d\sigma &= \frac{|\mathcal{M}|^2}{8M^2 E (2\pi)^2} \delta(\nu - \frac{Q^2}{2M}) \frac{d\vec{k}'}{4E'} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{16\pi M^2 E} \delta(\nu - \frac{Q^2}{2M}) \cdot \frac{|\vec{k}'|^2 d|\vec{k}'| \sin \theta d\theta}{4E'} = \\
&= \frac{|\mathcal{M}|^2}{128\pi M^2 E^2} \delta(\nu - \frac{Q^2}{2M}) 2E |\vec{k}'| dE' \sin \theta d\theta = \frac{|\mathcal{M}|^2}{128\pi M^2 E^2} dQ^2 \quad (1.105)
\end{aligned}$$

Поскольку дельта-функция определяет связь между ν и Q^2 , то динамические инварианты в лабораторной системе координат можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}
2M\nu &= 2M(E - E') = Q^2 = 2MyE, \quad y = (E - E')/E \\
(p \cdot k) &= ME \\
(p \cdot k') &= ME' = ME(1 - y) \\
(p' \cdot k) &= (k, k + p - k') = ME - (k \cdot k') = ME(1 - y) - m^2/2 \\
(p' \cdot k') &= (p \cdot k) - m^2/2 = ME - m^2/2 \\
(p \cdot p') &= (p, p + k - k') = M(M + E - E') = M(M + yE) \\
(k \cdot k') &= -(k \cdot q) = (Q^2 + m^2)/2 = MyE + m^2/2 \\
(k' \cdot q) &= (k \cdot k') - m^2 = MEy - m^2/2
\end{aligned}$$

С учетом этого выражение (1.102) принимает вид:

$$\begin{aligned}
W_{\alpha\beta}(p, q) &= 4 \left[(F_1^{CC} + F_2^{CC})^2 \left[p_\alpha p'_\beta + p_\beta p'_\alpha - g_{\alpha\beta} ((p \cdot p') - M^2) \right] + \right. \\
&\quad + n_\alpha n_\beta F_2^{CC} \left[\frac{\tau - 1}{2} F_2^{CC} - F_1^{CC} \right] + (G_A)^2 \left[p_\alpha p'_\beta + p_\beta p'_\alpha - g_{\alpha\beta} ((p \cdot p') + M^2) \right] + \\
&\quad \left. - 2q_\alpha q_\beta G_P^{CC} \left[G_A - \tau G_P^{CC} \right] - 2i G_A (F_1^{CC} + F_2^{CC}) \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} p^\mu p'^\nu \right] = \\
&= 4 \left[(G_M^{CC})^2 \left[p_\alpha p'_\beta + p_\beta p'_\alpha - g_{\alpha\beta} ((p \cdot p') - M^2) \right] + (G_A)^2 \left[p_\alpha p'_\beta + p_\beta p'_\alpha - g_{\alpha\beta} ((p \cdot p') + M^2) \right] + \right. \\
&\quad \left. + n_\alpha n_\beta \frac{(G_E^{CC})^2 - (G_M^{CC})^2}{2(1 + \tau)} - 2q_\alpha q_\beta G_P^{CC} \left[G_A - \tau G_P^{CC} \right] - 2i G_A G_M^{CC} \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} p^\mu p'^\nu \right] \quad (1.106)
\end{aligned}$$

Используя результаты (1.100), (1.101) и (1.106) получим:

$$\begin{aligned}
&8[L^{\alpha\beta}(k, k') \mp L_5^{\alpha\beta}(k, k')]W_{\alpha\beta}(p, q) = \\
&= 64 \left[(F_1^{CC} + F_2^{CC})^2 \left[(p \cdot k')(p' \cdot k) + (p \cdot k)(p' \cdot k') - M^2(k \cdot k') \right] + \right. \\
&\quad + F_2^{CC} \left[\frac{yE - 2M}{4M} F_2^{CC} - F_1^{CC} \right] \cdot \left[[(p \cdot k) + (p' \cdot k)][(p' \cdot k') + (p \cdot k')] - (k \cdot k')[M^2 + (p \cdot p')] \right] + \\
&\quad + (G_A)^2 \left[(p \cdot k')(p' \cdot k) + (p \cdot k)(p' \cdot k') + M^2(k \cdot k') \right] + \\
&\quad - 2G_P^{CC} \left[G_A - \frac{yE}{2M} G_P^{CC} \right] \cdot \left[(k \cdot q)(k' \cdot q) - \frac{q^2}{2}(k \cdot k') \right] + \\
&\quad \left. \pm 2G_A(F_1^{CC} + F_2^{CC}) \left[(p \cdot k)(p' \cdot k') - (p' \cdot k)(p \cdot k') \right] \right] \quad (1.107)
\end{aligned}$$

После несложных математических преобразований получим окончательное выражение:

$$\begin{aligned}
&8[L^{\alpha\beta}(k, k') \mp L_5^{\alpha\beta}(k, k')]W_{\alpha\beta}(p, q) = \\
&= 128M^2 E^2 \left[(F_1^{CC})^2 \left[1 - y \left[1 + \frac{M}{2E} \right] + \frac{y^2}{2} - \frac{m^2}{2ME} \left[1 - \frac{y}{2} + \frac{M}{2E} \right] \right] + \right. \\
&\quad + (F_2^{CC})^2 \left[\frac{y^2}{4} + \frac{yE}{2M} (1 - y) - \frac{m^2}{4M^2} \left[y \left(1 - \frac{y}{4} \right) + \frac{m^2}{4E^2} \left(1 - \frac{yE}{2M} \right) \right] \right] + \\
&\quad + F_1^{CC} F_2^{CC} \left[y^2 + \frac{m^2}{4ME} \left[y - \frac{m^2}{2ME} \right] \right] + \\
&\quad + (G_A)^2 \left[1 - y \left[1 - \frac{M}{2E} \right] + \frac{y^2}{2} - \frac{m^2}{2ME} \left[1 - \frac{y}{2} - \frac{M}{2E} \right] \right] + \\
&\quad - 2G_P^{CC} \left[G_A - \frac{yE}{2M} G_P^{CC} \right] \frac{m^2}{4ME} \left[y + \frac{m^2}{2ME} \right] + \\
&\quad \left. \pm 2G_A(F_1^{CC} + F_2^{CC}) y \left[1 - \frac{y}{2} - \frac{m^2}{4ME} \right] \right] \quad (1.108)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{\nu(\bar{\nu})}^{CC}}{dQ^2} &= \frac{G_F^2}{2\pi} \left[(F_1^{CC})^2 \left[1 - y \left[1 + \frac{M}{2E} \right] + \frac{y^2}{2} - \frac{m^2}{2ME} \left[1 - \frac{y}{2} + \frac{M}{2E} \right] \right] + \right. \\
&\quad + (F_2^{CC})^2 \left[\frac{y^2}{4} + \frac{yE}{2M} (1 - y) - \frac{m^2}{4M^2} \left[y \left(1 - \frac{y}{4} \right) + \frac{m^2}{4E^2} \left(1 - \frac{yE}{2M} \right) \right] \right] + \\
&\quad + F_1^{CC} F_2^{CC} \left[y^2 + \frac{m^2}{4ME} \left[y - \frac{m^2}{2ME} \right] \right] + \\
&\quad + (G_A)^2 \left[1 - y \left[1 - \frac{M}{2E} \right] + \frac{y^2}{2} - \frac{m^2}{2ME} \left[1 - \frac{y}{2} - \frac{M}{2E} \right] \right] + \\
&\quad - G_P^{CC} G_A \frac{m^2}{2ME} \left[y + \frac{m^2}{2ME} \right] + (G_P^{CC})^2 \frac{m^2}{4M^2} y \left[y + \frac{m^2}{2ME} \right] + \\
&\quad \left. \pm 2G_A (F_1^{CC} + F_2^{CC}) y \left[1 - \frac{y}{2} - \frac{m^2}{4ME} \right] \right] = \tag{1.109}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{G_F^2}{2\pi} \left[(G_M^{CC})^2 \left[1 - y \left[1 + \frac{M}{2E} \right] + \frac{y^2}{2} - \frac{m^2}{2ME} \left[1 - \frac{y}{2} + \frac{M}{2E} \right] \right] + \right. \\
&\quad + \frac{(G_E^{CC})^2 - (G_M^{CC})^2}{1 + \frac{yE}{2M}} \cdot \left[1 - y \left[1 + \frac{M}{2E} \right] - \frac{m^2}{2ME} \left[1 + \frac{M}{2E} - \frac{y}{4} - \frac{m^2}{8ME} \right] \right] + \\
&\quad + (G_A)^2 \left[1 - y \left[1 - \frac{M}{2E} \right] + \frac{y^2}{2} - \frac{m^2}{2ME} \left[1 - \frac{y}{2} - \frac{M}{2E} \right] \right] + \\
&\quad - G_P^{CC} G_A \frac{m^2}{2ME} \left[y + \frac{m^2}{2ME} \right] + (G_P^{CC})^2 \frac{m^2}{4M^2} y \left[y + \frac{m^2}{2ME} \right] + \\
&\quad \left. \pm 2G_A G_M^{CC} y \left[1 - \frac{y}{2} - \frac{m^2}{4ME} \right] \right] \tag{1.110}
\end{aligned}$$

В формуле (1.110) учитывается вклад от псевдоскалярного форм-фактора G_P^{CC} . В этом состоит основное отличие от работы [17], где пренебрегается массой вылетающего лептона. Если положить $m = 0$, то выражение (1.110) будет полностью соответствовать аналогичному из [17]. Если произвести замену $G^{CC} \rightarrow G^{NC}$ и $m \rightarrow 0$, то выражение (1.110) будет описывать случай упругого рассеяния. Автору известна лишь одна работа, где не пренебрегается массой лептона [24]. Однако в соответствующей работе коэффициент при $G_A G_P^{CC}$ отличается от вычисленного здесь.

1.6. Кинематика квазиупругого рассеяния нейтрино

В настоящей главе мы конспективно изложим кинематику процесса $A + B \rightarrow C + D$. Наибольший интерес представляют моменты, связанные с вычислением полного сечения рассеяния. Более полное изложение приведено, например, в [25].

Мы будем рассматривать рассеяние (анти)нейтрино на покоящемся нуклоне. Пусть m - масса вылетающего лептона, m_i и m_f - масса начального и конечного адрона. Кинематика задачи определяется законами сохранения энергии-импульса, которые в лабораторной системе координат имеют следующий вид:

$$\begin{cases} E + m_i = E' + E_f \\ \vec{k} = \vec{k}' + \vec{p}' \end{cases} \Rightarrow E + m_i = \sqrt{m^2 + k'^2} + \sqrt{m_f^2 + E^2 - 2Ek' \cos \theta + k'^2}, \quad (1.111)$$

где $k' \equiv |\vec{k}'|$, E_f - энергия адрона в конечном состоянии.

Уравнение (1.111) можно переписать в следующем виде:

$$Ek' \cos \theta = E'(E + m_i) - \sqrt{s}E_\ell, \quad \text{где } s = m_i^2 + 2m_iE, \quad E_\ell = \frac{s + m^2 - m_f^2}{2\sqrt{s}} \quad (1.112)$$

Величина E_ℓ здесь есть не что иное, как энергия лептона в системе центра масс. Формальное решение уравнения относительно k' или E' имеет следующий вид:

$$k'_{1,2} = \frac{\sqrt{s}E_\ell E \cos \theta \pm (E + m_i) \sqrt{s(E_\ell^2 - m^2) - m^2 E^2 \sin^2 \theta}}{(E + m_i)^2 - E^2 \cos^2 \theta} \quad (1.113)$$

$$E'_{1,2} = \frac{\sqrt{s}E_\ell(E + m_i) \pm E \cos \theta \sqrt{s(E_\ell^2 - m^2) - m^2 E^2 \sin^2 \theta}}{(E + m_i)^2 - E^2 \cos^2 \theta} \quad (1.114)$$

Из уравнения (1.113) видно, что при $\cos \theta = -1$ и $E \rightarrow \infty$ минимальный возможный импульс лептона стремится к константе $k'_1 \rightarrow (m_i^2 - m^2)/2m_i$. Можно также заметить, что энергетический порог реакции E_{min} определяется из соотношения $E_\ell = m$ и равен:

$$E_{min} = \frac{(m + m_f)^2 - m_i^2}{2m_i} \quad (1.115)$$

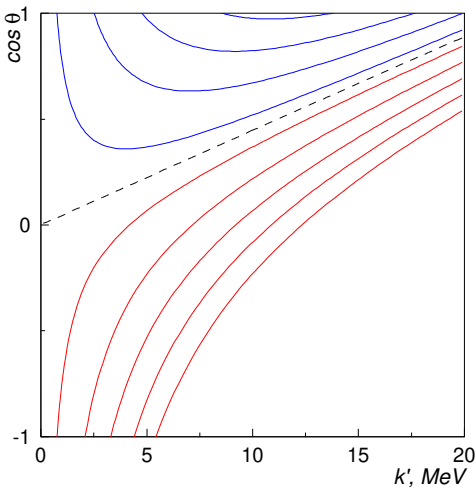


Рис. 1.3: Зависимость $\cos \theta$ от k' , построенная для различных значений энергии нейтрино E .

В зависимости от энергии нейтрино E возможны два случая:

1. $s(E_\ell^2 - m^2) \geq m^2 E^2$

Тогда $0 \leq \theta \leq \pi$ и каждому значению $\cos \theta$ соответствует одно значение импульса (а соответственно и энергии) вылетающего лептона: $k' = k'_1 (E' = E'_1)$.

2. $s(E_\ell^2 - m^2) < m^2 E^2$

Тогда $0 \leq \theta \leq \arcsin \frac{\sqrt{s(E_\ell^2 - m^2)}}{mE}$ и уравнение (1.112)

при каждом значении $\cos \theta$ имеет два решения:

$$k' = k'_{1,2} (E' = E'_{1,2}).$$

Рисунок (1.3) представляет хорошую иллюстрацию сказанного выше.

Граничное значение энергии, разделяющее эти два случая, есть решение уравнения (1.111) при $k' = 0$:

$$E(k' = 0) = \frac{m_f^2 - (m_i - m)^2}{2(m_i - m)} = \frac{m_i(m - \omega_\ell)}{m_i - m}, \quad \text{где} \quad \omega_\ell = \frac{m^2 + m_i^2 - m_f^2}{2m_i} \quad (1.116)$$

Из закона сохранения энергии следует, что энергия нейтрино E , необходимая для образования лептона с импульсом k' , вылетающего под углом θ к направлению нейтрино, равна:

$$E = E' \frac{1 - \omega_\ell/E'}{1 - \frac{E' - k' \cos \theta}{m_i}} \quad (1.117)$$

Теперь определим границы изменения Q^2 при заданном значении энергии налетающего нейтрино. С учетом законов сохранения,

$$Q^2 = 2m_i(E - \sqrt{m^2 + k'^2}) + m_i^2 - m_f^2 \quad (1.118)$$

Видно, что

$$\begin{cases} E \leq E(k' = 0), & E - \sqrt{m^2 + k_1'^2}(\theta = 0) \leq \frac{Q^2 - m_i^2 + m_f^2}{2m_i} \leq E - \sqrt{m^2 + k_2'^2}(\theta = 0) \\ E > E(k' = 0), & E - \sqrt{m^2 + k_1'^2}(\theta = 0) \leq \frac{Q^2 - m_i^2 + m_f^2}{2m_i} \leq E - \sqrt{m^2 + k_1'^2}(\theta = \pi) \end{cases} \quad (1.119)$$

На рисунке (1.4) показана зависимость границ области изменения Q^2 от энергии нейтрино в случае $\nu_\mu + n \rightarrow \mu + p$.

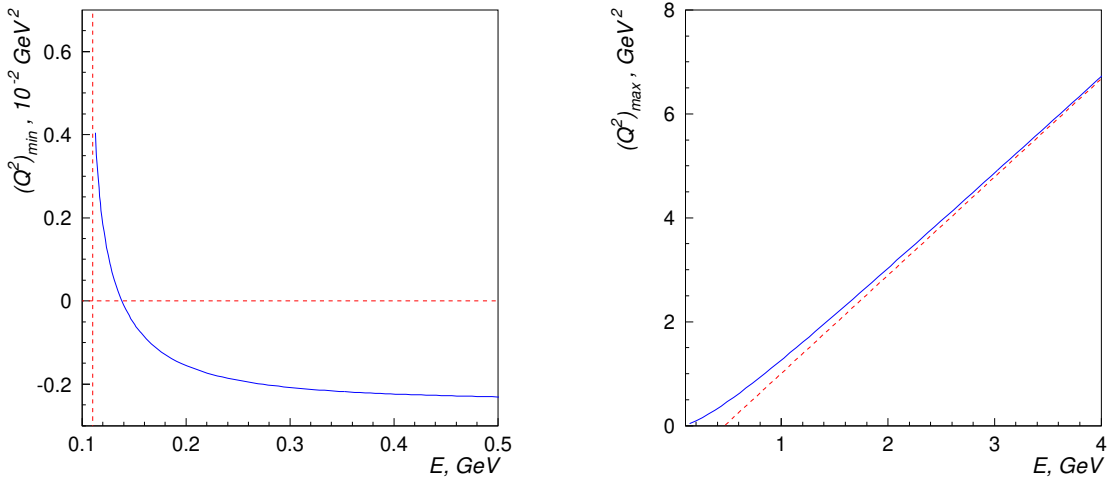


Рис. 1.4: Область изменения Q^2 как функция энергии нейтрино.

В таблице (1.1) приведены численные значения пороговой энергии реакции E_{min} , ω_ℓ и решение уравнения (1.111) при $k' = 0$.

Следует отметить, что для $\nu_e + n \rightarrow e^- + p$ угол вылета $0 \leq \theta \leq \pi$ вне зависимости от энергии нейтрино, в то время как для $\nu_\tau(\bar{\nu}_\tau)$ при любых (сколь угодно высоких) энергиях существует ограничение на интервал θ (случай 2).

Таблица 1.1: Кинематические параметры квазиупругого рассеяния.

N	тип реакции	E_{min} , MeB	ω_ℓ , MeB	$E(k' = 0)$, MeB
1	$\nu_e + n \rightarrow e^- + p$	0.0	1.292584	нет решения
2	$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$	1.806056	-1.294087	1.806057
3	$\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$	110.161316	7.233324	110.895721
4	$\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$	113.047256	4.654842	113.820786
5	$\nu_\tau + n \rightarrow \tau^- + p$	3453.768555	1681.769531	нет решения
6	$\bar{\nu}_\tau + p \rightarrow \tau^+ + n$	3463.566895	1681.499146	нет решения

1.7. Параметризация форм-факторов

В этом разделе мы приведем используемую параметризацию форм-факторов. При численном вычислении сечений были использованы эмпирические фиты для электромагнитных форм-факторов нуклонов из работы [26]:

$$G_E^p(Q^2) = \frac{1}{1 + 0.62Q + 0.68Q^2 + 2.80Q^3 + 0.83^4} \quad (1.120)$$

$$G_M^p(Q^2) = \frac{\mu_p}{1 + 0.35Q + 2.44Q^2 + 0.50Q^3 + 1.04^4 + 0.34Q^5} \quad (1.121)$$

$$G_E^n(Q^2) = \frac{-a\mu_n\tau}{1 + b\tau} \frac{1}{(1 + Q^2/0.71)^2} \quad \tau = \frac{Q^2}{4m_n^2} \quad a = 1.25 \pm 0.13 \quad b = 18.3 \pm 3.4 \quad (1.122)$$

$$G_M^n(Q^2) = \frac{\mu_n}{1 - 1.74Q + 9.29Q^2 - 7.63Q^3 + 4.63Q^4} \quad (1.123)$$

где $\mu_n = -1.913$, $\mu_p = 2.793$ - магнитные моменты нейтрона и протона в единицах ядерного магнетона.

Для аксиального G_A и псевдоскалярного G_P^{CC} форм-факторов использовалась следующая параметризация [24]:

$$G_A(Q^2) = \frac{G_A(0)}{(1 + Q^2/M_A^2)^2} \quad G_P^{CC}(Q^2) = \frac{2m_n^2}{m_\pi^2 + Q^2} G_A(Q^2) \quad (1.124)$$

где $G_A(0) = 1.23$, $M_A = 1.01 \text{ GeV}$, $m_\pi = 0.14 \text{ GeV}$.

На рисунке (1.5) показан общий вид форм-факторов, фигурирующих в дифференциальном сечении (1.110).

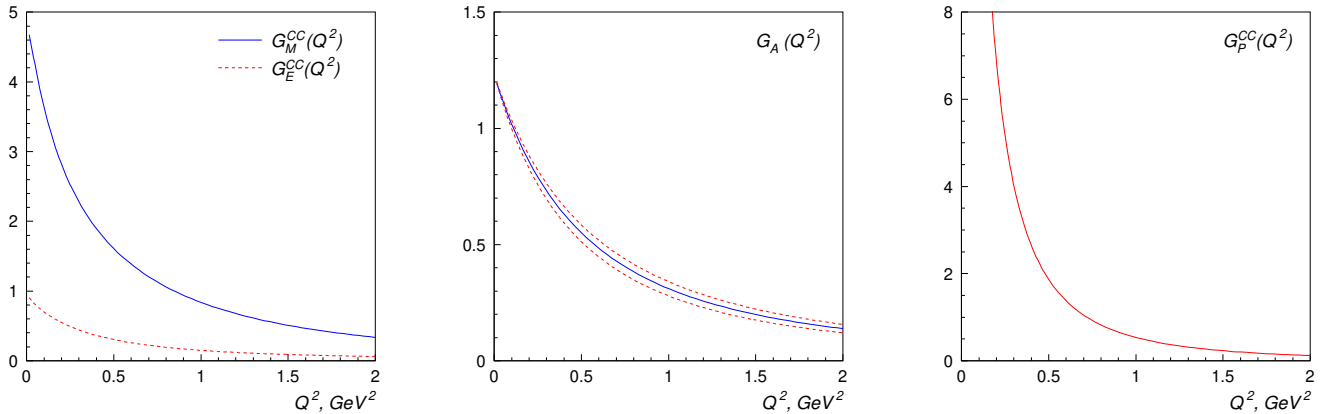


Рис. 1.5: Формфакторы процессов квазиупругого рассеяния. Штриховые линии аксиального форм-фактора G_A соответствуют значению $M_A = 0.91, 1.11 \text{ GeV}$.

1.8. Полное сечение квазиупругих процессов

Теперь численно проинтегрируем выражение для дифференциального сечения квазиупругих процессов (1.110) по области Q^2 , заданной формулой (1.119). Полученный результат представлен на рисунке (1.6). Хорошо видна неопределенность в сечении, связанная с недостаточной точностью задания параметра $M_A = 1.01 \pm 0.1$.

На рисунке (1.7) приведены имеющиеся экспериментальные данные.

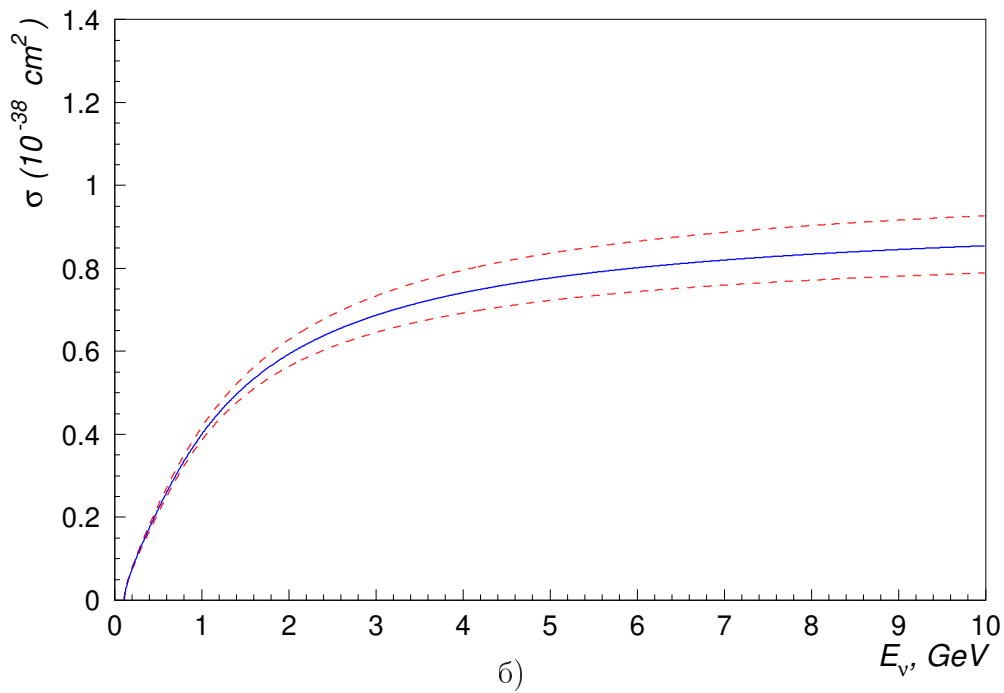
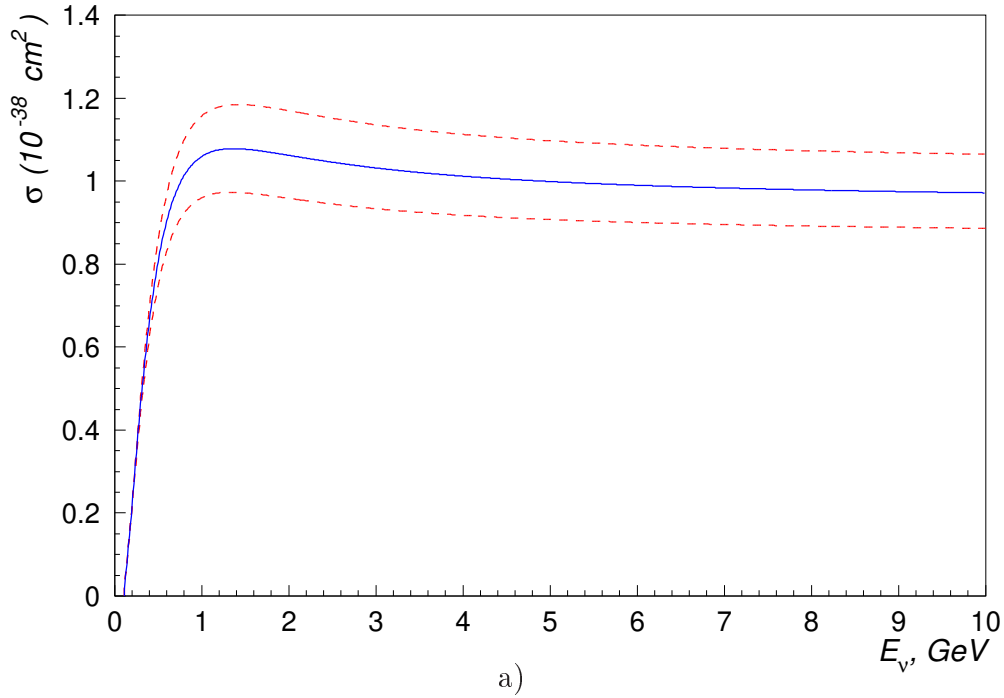
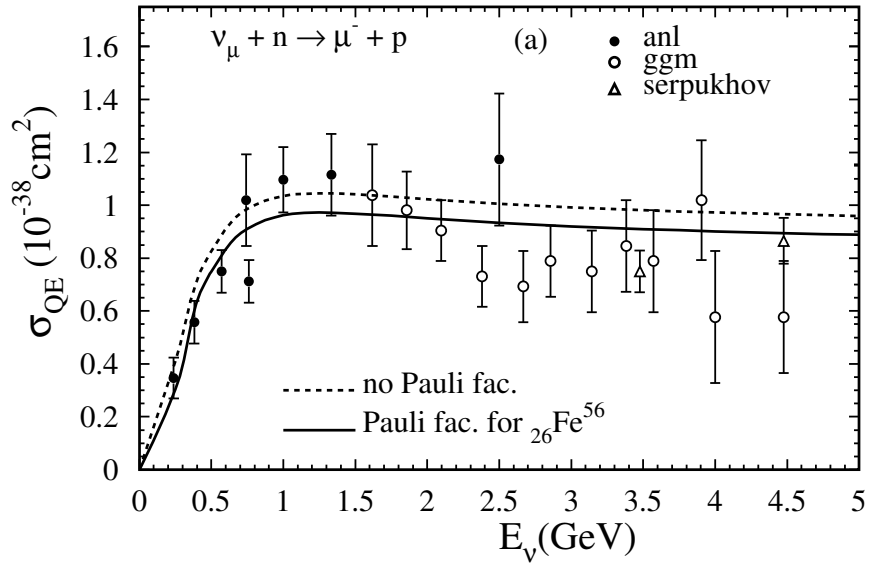
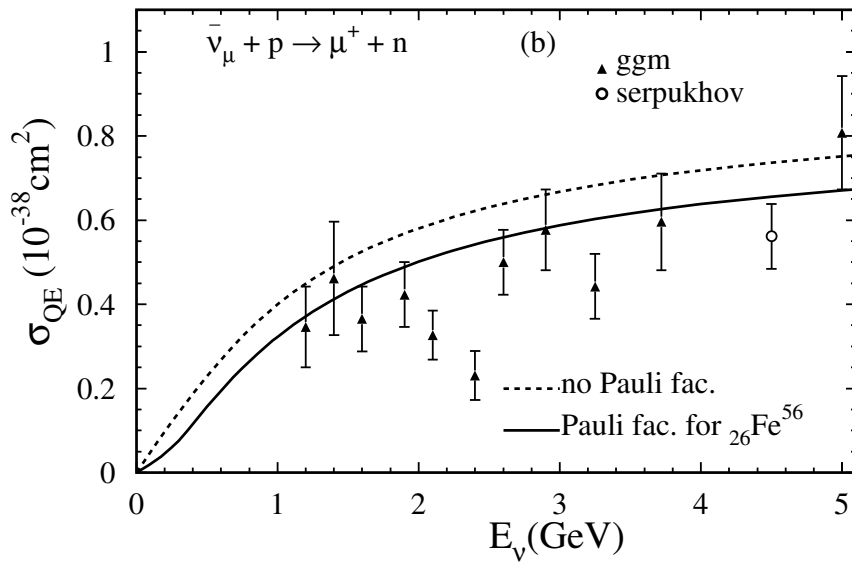


Рис. 1.6: Полное сечение процессов: а) $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ б) $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$. Штриховые линии соответствуют вариации параметра $M_A = 1.01 \pm 0.1$ GeV: с ростом M_A наблюдается рост полного сечения процесса.



a)



б)

Рис. 1.7: Полное сечение процессов: а) $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ б) $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$. Данные экспериментов ANL, GGM и Серпуховского ускорителя. Взято из [24]

Выводы

В данной главе мы подробно рассмотрели формализм (квази)упругого рассеяния (анти)нейтрино на свободных нуклонах в рамках Стандартной модели. Были получены выражения для дифференциального сечения рассеяния, учитывающие вклад псевдоскалярного форм-фактора и массу конечного лептона. Приведено описание кинематики процессов и определены границы изменения кинематических параметров в зависимости от начальных условий. Методом численного интегрирования получен окончательный результат для полного сечения квазиупругих процессов при заданной параметризации форм-факторов нуклонов.

В следующей части мы опишем экспериментальную установку NOMAD и ее возможности для изучения нейтринных взаимодействий.

Глава 2

Эксперимент NOMAD

2.1. Основная идея эксперимента

Главной целью эксперимента NOMAD (Neutrino Oscillation MAgnetic Detector, WA-96) является поиск появления тау-нейтрино (ν_τ) в пучке широкого спектра от ускорителя SPS в CERN, состоящим преимущественно из ν_μ .

Детектор NOMAD¹ был сконструирован для измерения и идентификации частиц, как заряженных, так и нейтральных, рождающихся в нейтринных взаимодействиях внутри установки. Активная часть детектора представляет собой набор дрейфовых камер с суммарной эффективной массой 2,7 тонны и низкой средней плотностью (98,6 кг/м³). Детектор находится внутри магнита, обеспечивающего магнитное поле 0,4 Т, которое служит для определения импульсов заряженных частиц по кривизне их траекторий, имеющих минимальные искажения, возникающих из-за многократного рассеяния. За набором дрейфовых камер следует детектор переходного излучения для идентификации электронов, электромагнитный и адронный калориметры и система мюонных камер.

За четыре года набора данных в эксперименте NOMAD было зарегистрировано около 2,5 миллионов ν_μ взаимодействий по каналу заряженного тока.

Предложенный метод проведения эксперимента является дополнительным по отношению к методике использования ядерных эмульсий для обнаружения τ^- распадов, выбранной коллаборацией CHORUS.

Детектор NOMAD удовлетворяет следующим требованиям (необходимые условия для поиска распадов τ^- -лептона):

- обеспечивает высокую эффективность и точность восстановления импульсов заряженных частиц ($\Delta p/p = 3, 5\%$);
- идентифицирует мюоны, электроны и фотоны с высокой эффективностью и хорошей чистотой.

Кроме поиска нейтринных осцилляций, данные, накопленные в эксперименте NOMAD (большая статистика в детекторе с плотностью водородной пузырьковой камеры), представляют огромный интерес для измерения выходов странных и очарованных частиц, поляризации Λ и $\bar{\Lambda}$ гиперонов, выделения и измерения сечения (квази)упругих событий.

¹Для подготовки данной главы использовалась кандидатская диссертация [27].

2.2. Детектор и пучок нейтрино

Детектор NOMAD показан схематически на рис. 2.1 (вид сбоку) и рис. 2.2 (вид сверху). Он состоит из набора поддетекторов, которые располагаются внутри магнита объемом $7,5 \times 3,5 \times 3,5$ м³. Магнитное поле горизонтально, перпендикулярно направлению нейтринного пучка и имеет величину 0,4 Т.

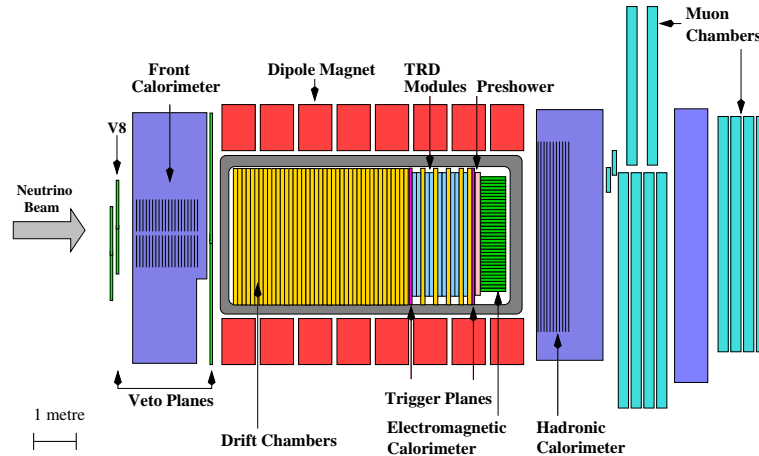


Рис. 2.1: Детектор NOMAD (вид сбоку)

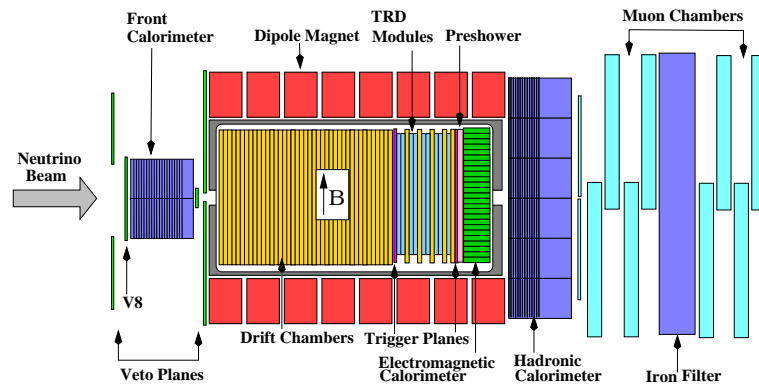


Рис. 2.2: Детектор NOMAD (вид сверху)

Система координат детектора определена следующим образом (см. рис. 2.1): ось X направлена вглубь рисунка и совпадает с направлением магнитного поля, ось Y направлена вверх, а ось Z горизонтальна и дополняет систему до правой, приблизительно совпадая с направлением нейтринного пучка. Надо отметить, что пучок нейтрино составляет угол $42,5278$ мрад (или $2^{\circ}26'12''$) с осью Z в YZ плоскости. Для анализа будет использована система координат, в которой ось Z совпадает с направлением нейтринного пучка.

2.2.A Пучок нейтрино

Детектор NOMAD находится в западной зоне CERN (WANF) и подвергается воздействию пучка нейтрино широкого спектра от ускорителя SPS. Этот пучок был специально оптимизирован для экспериментов NOMAD и CHORUS. Схематический вид основных элементов, служащих для создания нейтринного пучка, приведен на рис. 2.3.

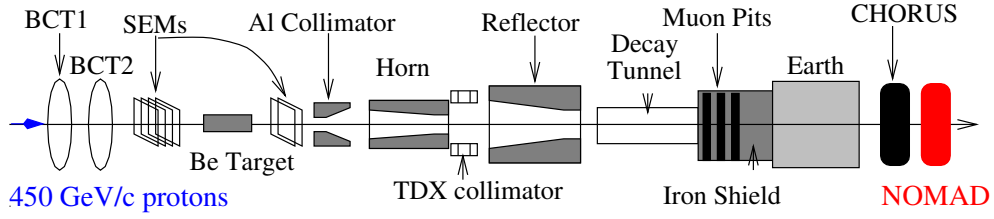


Рис. 2.3: Схематический вид основных элементов, служащих для создания нейтринного пучка.

Нейтрино образуются в распадах вторичных π и K мезонов, возникающих при взаимодействиях 450 ГэВ протонов с бериллиевой мишенью. Вторичные пионы и каоны фокусируются парой коаксиальных магнитных линз в вакуумный распадный канал длиной 290 м. Железная и земляная защита позволяют поглотить мюоны и адроны.

Детектор NOMAD (CHORUS) расположен на расстоянии 835 м (823 м) от мишени. Среднее расстояние от точки распада адронов до установки NOMAD - 620 м.

Цикл ускорителя SPS повторяется каждые 14,4 с. Протоны извлекаются из ускорителя за два 4 мс сброса, разделенных промежутком 2,6 с. После оптимизации пучка была достигнута рекордная интенсивность: до $1,5 \times 10^{13}$ протонов в каждом из сбросов.

На рис. 2.4 показан расчетный энергетический спектр и состав нейтринного пучка, полученный с помощью детального GEANT моделирования распадного канала. Поток нейтрино дается в расчете на 10^9 протонов на мишень (protons on target - p.o.t.).

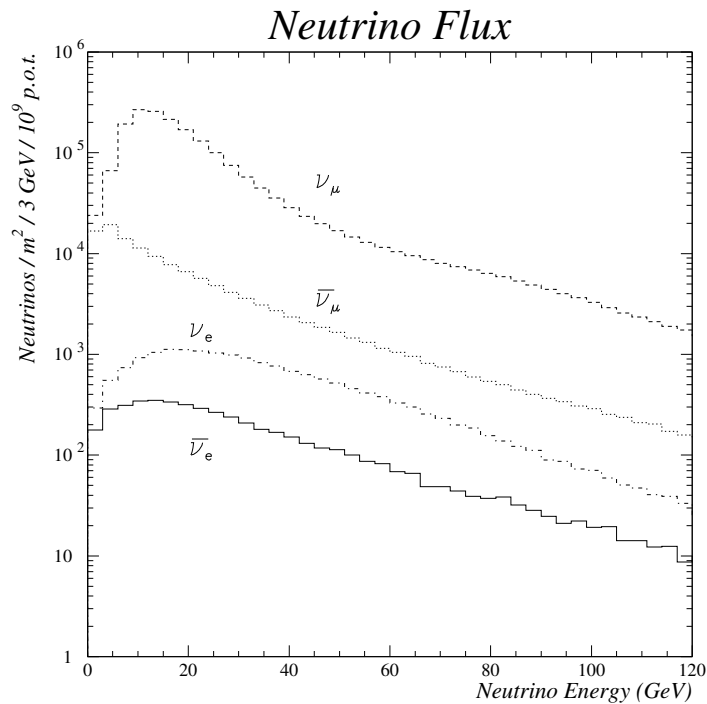


Рис. 2.4: Расчетный энергетический спектр и состав нейтринного пучка.

Параметры различных компонент нейтринного пучка приведены в таблице 2.1. Основные неоднозначности при моделировании возникают из-за неточного знания выходов π и K мезонов при адронных взаимодействиях в бериллиевой мишени, которые были улучшены измерениями коллаборации SPY, что позволило уточнить состав нейтринного пучка.

Таблица 2.1: Средняя энергия и состав нейтринного пучка. Ожидаемое число взаимодействий заряженного тока в эффективном объеме детектора NOMAD (для $2,4 \times 10^{19}$ p.o.t.)

	Средняя E_ν (ГэВ)	Относительный состав	Число ν взаимодействий ЗТ
ν_μ	23,6	1,000	$1,15 \times 10^6$
$\bar{\nu}_\mu$	22,7	0,07	$0,39 \times 10^5$
ν_e	37,0	0,01	$0,17 \times 10^5$
$\bar{\nu}_e$	33,2	0,003	$0,22 \times 10^4$

2.3. Установка NOMAD

Ниже будут приведены основные характеристики различных частей установки NOMAD. В их описании мы будем следовать направлению нейтринного пучка.

2.3.A Система вето

Система вето (veto - V) состоит из набора сцинтилляционных счетчиков, покрывающих область 5×5 м² перед детектором NOMAD. Они размещаются таким образом, чтобы оптимально отбросить события с заряженными частицами, рождающимися в нейтринных взаимодействиях перед детектором NOMAD, в железной поддержке детектора и от космических лучей под большим углом, пересекающих установку как в направлении пучка нейтрино, так и в противоположном. Небольшая доля взаимодействий в центральной области железа не может быть исключена, так как стальная структура поддержки ('корзина'), в которой установлены основные элементы детектора, проходит через пространство, в котором сцинтилляторы могли бы быть установлены идеальным образом. Аналогично, взаимодействия в передней части обмотки магнита не отбрасываются, но могут быть отделены от полезных взаимодействий в эффективном объеме детектора после реконструкции вершины события.

Эффективность системы вето постоянно проверяется и была найдена постоянной на уровне 96-97%.

2.3.B Передний калориметр

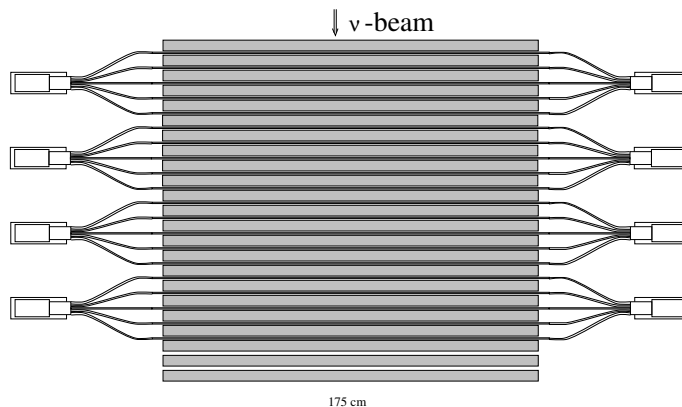


Рис. 2.5: Вид сверху на передний калориметр

Детектор NOMAD подвешен на двух железных колоннах ('I'), расположенных по обе стороны магнита. Передняя колонна была заполнена сцинтилляторами, чтобы обеспечить дополнительную активную мишень для нейтринных взаимодействий. Физические задачи, которые могут быть изучены с помощью переднего калориметра (forward calorimeter - FCAL), включают многоюонную физику и поиски нейтральных тяжелых объектов, рождающихся во взаимодействиях нейтрино.

FCAL состоит из 23 железных слоев, разделенных промежутками, заполненными сцинтилляторами. Поперечное сечение FCAL, пересекаемое пучком нейтрино, составляет 175 см × 190 см (см. рис. 2.5). Детектор имеет общую массу 17,7 т и глубину, эквивалентную 5 длинам ядерного взаимодействия.

2.3.C Дрейфовые камеры

Дрейфовые камеры (Drift Chambers - DC), которые являются одновременно мишенью для нейтринных взаимодействий и трековым детектором, представляют собой основную часть детектора NOMAD. Они были сконструированы с учетом противоречивых требований: стенки камер должны быть как можно тяжелее для обеспечения необходимого количества нейтринных взаимодействий и в тоже время как можно легче для того, чтобы минимизировать эффекты многократного рассеяния, вторичных взаимодействий адронов, фотонных конверсий и тормозного излучения для электронов. Для того, чтобы средняя радиационная длина установки была минимальна, камеры сделаны из вещества с низкой плотностью и малым атомным номером. В итоге между двумя измерительными плоскостями дрейфовых камер содержится меньше 1% радиационной длины.

Каждая камера (рис. 2.6) состоит из четырех панелей, разделенных промежутками, заполненными газовой смесью аргон - этан (40% - 60%) при атмосферном давлении. Поскольку панели не являются абсолютно газонепроницаемыми, газовая смесь постоянно циркулирует в замкнутом контуре, содержащем систему очистки, которая служит для удаления примесей кислорода и водяных паров.

Чтобы определять координаты трека (x и y), три дрейфовых промежутка оборудованы сигнальными проволочками, составляющими углы +5, 0 и -5 градусов по отношению к направлению магнитного поля (разрешение по координатам, в зависимости от угла полета частицы, составляет от 150 до 650 микрон).

Суммарное число камер в полном детекторе - 49, что соответствует 147 плоскостям. Причем внутри мишенной части установки находится 44 камеры, а пять остальных установлены индивидуально в области детектора переходного излучения (TRD) и обеспечивают прослеживание треков через плоскости TRD до электромагнитного калориметра (ECAL).

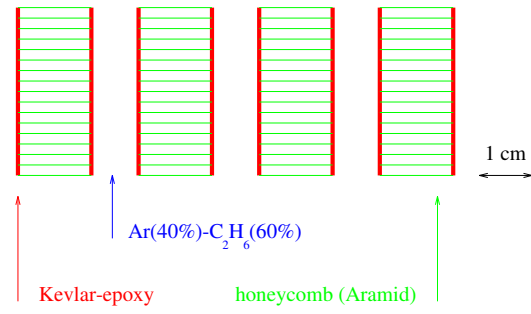
Каждая камера соответствует 0,02 радиационной длины. Эффективная масса системы дрейфовых камер в поперечной области $2,6 \times 2,6$ м² составляет 2,7 т. Мишенная часть установки NOMAD близка к изоскалярной ($N_{\text{протонов}} : N_{\text{нейтронов}} \approx 50\% : 50\%$).

2.3.D Триггерные плоскости

Две триггерные плоскости установлены в детекторе NOMAD для отбора нейтринных взаимодействий в эффективном объеме установки. Первая плоскость (T_1) следует за активной мишенью, а вторая (T_2) расположена сразу за областью TRD. Обе плоскости перекрывают область 280 см × 286 см и состоят из 32 сцинтилляционных счетчиков, просматриваемых фотоумножителями (с временным разрешением 1 нс), которые ориентированы параллельно магнитному полю. Поле в 0,4 Т уменьшает отклик этих фотоумножителей только на 30%.

Для отбора "полезных" взаимодействий требуется совпадение сигналов с обеих плоскостей.

Cut of a drift chamber by a plane orthogonal to the wires



Close-up of a drift cell

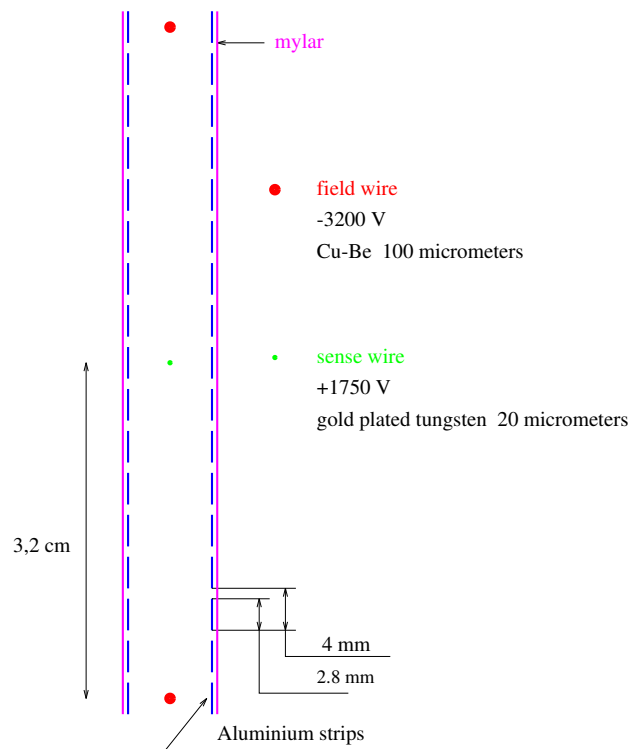


Рис. 2.6: Общий вид дрейфовых камер установки NOMAD.

Средняя эффективность триггерных счетчиков определена с использованием экспериментальных данных и соответствует $(97,5 \pm 0,1)\%$.

2.3.Е Детектор переходного излучения

Детектор переходного излучения (Transition Radiation Detector - TRD) разрабатывался для отделения электронов от адронов с уровнем подавления фона лучше 10^3 при 90% эффективности идентификации электронов. Детектор установлен сразу после первой триггерной плоскости и состоит из 9 индивидуальных модулей. Каждый из них включает радиатор, сопровождающийся детектирующей плоскостью. Первые 8 TRD модулей спарены в 4 дублета.

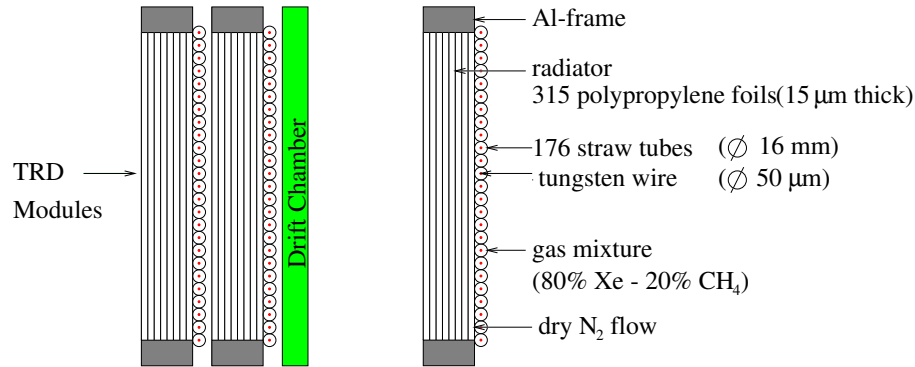


Рис. 2.7: Схематический вид сверху на модуль детектора переходного излучения.

Чтобы обеспечить точную экстраполяцию треков из мишенных дрейфовых камер в калориметр, пять дополнительных дрейфовых камер помещаются в области TRD: одна после каждого TRD дублета и одна после последнего модуля TRD (см. рис. 2.1, 2.2 и 2.7).

Калибровка TRD непрерывно осуществляется с помощью радиоактивного источника ^{55}Fe ($E_\gamma = 5,89$ кэВ), нанесенного горизонтально в середине каждой детектирующей плоскости. Система самостоятельного триггера используется для записи ^{55}Fe сигналов в каждой трубке между нейтринными сбросами. Отклик на исходные сигналы от источника ^{55}Fe отражает все изменения в рабочих условиях (высокое напряжение, температура, давление, состав газовой смеси, и т.п.), обеспечивая таким образом эффективную проверку и калибровку TRD.

Идентификация электронов в TRD основана на различии в энерговыделении в трубках для частиц с разными Лоренц-факторами $\gamma = E/m$ (см. рис. 2.8). Заряженные частицы с $\gamma < 500$ выделяют энергию в газовой смеси ксенон – метан преимущественно за счет ионизационных потерь, тогда как релятивистские заряженные частицы ($\gamma > 500$, главным образом электроны в установке NOMAD), испускают также переходное излучение на границах раздела между слоями фольги в радиаторе. В результате, при пересечении радиатора электроном образуются несколько фотонов в кэВ-ной области энергий ($\langle N_\gamma \rangle \sim 3$ с $\langle E_\gamma \rangle \sim 14$ кэВ для электрона 10 ГэВ).

Около 60% всех фотонов, испущенных в радиаторе, поглощаются в детектирующих плоскостях из-за большого сечения поглощения в Xe для фотонов в области нескольких кэВ. Энергия переходного рентгеновского излучения добавляется к энерговыделению от ионизационных потерь родительской частицы в той же трубке, поскольку угловое распределение вылетающих фотонов практически совпадает с начальным направлением движения частицы (средний угол вылета порядка $1/\gamma$).

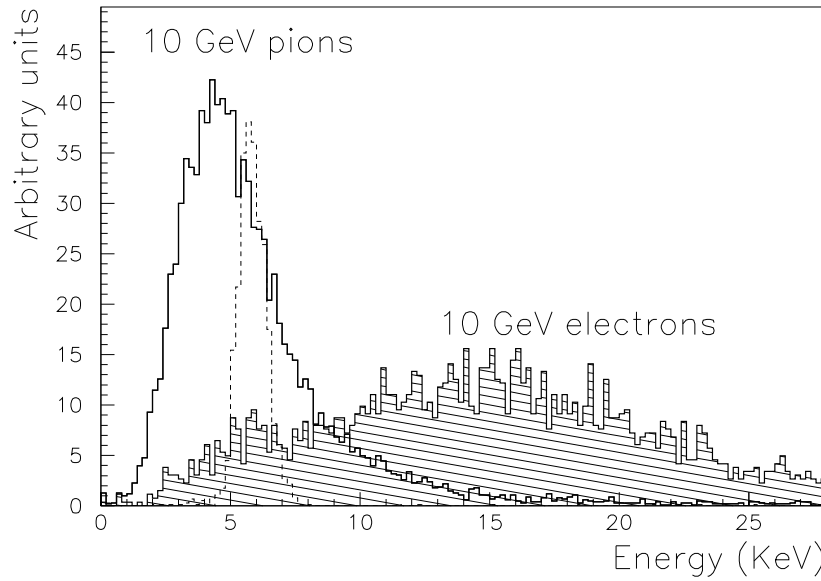


Рис. 2.8: Отклик трубки TRD на 10 ГэВ-ный пион и электрон (измерения на тестовом пучке). Пунктирная линия соответствует сигналу от источника ^{55}Fe (5,89 кэВ).

2.3.F Детектор ливней

Детектор ливней (preshower - PRS), который расположен перед электромагнитным калориметром, формируется из двух плоскостей пропорциональных трубок и используется для определения координат фотонов в электромагнитном калориметре и содействует идентификации электронов. Его структура помогает расшифровать сигналы в блоках электромагнитного калориметра, вызванных смежными частицами. После реконструкции кластеров, соответствующих заряженным трекам, остальное энерговыделение может быть приписано фотонам².

2.3.G Электромагнитный калориметр

Цели физических исследований на установке NOMAD требуют хорошей идентификации электронов, а также очень точного определения недостающего поперечного импульса в событии.

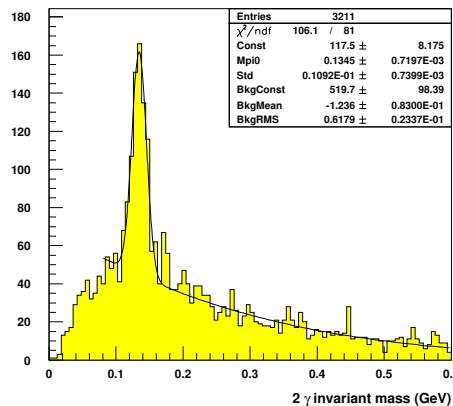


Рис. 2.9: Распределение инвариантной массы системы двух фотонов, реконструированных в электромагнитном калориметре, содержит явный пик от π^0 .

² ~ 70% фотонов конвертируют в PRS.

В то время как идентификация электрона выполнена, главным образом, детектором переходного излучения (TRD), измерение его энергии, а также определение нейтральной компоненты поперечного импульса требует наличия электромагнитного калориметра с большими поперечными размерами и с хорошим энергетическим решением. Кроме того, электромагнитный калориметр (electromagnetic calorimeter - ECAL), использованный вместе с детектором ливней (PRS), должен улучшить (по крайней мере на два порядка) чистоту отбора электронов, предусмотренную TRD.

Калибровка и отклик калориметра на фотоны низкой энергии был проверен измерением эффективной массы π^0 как в условиях тестового пучка, так и в экспериментальных условиях (рис. 2.9). Результаты на тестовом пучке $m_\pi = 133,7 \pm 1,2$ МэВ и $\sigma_m = 16$ МэВ.

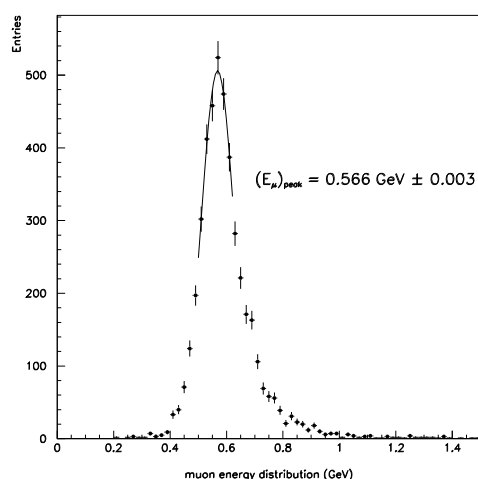


Рис. 2.10: Энерговыведение в электромагнитном калориметре, вызванное мюонами, пересекающими детектор во время набора данных. Сигналы поправлены с учетом зависимости энерговыведения от угла мюона по отношению к плоскости калориметра.

Отклик калориметра на мюоны соответствует среднему энерговыведению $(0,502 \pm 0,003)$ ГэВ. Он был найден стабильным в пределах $\pm 1\%$ на протяжении всего периода, что обеспечивает хорошую проверку устойчивости работы калориметра. Рис. 2.10 показывает типичное энерговыведение, соответствующее мюонам, пересекающим ECAL.

Из-за своей огромной массы, электромагнитный калориметр используется также и для отбора “экзотических” нейтринных событий ($\sim 2,5$ события на нейтринный сброс), которые являются очень полезными как для физических целей, так и для проверки качества пучка.

2.3.Н Адронный калориметр

Адронный калориметр (hadron calorimeter - HCAL) используется для уточнения измерений недостающего поперечного импульса путем распознавания нейтральных адронов и измерения их энергии и направления. Он служит также для измерения энергии заряженных частиц в дополнение к измерениям импульса в дрейфовых камерах.

HCAL представляет собой калориметр из железа и сцинтилляторов. Детектор NOMAD располагается на железных опорах (‘Г’) по обе стороны магнита. Дальняя (по направлению пучка) колонна была заполнена сцинтилляторами для формирования HCAL с поперечными размерами 3,6 м в ширину и 3,5 м в высоту.

Опоры ‘Г’ состоят из 23 железных участков. Шесть из этих модулей формируют стенку размерами 5,4 м шириной, 5,8 м высотой и 1,5 м от переднего до заднего края, которая выступает в качестве фильтра для больших мюонных камер и как поддержка для ‘корзины’, в которой

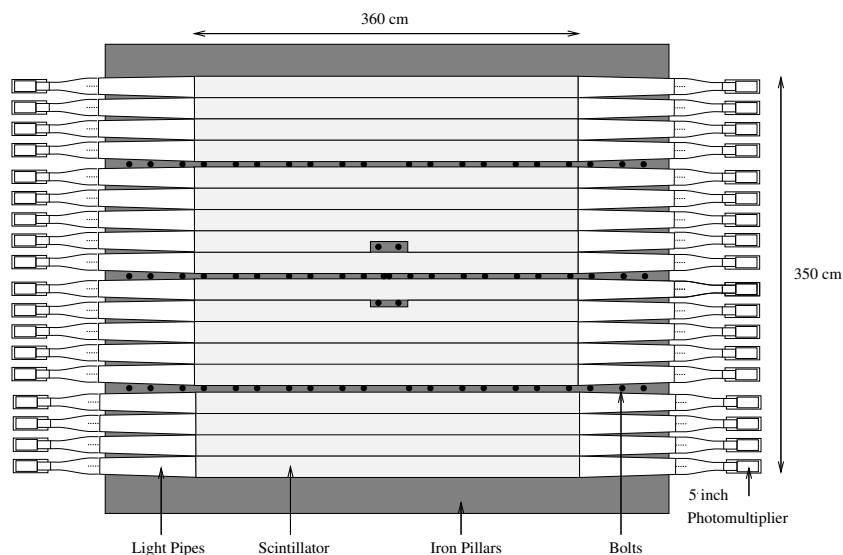


Рис. 2.11: Вид на адронный калориметр.

размещается большая часть поддетекторов NOMAD. Она обеспечивает также поглотитель для адронного калориметра.

Схематический вид HСAL приведен на рис. 2.11. Активными элементами калориметра являются сцинтилляционные плоскости, свет с которых направляется на фотоумножитель на конце каждого модуля.

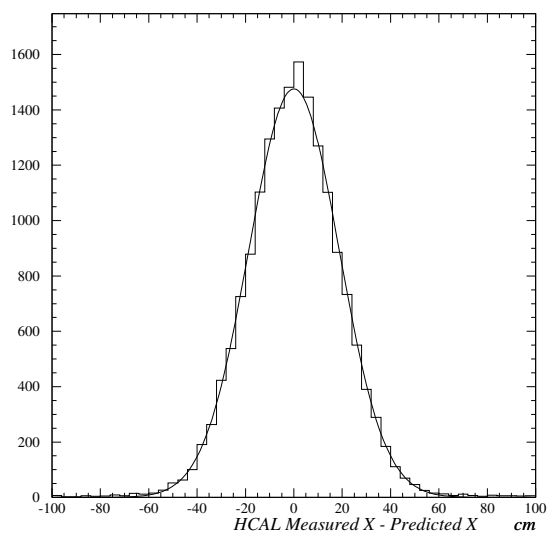


Рис. 2.12: Координатное разрешение для мюонов, проходящих через отдельный модуль адронного калориметра.

Сигналы с каждого фотоэлемента используются для измерения энергии и координаты, а также определения временных характеристик события. Энерговыведение в данном модуле получается из геометрического усреднения сигналов с двух фотоэлементов, а горизонтальная координата энерговыведения определяется длиной затухания в сцинтилляторе и отношением сигналов с фотоэлементов. Рис. 2.12 показывает разницу между предсказанной координатой и результатом измерения в адронном калориметре для мюонов, проходящих через отдельный модуль; типичное координатное разрешение ~ 20 см.

Вертикальная координата определяется по форме энерговыведения и его распределению между модулями. Существует большая вероятность, что адроны преобразуются в адронный ливень приблизительно в $2.1 \lambda_{int}$ вещества до адронного калориметра. Таким образом, общая адронная энергия должна быть взвешенной суммой энерговыведений в адронном и электромагнитном калориметрах.

2.3.1 Мюонные камеры

Мюонный детектор установки NOMAD состоит из 10 дрейфовых камер, использованных ранее в эксперименте UA1. Каждая камера имеет активную область $3,75 \times 5,55$ м² с двумя плоскостями дрейфовых трубок в горизонтальном и двумя в вертикальных направлениях.

Камеры комбинируются в пары (модули) для реконструкции сегментов трека. Первая мюонная станция состоит из трех модулей и расположена за адронным калориметром. За ней следует железный поглотитель толщиной 80 см и вторая мюонная станция из двух модулей (см. рис. 2.1 и 2.2).

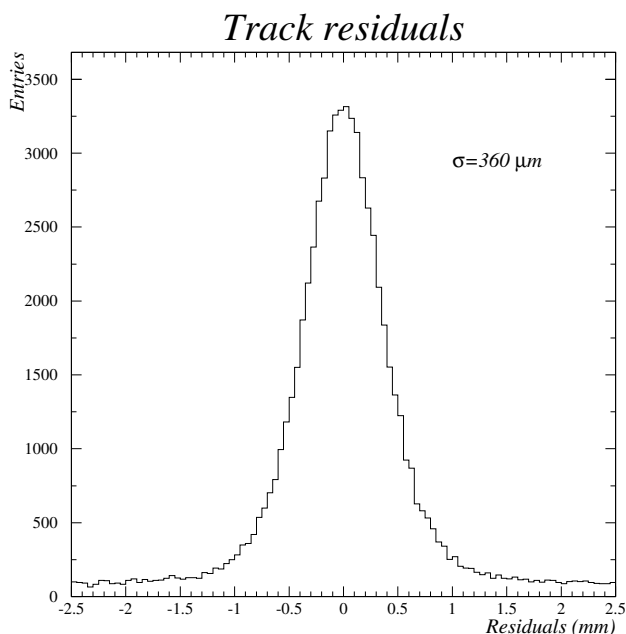


Рис. 2.13: Разрешение для сегментов в мюонных камерах, содержащих 4 отсчета, при хорошем качестве газовой смеси.

Камеры обслуживаются газовой смесью аргон : этан (40% : 60%). Качество их работы непрерывно мониторируется с помощью высокоэнергетичных мюонов, проходящих через детектор. Среднее пространственное разрешение для отсчетов лежит в области от 350 мкм до 600 мкм в зависимости от качества газовой смеси (рис. 2.13).

Средняя эффективность камер составляет 92,5%, а основным источником неэффективности (6,5%) является наличие мертвых зон между дрейфовыми трубками.

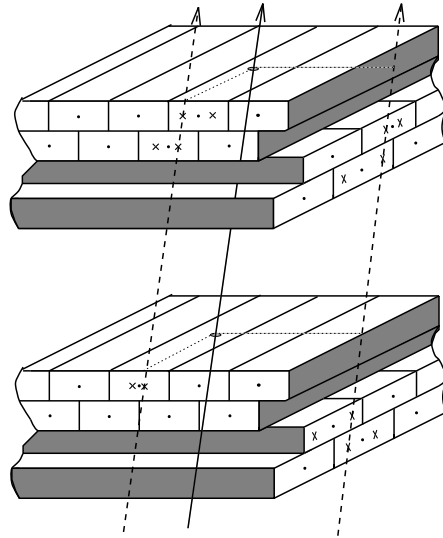


Рис. 2.14: Разрез модуля мюонных камер показывает геометрию дрейфовых трубок и характерное расположение отсчетов при прохождении мюона (основная линия) и реконструированные сегменты в проекциях (пунктирные линии).

Сегменты треков восстанавливаются отдельно в каждой из станций (3 или 4 отсчета на проекцию), см. рис. 2.14. Измеренная эффективность реконструкции сегментов трека 97%.

Мюоны идентифицируются если они проходят более чем 8 длин взаимодействия вещества поглотителя (λ_{int}) и достигают мюонной станции 1, или $13 \lambda_{int}$ для мюонной станции 2. Порог на импульс для достижения мюонных камер (с вероятностью 50%) составляет 2,3 ГэВ для станции 1 и 3,7 ГэВ для станции 2.

Геометрически, вероятность попадания мюона в любую из двух станций $\sim 98\%$. Это число относится к мюонам, рождающимся в нейтринных взаимодействиях по каналу заряженного тока, с учетом усреднения по координате первичной вершины в мишенной части детектора NOMAD, и не включает те мюоны, которые останавливаются в веществе поглотителя.

2.4. Триггеры и набор данных

Следующие триггеры были использованы для анализа нейтринных взаимодействий в детекторе NOMAD:

- $\overline{V} \times T_1 \times T_2$. Этот триггер позволяет проводить анализ нейтринных взаимодействий в дрейфовых камерах мишенной части установки. По крайней мере, по одному отсчету должно быть в триггерных плоскостях T_1 и T_2 . Для того, чтобы отбросить события с мюонами, пересекающими всю длину детектора, требуется отсутствия отсчета в счетчиках вето (V). Частота срабатывания для этого триггера $\sim 5,5/10^{13}$ *p.o.t.*. Среди них около 0,5 события - потенциально интересные кандидаты на нейтринные взаимодействия в дрейфовых камерах. Остальные срабатывания состоят из 'космических' событий (около 1), мюонов, избегающих систему вето (1,5), и нейтринных взаимодействий в веществе магнита (2,5).
- $\overline{V}_8 \times FCAL$. Нейтринные взаимодействия в переднем калориметре с энерговыделением больше 3 *mip* вызывают срабатывание этого триггера. События с мюонами, пересекающими FCAL, отбрасываются подмножеством системы вето V_8 . Около 6,5 нейтринных взаимодействий происходит в FCAL на 10^{13} *p.o.t.*
- $\overline{V}_8 \times T_1 \times T_2 \times FCAL'$. Этот триггер используется для изучения квазиупругих событий в переднем калориметре. Такие события позволяют проводить измерения потока нейтрино как функцию энергии нейтрино. Для срабатывания этого триггера требуется по крайней мере 1 *mip* энерговыделения в FCAL. Частота срабатывания для этого триггера $\sim 1,5/10^{13}$ *p.o.t.*
- $\overline{T_1 \times T_2} \times ECAL$. Электромагнитный калориметр также использован в качестве мишени для нейтринных взаимодействий. Разные физические проблемы могут быть изучены, используя события, отобранные этим триггером; среди них $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ и $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ осцилляции. Энерговыделение больше чем $\sim 1,5$ *mip* в ECAL запускает этот триггер, имеющий среднюю частоту срабатывания $\sim 2/10^{13}$ *p.o.t.*
- СЛУЧАЙНЫЙ. Случайный триггер, который позволяет изучать загрузку детектора, был сконструирован таким образом: $\overline{V} \times T_1 \times T_2$ триггер был взят и задержан на 23 мкс (соответствует 1 обороту SPS).

Приблизительно 15 триггеров, соответствующих кандидатам на нейтринные взаимодействия, записываются на ленту в каждом нейтринном сбросе.

Кроме того, различные триггеры устанавливаются во время промежутка 2,6 с между двумя нейтринными сбросами (с логикой $V T_1 T_2$). Они используются для:

- калибровки поддетекторов установки;
- измерения эффективности триггерных счетчиков.

Одним из триггеров является выбор электронов (от распада мюона или испускания δ -электрона), которые используются для изучения поведения электронов в детекторе. В итоге около 60 триггеров взяты во время промежутка 2,6 с между двумя нейтринными сбросами.

При наборе данных во время нейтринных сбросов типичное мертвое время составляет $\sim 10\%$ и возникает из-за времени оцифровки информации. Время, потерянное из-за простоев или переходов от одного этапа набора данных к другому, оценивается менее чем в 3%.

Выводы

В данной главе мы рассмотрели принципиальную схему установки NOMAD, включая все важные поддетекторы. Как видно из описания детектора, данный эксперимент предоставляет уникальную возможность изучать свойства нейтринных взаимодействий с качеством экспериментов, выполненных на пузырьковых камерах (относительно реконструкции треков³ и идентификации частиц), и со статистикой, сравнимой с полученной в экспериментах калориметрического типа.

В следующей главе мы покажем, как из огромного количества регистрируемых событий выбрать лишь ту малую часть, которая соответствует интересующим нас квазиупругим $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ событиям.

³Смотрите об этом подробнее в [27]

Глава 3

Выделение глубоко неупругих и квазиупругих событий

Основной целью данной работы является выделение событий квазиупругого рассеяния нейтрино $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ и построение полного сечения данного процесса как функции энергии нейтрино (E_ν). Метод, используемый для выделения сигнала, основан на использовании кинематики событий. Эффективность выделения событий и уровень подавления фона вычисляются с помощью моделирования методом Монте-Карло (МС). Поэтому необходимо провести сравнительный анализ смоделированных и реальных данных, чтобы убедиться в правильности моделирования нейтринных взаимодействий.

3.1. Первичные критерии отбора событий

Для того, чтобы отобранные для анализа события не содержали каких-либо дополнительных источников фона, которые не были приняты во внимание в процессе моделирования, будем всегда использовать следующие первичные критерии отбора как для смоделированных, так и для реальных событий:

- первичная вершина должна находиться в эффективном объеме детектора NOMAD:
 $|X, Y| < 120$ (см), $5 < Z < 395$ (см);
- сумма зарядов треков, выходящих из первичной вершины, должна лежать в интервале $[-2, 3]$;
- число заряженных треков в первичной вершине ≥ 2 ;
- недостающий поперечный импульс Pt^{mis} должен быть меньше 10 ГэВ.

Эти критерии позволяют выделить события, находящиеся в области дрейфовых камер мишенной части установки, а также подавить события, содержащие несколько нереконструированных первичных заряженных треков. Как хорошо видно из рисунка (3.1) использование этих критериев отбора позволяет добиться малых средних значений Pt^{mis} , что весьма важно для правильного восстановления кинематики события.

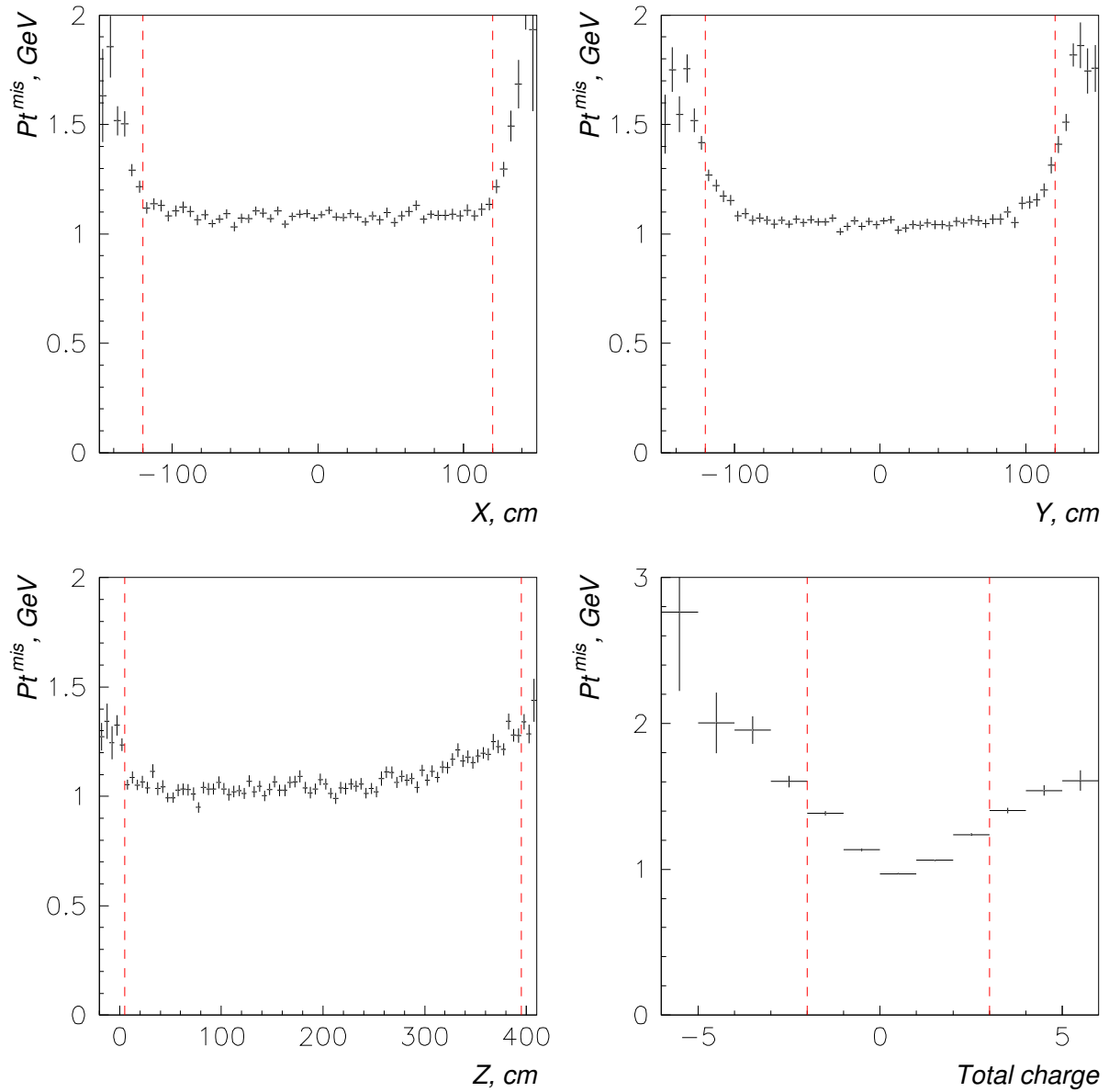


Рис. 3.1: Зависимость недостающего поперечного импульса Pt^{mis} (среднего значения и дисперсии) в реальных данных от координат первичной вершины (X, Y, Z) и суммы зарядов треков, выходящих из первичной вершины. При построении гистограмм на события накладывались два ограничения: 1. $Pt^{mis} \leq 10 \text{ GeV}$, 2. из первичной вершины выходит не меньше двух заряженных треков.

3.2. Выделение ν_μ CC событий

Необходимым условием при идентификации события рассеяния мюонного нейтрино, протекающего по каналу заряженного тока (CC), является наличие реконструированного и идентифицированного трека мюона, выходящего из первичной вершины. Фоном к такого рода событиям являются события нейтрального тока (NC), в которых один из адронов в адронной струе распался с образованием мюона, либо же $\bar{\nu}_\mu$, ν_e , $\bar{\nu}_e$ CC события, в которых лептон из первичной вершины был неправильно идентифицирован. На основе используемого МС можно сделать заключение о том, что фон ν_μ NC событий в ν_μ CC пренебрежимо мал, порядка $\sim 0.5\%$.

Ниже приведены критерии отбора глубоко неупругих ν_μ CC событий, использованные при построении рисунка (3.2):

- наличие в первичной вершине идентифицированного мюона;
- реконструированная энергия нейтрино E_ν должна быть меньше 450 ГэВ (максимальная энергия протонов, сбрасываемых на бериллиевую мишень), а также квадрат реконструированной массы адронов W^2 должен быть положительным;
- $Q^2 \geq 1 \text{ ГэВ}^2$, $W^2 \geq 1.96 \text{ ГэВ}^2$ и переданная энергия $\nu = E_\nu - E_\mu \geq 1 \text{ ГэВ}$ для подавления вклада от квазиупругих событий и образования резонансов в реальных данных (это необходимо, поскольку события этих типов не были смоделированы программой Монте-Карло для глубоко неупругих нейтринных взаимодействий).

Для дальнейшего анализа нам потребуется распределение по энергии налетающего нейтрино. Из рисунка (3.2) видно определенное несоответствие между симулированными событиями и реальными данными. Действительно, среднее значение энергии нейтрино в реальных данных чуть выше, чем в МС: $\langle E_\nu^{rd} \rangle = 51.34 \text{ ГэВ}$, $\langle E_\nu^{sim} \rangle = 50.92 \text{ ГэВ}$. Вероятно это связано с не совсем корректным моделированием процессов $p + Ve \rightarrow \pi, \mu, \dots$ и дальнейшей геометрической трассировкой продуктов распада пионов, каонов и т.д.

Определенный интерес представляет эффективность реконструкции глубоко неупругих ν_μ CC событий, приведенная на рисунке (3.3). Мы предполагаем, что построенная с помощью симулированных МС событий она остается справедливой и для реальных данных. Это дает возможность учитывать эффекты реконструкции при обработке экспериментальных данных. Хорошо видно, что после 10 ГэВ эффективность реконструкции событий практически не зависит от энергии нейтрино. Это связано с тем, что эффективность идентификации мюона из первичной вершины практически не зависит от его импульса в области больше 5 ГэВ (рисунок 3.3 б).

Зная исходный энергетический спектр нейтринного пучка и сечение глубоко неупругого рассеяния нейтрино, нетрудно предсказать распределение по энергии. Так, распределение на рисунке (3.4) было построено в предположении $\sigma_{\nu CC} = (0.686 \pm 0.019) \cdot 10^{-38} E_\nu \text{ cm}^2 / \text{GeV}$ [18]. При построении экспериментального спектра была принята во внимание эффективность реконструкции глубоко неупругих ν_μ CC событий. Наблюдаемое несоответствие ожидаемого и экспериментального спектра возможно как результат отклонения сечения рассеяния нейтрино от линейного закона в области низких энергий, а также как следствие используемых критериев отбора событий. В настоящий момент эта проблема остается нерешенной.

В заключение приведем некоторую статистику. В таблице 3.1 приведены результаты последовательного применения вышеперечисленных критериев отбора к МС и экспериментальным данным. Для сгенерированного набора МС из 714000 событий приведены отдельно симулированные (до реконструкции) и реконструированные данные, используя которые можно определить полную интегральную эффективность восстановления глубоко неупругих событий (70.8%).

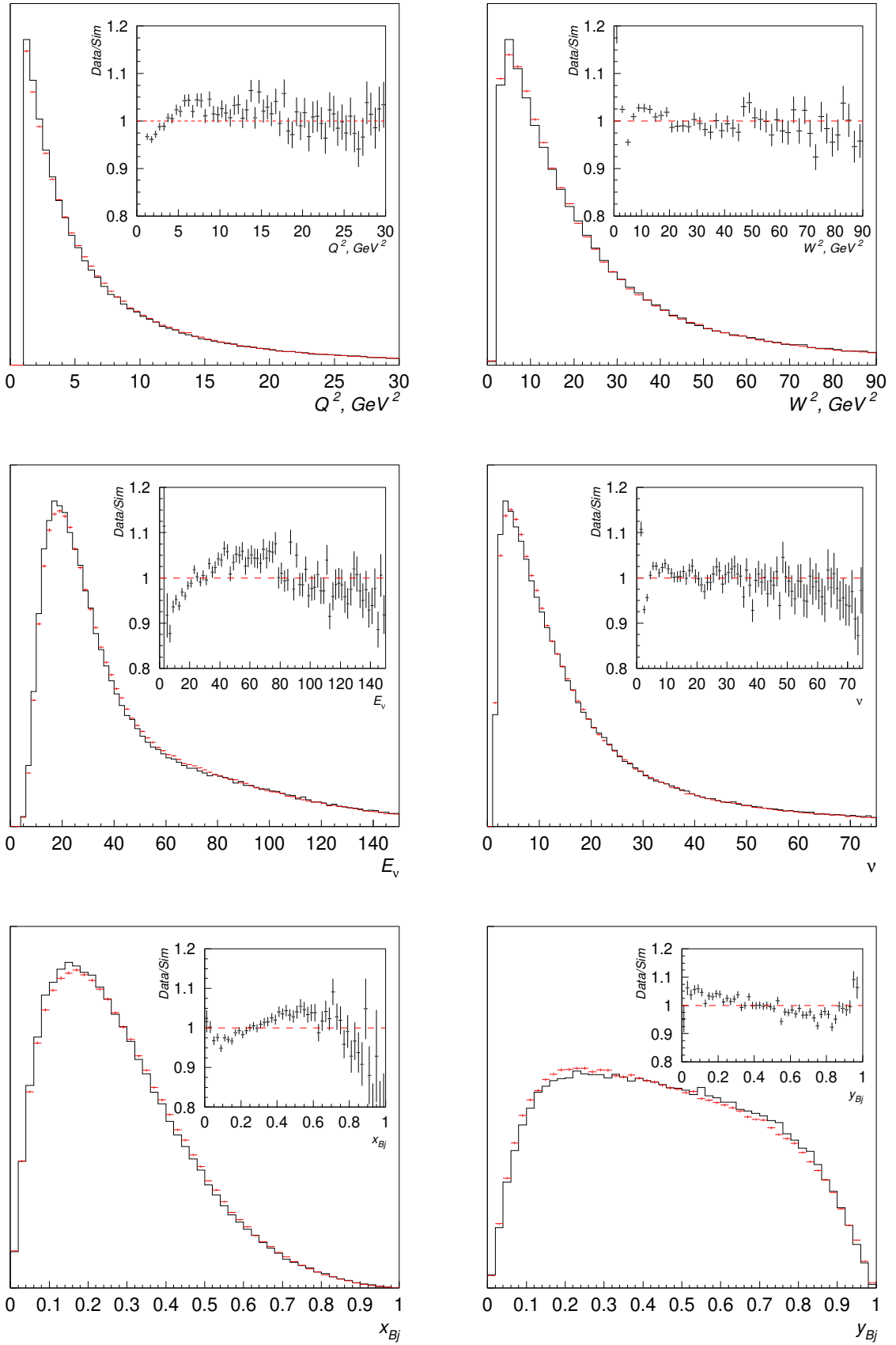


Рис. 3.2: Сравнение реконструированных кинематических переменных Q^2 , W^2 , E_ν , ν , x_{Bj} , y_{Bj} для ν_μ CC симулированных событий (сплошная линия) и реальных данных (точки с ошибками). Степень рассогласования можно оценить из отношения отнормированных гистограмм с реальными и симулированными данными.

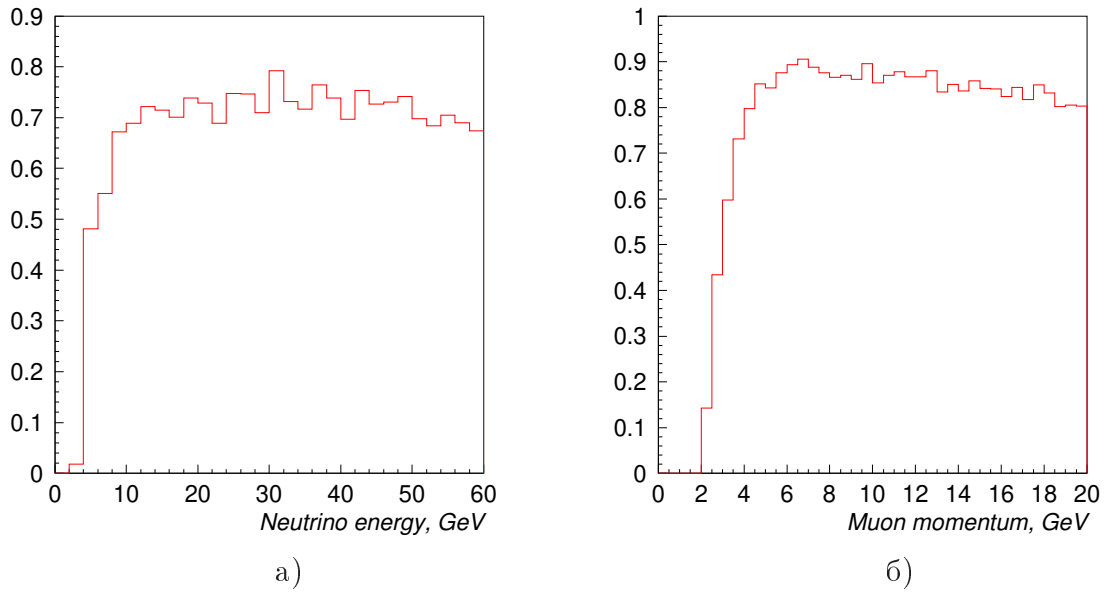


Рис. 3.3: а) эффективность реконструкции глубоко неупругих ν_μ CC событий как функция энергии нейтрино E_ν , б) эффективность идентификации мюона из первичной вершины как функция его импульса для ν_μ CC событий.

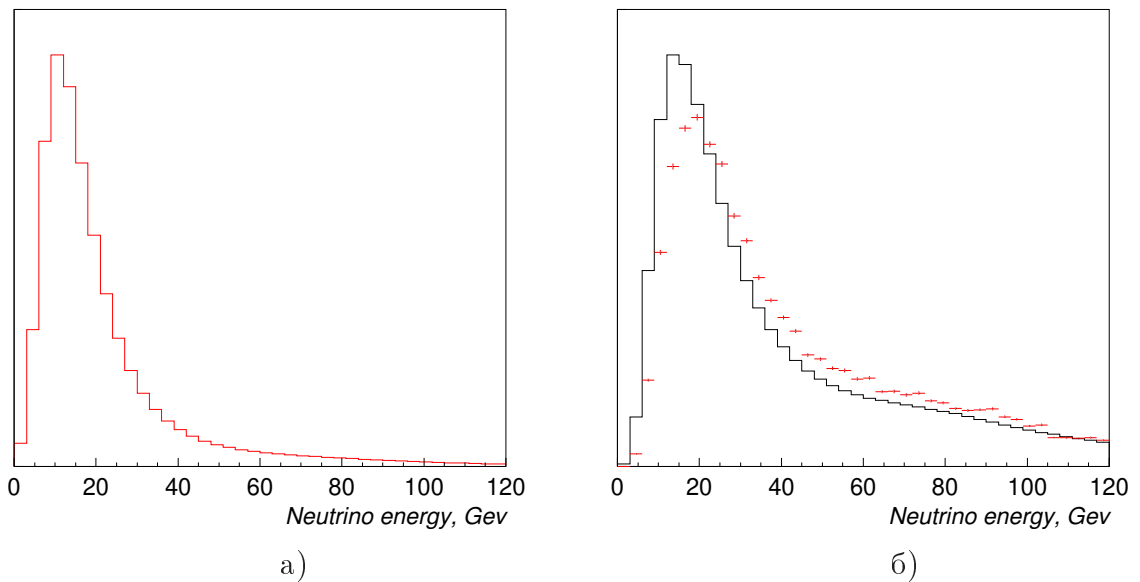


Рис. 3.4: а) расчетный энергетический спектр нейтринного пучка ν_μ , используемый при моделировании б) ожидаемый (сплошная линия) и экспериментальный (точки с ошибками) энергетический спектр глубоко неупругого ν_μ CC рассеяния.

Таблица 3.1: Результаты применения критериев отбора ν_μ CC событий.

Критерии отбора	МС		реальные данные (по годам)				
	sim	rec	95	96	97	98	всего
Всего событий	714000	677164	511516	786290	1209137	751337	3258280
в эффективном объеме	580807	557581	299015	548232	588146	459751	1895144
$number\ of\ tracks^* \geq 2$	–	538123	246594	486951	519346	406891	1659782
$-2 \leq charge^{**} \leq 3$	–	529759	239087	474583	505371	396213	1615254
$Pt^{mis} \leq 10$ ГэВ	–	526918	235865	470036	498845	391452	1596198
$primary\ muon^{***}$	–	451471	139935	290615	303514	236830	970894
$E_\nu \leq 450$ ГэВ, $W^2 \geq 0$	580807	445250	136477	286710	298289	233517	954993
$W^2 \geq 1.96$ ГэВ ²	552442	415104	127432	269258	279520	219963	896173
$Q^2 \geq 1$ ГэВ ²	493041	349168	107055	225676	235344	183748	751823
$\nu \geq 1$ ГэВ	492902	349168	107055	225676	235344	183748	751823

* число заряженных треков, выходящих из первичной вершины

** сумма зарядов треков из первичной вершины

*** наличие в первичной вершине идентифицированного мюона

3.3. Выделение $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ событий

Теперь перейдем к обсуждению используемого метода выделения событий квазиупругого рассеяния $\nu_\mu(k) + n(p) \rightarrow \mu^-(k') + p(p')$. Пусть $k = (E, \vec{k})$, $k' = (E', \vec{k}')$. В данном случае фон будут составлять все остальные ν_μ *СС* события, в которых удалось реконструировать только мюон и положительно заряженный трек из первичной вершины (здесь мы полностью пренебрегаем событиями нейтрального тока и $\bar{\nu}_\mu, \nu_e, \bar{\nu}_e$ *СС* событиями, в которых лептон из первичной вершины был неправильно идентифицирован):

- события с образованием резонансов:

$$\begin{aligned} \nu_\mu + n &\rightarrow \mu^- + \Delta^+ \rightarrow \begin{cases} \mu^- + p^+ + \pi^0 \\ \mu^- + n + \pi^+ \end{cases} \\ \nu_\mu + p^+ &\rightarrow \mu^- + \Delta^{++} \rightarrow \mu^- + p^+ + \pi^+ \end{aligned}$$

- события глубоконеупругого рассеяния (DIS).

Для построения эффективного механизма идентификации были сгенерированы 3 набора MC событий: 200000 событий искомого квазиупругого рассеяния (QEL), 100000 событий с образованием Δ -резонансов различных масс (RES), 714000 DIS событий. Для предварительного отбора потенциально интересных событий были использованы следующие критерии:

- наличие идентифицированного мюона в первичной вершине, $E \leq 450$ ГэВ, $W^2 \geq 0$;
- симулированный квадрат инвариантной массы адронной системы в DIS событиях $W^2 \geq 1.96$ ГэВ² (в этой области лежат симулированные программой моделирования QEL и RES события, вклад которых не должен быть учтен дважды);
- из первичной вершины помимо мюона выходит еще один заряженный трек с зарядом +1, ассоциируемый в дальнейшем анализе с протоном;
- вероятность реконструкции каждого заряженного трека, выходящего из первичной вершины больше 0.01;
- проекция суммы импульсов протона и мюона на ось z положительна ($(k' + p)_z \geq 0$);
- реконструированная энергия нейтрино E , протона E^{pr} и мюона E' должна быть меньше 450 ГэВ;
- угол между импульсом протона и осью z θ^{pr} не больше $\pi/2$ (к сожалению в нашей программе симуляции квазиупругих событий случай $p'_z < 0$ описывается некорректно).

Теперь перейдем к обсуждению возможных методов восстановления кинематических переменных. На основе реконструированных импульсов мюона и «протона» определим энергию налетающего нейтрино. Это можно сделать тремя способами. Первый заключается в использовании полной видимой энергии события, определенного программой реконструкции; во втором - $E = (p' + k')_z$ и, наконец, в последнем $E = E' + E_p - m_n$, где E_p , m_n - энергия протона и масса нейтрона соответственно. Как видно из рисунка 3.5, последнему методу соответствует наименьшее смещение и наилучшее разрешение, и поэтому именно он будет использован в дальнейшем анализе.

Квадрат переданного импульса Q^2 вычислялся по следующей формуле:

$$Q^2 = -(k - k')^2 = k_x'^2 + k_y'^2 + (k_z' - E)^2 - (E - E')^2 = 2E(E' - k'_z) - m_\mu^2$$

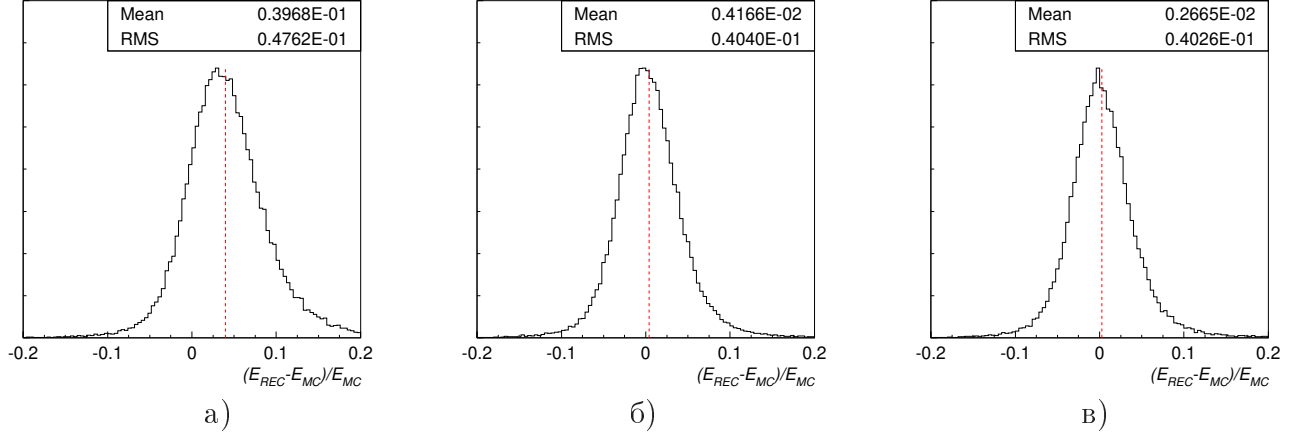


Рис. 3.5: Разрешение по энергии нейтрино, вычисленное а) по полной видимой энергии события, б) как проекция суммы импульсов мюона и протона на ось z , в) как сумма энергий протона и мюона.

Масштабные переменные Бёркена:

$$x_{Bj} = \frac{Q^2}{2m_n \nu} = \frac{2(p \cdot p') - m_n^2 - m_p^2}{2((p \cdot p') - m_n^2)} = 1 + \frac{m_n^2 - m_p^2}{2m_n(E - E')} \simeq 1$$

$$y_{Bj} = \frac{\nu}{E} = \frac{Q^2}{2m_n E x_{Bj}} \simeq \frac{Q^2}{2m_n E}$$

На рисунке (3.6) показано разрешение по квадрату переданного импульса и y_{Bj} . Если разрешение по Q^2 можно признать допустимым, то восстановление y_{Bj} является крайне неудовлетворительным. Возможно это связано с тем, что $y_{Bj} \sim \nu$, $\nu = E - E' = E_p - m_n$ которая сильно зависит как от точности восстановления поперечных компонент импульса протона, так и от неучтенного ферми-движения нейтрона в ядре. С другой стороны переменная y_{Bj} не будет использоваться при идентификации событий, и её плохое восстановление не является фатальным для дальнейшего анализа.

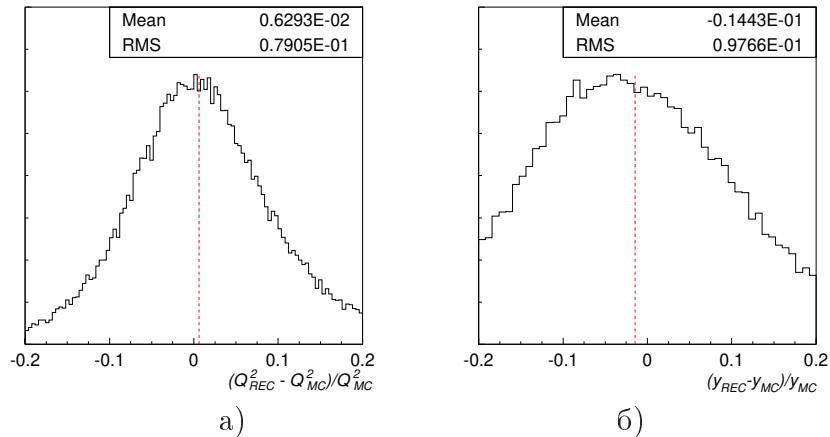


Рис. 3.6: Разрешение а) по квадрату переданного импульса Q^2 , б) по y_{Bj}

Как видно из рисунка (3.7), существует явная корреляция между симулированными и реконструированными переменными. Размытие определяется с одной стороны разрешением детектора, а с другой - используемой методикой сопоставления имеющимся в наличии импульсам двух заряженных треков кинематических переменных.

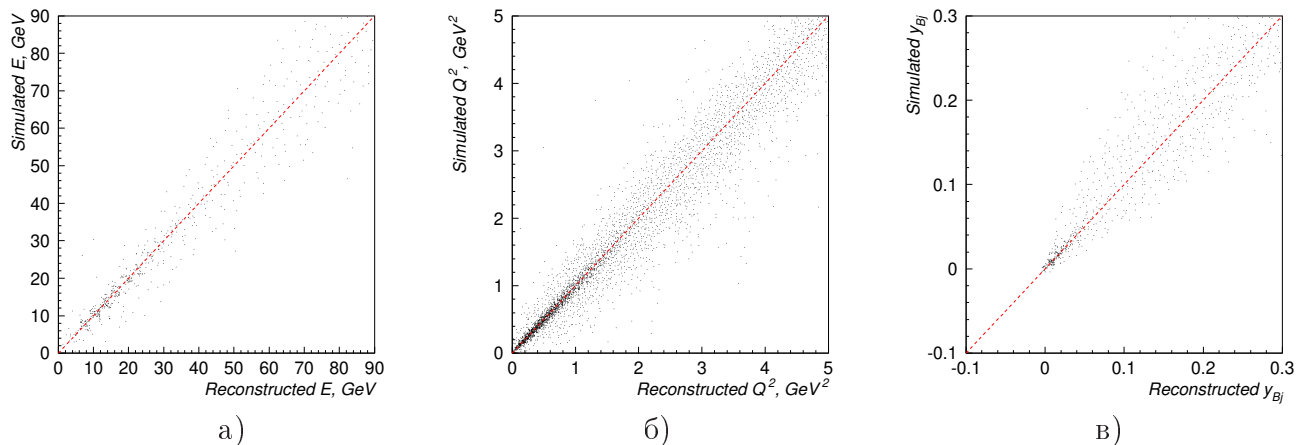


Рис. 3.7: Сравнение смоделированных и восстановленных кинематических переменных: а) энергия нейтрино E , б) квадрат переданного импульса Q^2 в) y_{Bj}

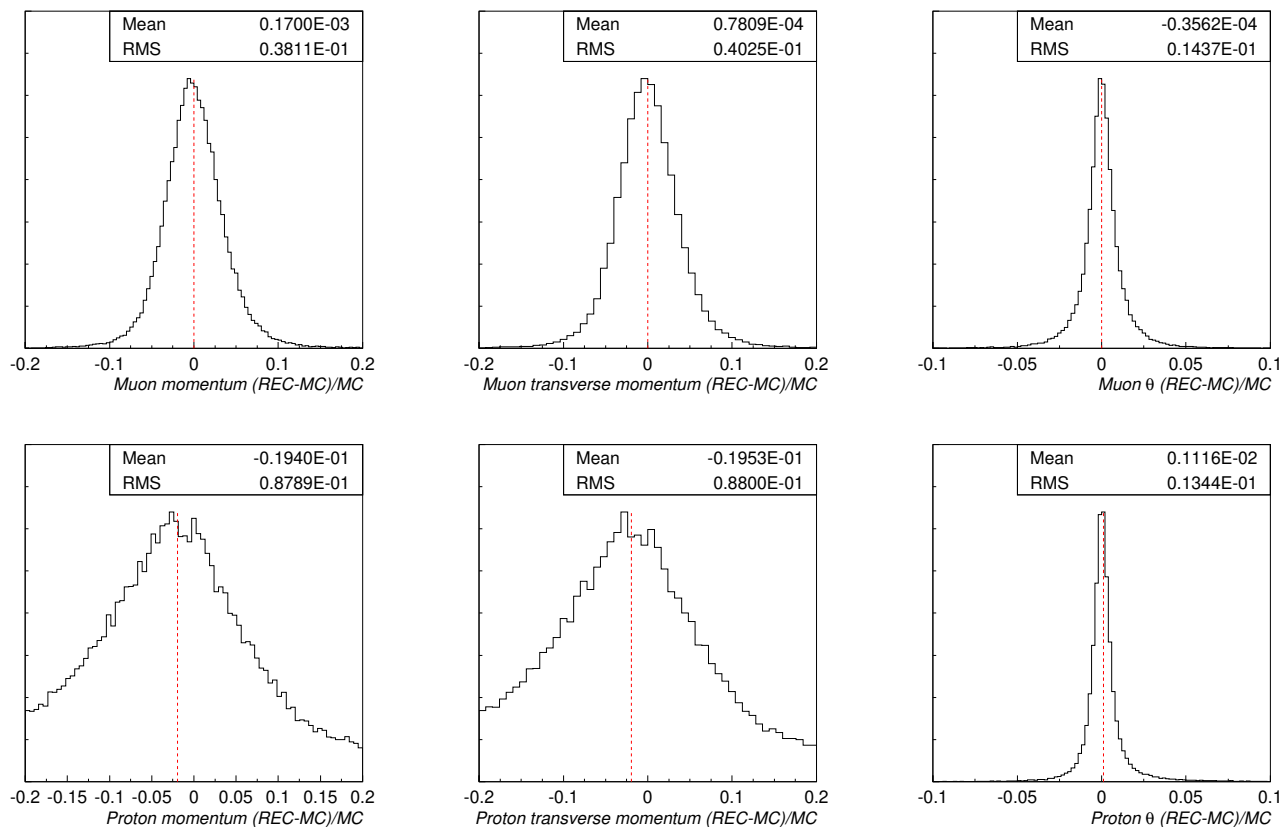


Рис. 3.8: Разрешение детектора по полному и поперечному импульсу и углу вылета мюона (сверху) и протона (снизу).

На рисунках (3.9), (3.10), (3.11), (3.12), (3.13), (3.14) и (3.15) показаны распределения по всем существенным кинематическим переменным для симулированных и реальных данных. Хорошо видно, что прошедшие указанные выше критерии отбора события из реальных данных состоят как из искомым QEL событий, так и событий глубоко неупругого рассеяния и событий с образованием резонансов. Теперь необходимо количественно оценить доли QEL, DIS и RES событий в реальных данных, для того чтобы определить возможность выделения событий квазиупругого рассеяния.

Полное сечение процесса квазиупругого рассеяния $\nu_\mu + n \rightarrow \mu + p$ слабо зависит от энергии нейтрино E после 1 ГэВ. Поэтому, принимая во внимание спектр нейтринного пучка, а также используемую параметризацию формфакторов и значения эмпирических коэффициентов, можно считать что сечение искомого процесса не зависит от энергии и равно на изоскалярной мишени $\sigma_{QEL} = 0.4455 \cdot 10^{-38} \text{ см}^2$. Такие же соображения можно использовать и при рассмотрении процессов с участием резонансов:

$$\begin{aligned}\sigma(\nu_\mu + n \rightarrow \mu + p + \pi^0) &= 0.537 \cdot 10^{-38} \text{ см}^2 \\ \sigma(\nu_\mu + n \rightarrow \mu + n + \pi^+) &= 0.276 \cdot 10^{-38} \text{ см}^2 \\ \sigma(\nu_\mu + p \rightarrow \mu + p + \pi^+) &= 0.330 \cdot 10^{-38} \text{ см}^2\end{aligned}$$

В итоге, сечение на изоскалярной мишени равно $\sigma_{RES} = 0.5715 \cdot 10^{-38} \text{ см}^2$. Экспериментальное значение сечения глубоконеупругого рассеяния нейтрино на изоскалярной мишени с достаточной для оценки точностью равно $\sigma_\nu/E = (0.686 \pm 0.019) \cdot 10^{-38} \text{ см}^2/\text{ГэВ}$. Среднее значение энергии нейтрино равно $\langle E \rangle = 23.6 \text{ ГэВ}$. Поэтому сечение глубоконеупругого рассеяния, усредненное по имеющемуся спектру, составит $\sigma_{DIS} = 15.875 \cdot 10^{-38} \text{ см}^2$.

Как видно из таблицы (3.2), полная эффективность идентификации событий после применения вышеперечисленных критериев отбора составляет 40.08, 9.29 и 44.15% для QEL, DIS и RES соответственно. Поэтому следует ожидать что соотношение между рассматриваемыми процессами в реальных данных, удовлетворяющих критериям отбора, будет следующим: $QEL = 9.37\%$, $DIS = 77.39\%$, $RES = 13.24\%$. Рисунки (3.16), (3.17) и (3.18) построены именно с этими коэффициентами смешивания.

Четко видно определенное рассогласование, особенно оно заметно на распределениях по недостающему поперечному импульсу Pt^{mis} и кинематике протона. Кроме того, доля событий квазиупругого рассеяния весьма мала. Из сравнения симулированных распределений друг с другом можно предложить ряд дополнительных критериев отбора:

- $y_{Vj} \leq 0.3$;
- $Pt^{mis} \leq 0.8 \text{ ГэВ}$;
- $0.7 \leq \alpha/\pi \leq 1$, где α - угол между поперечными компонентами импульсов двух заряженных треков, выходящих из первичной вершины;
- полный импульс протона: $0.3 \text{ ГэВ} \leq |\vec{p}'| \leq 4 \text{ ГэВ}$;
- поперечный импульс протона $0.2 \text{ ГэВ} \leq |\vec{p}'_\perp| \leq 3 \text{ ГэВ}$;
- угол вылета протона $0.2 \leq \theta^{pr}/\pi \leq 0.5$.

Согласно таблице (3.2), эффективность идентификации QEL событий понизилась на $\sim 4\%$ и составила 36.56%, в то время как вклад от DIS событий удалось подавить более чем в 8 раз, а от RES - 2 раза. В итоге, ожидаемое соотношение между рассматриваемыми процессами в реальных данных будет следующим: $QEL = 36.56\%$, $DIS = 40.59\%$, $RES = 22.85\%$. Рисунки (3.19), (3.20) и (3.21) построены с этими коэффициентами смешивания и демонстрируют более лучшее соответствие симулированных и реальных данных. Причина оставшегося рассогласования между симулированными и реальными данными может заключаться как в не совсем

точных коэффициентах смешивания, так и неправильном моделировании (в частности, некорректный учет ферми-движения нуклонов вполне может привести к наблюдаемому смещению по импульсу протона).

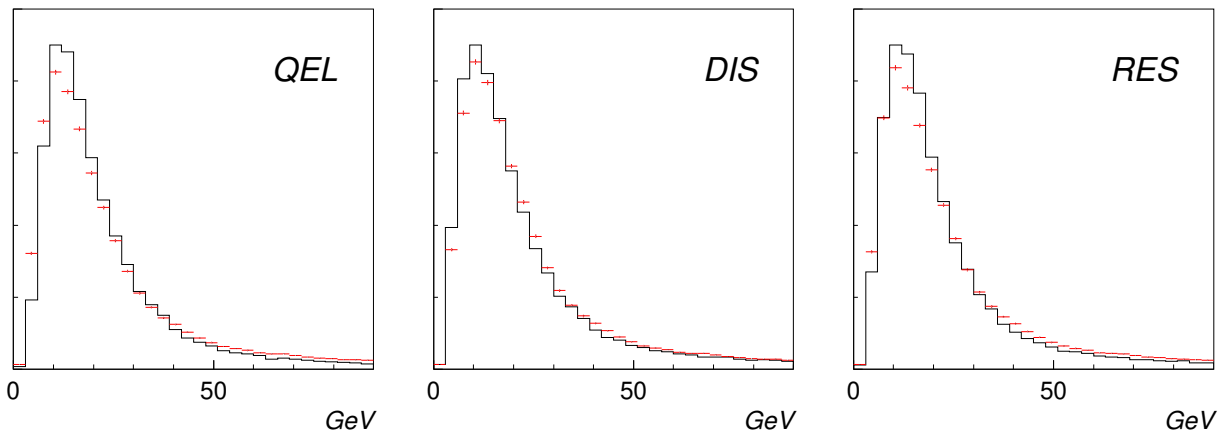


Рис. 3.9: Распределение по энергии нейтрино E : смоделированные события (сплошная линия) и реальные данные (точки с ошибками).

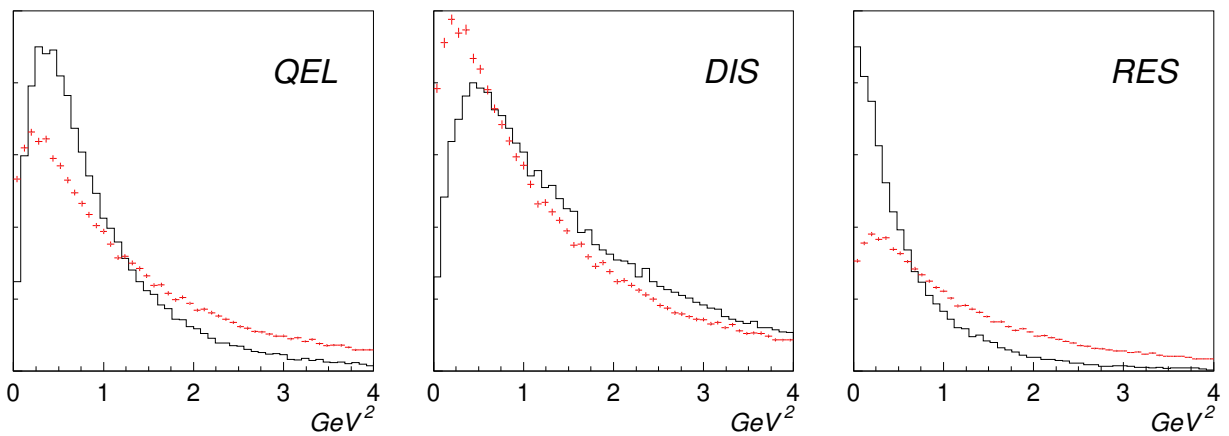


Рис. 3.10: Распределение по Q^2 : смоделированные события (сплошная линия) и реальные данные (точки с ошибками).

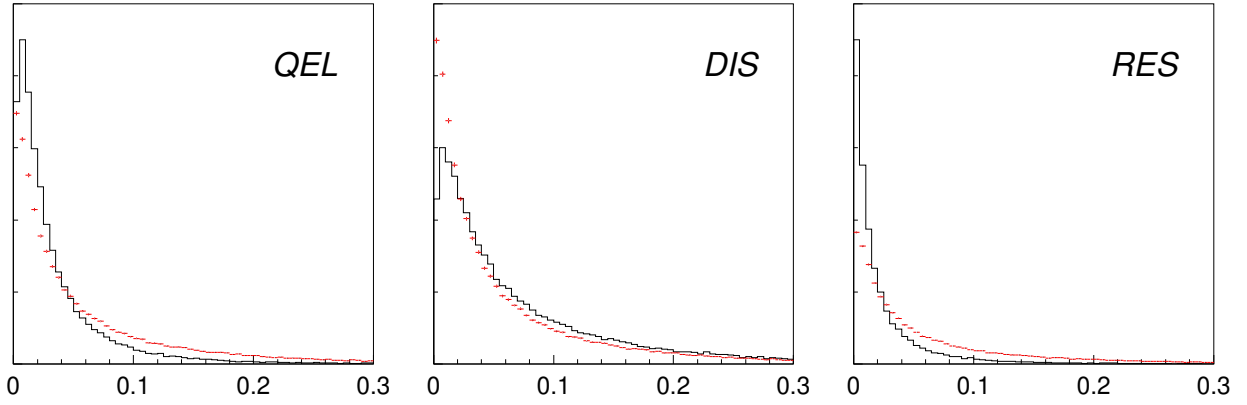


Рис. 3.11: Распределение по y_{Bj} : смоделированные события (сплошная линия) и реальные данные (точки с ошибками).

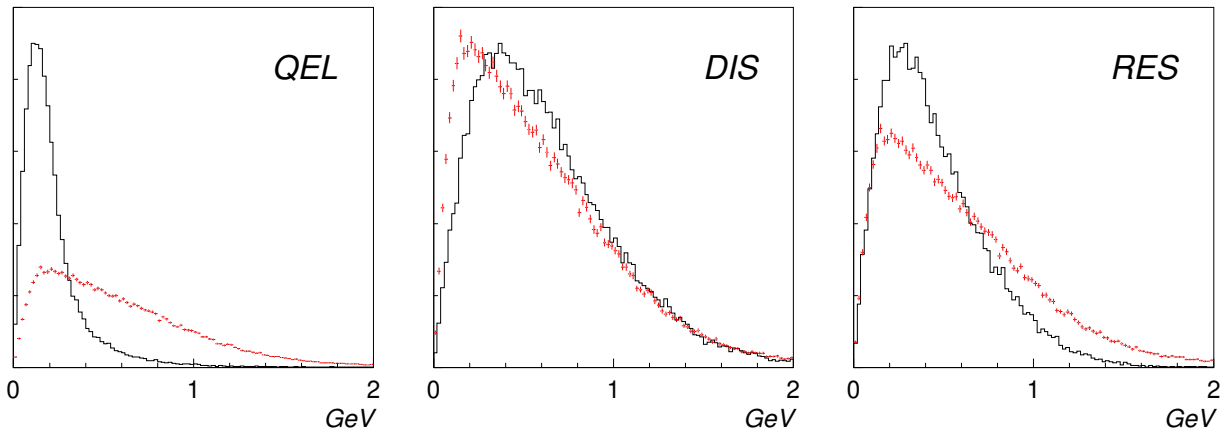


Рис. 3.12: Распределение по недостающему поперечному импульсу P_t^{mis} : смоделированные события (сплошная линия) и реальные данные (точки с ошибками).

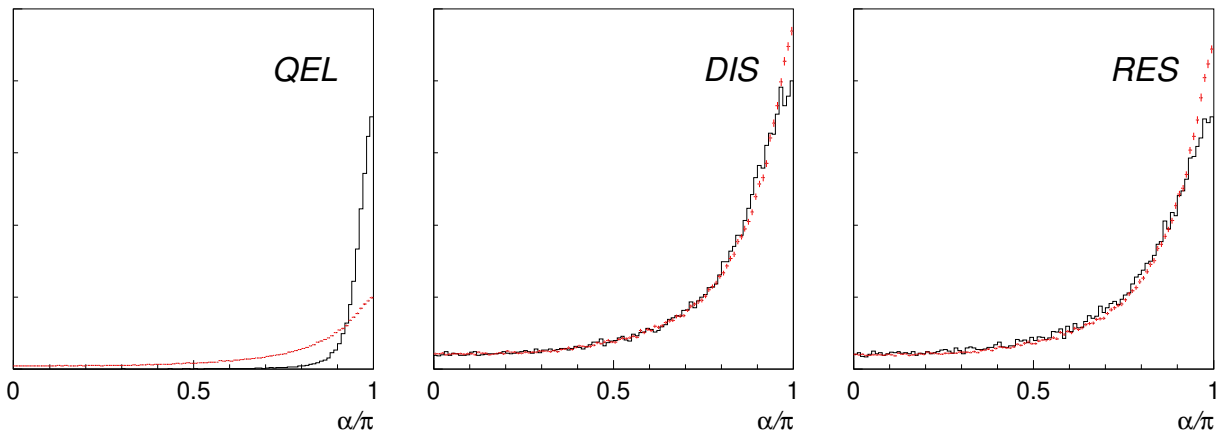


Рис. 3.13: Распределение по углу α между поперечными компонентами импульсов двух заряженных треков, выходящих из первичной вершины: смоделированные события (сплошная линия) и реальные данные (точки с ошибками).

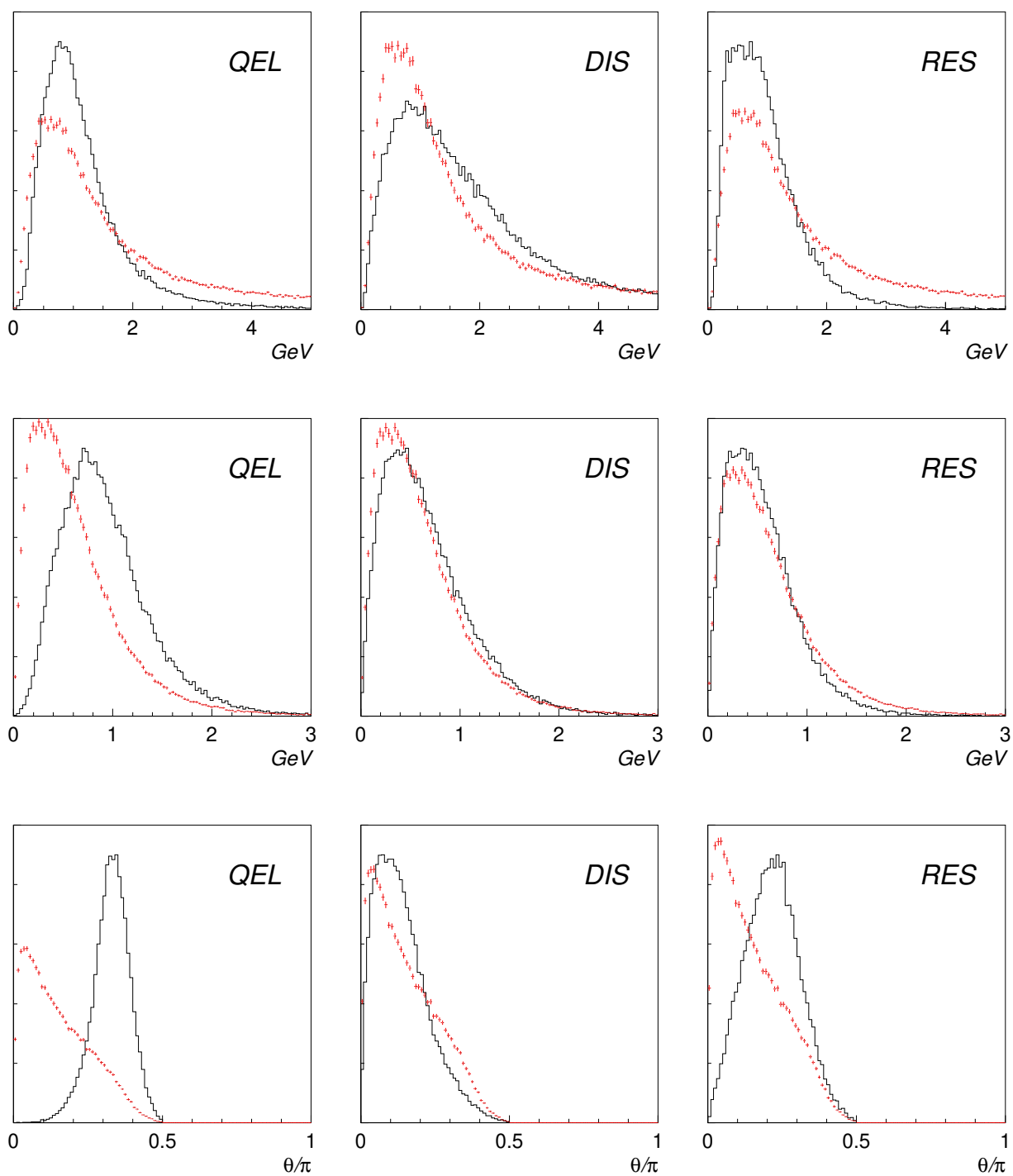


Рис. 3.14: Распределение по полному (сверху), поперечному импульсу (по середине) и углу вылета θ (снизу) "протона" в смоделированных событиях (сплошная линия) и реальных данных (точки с ошибками).

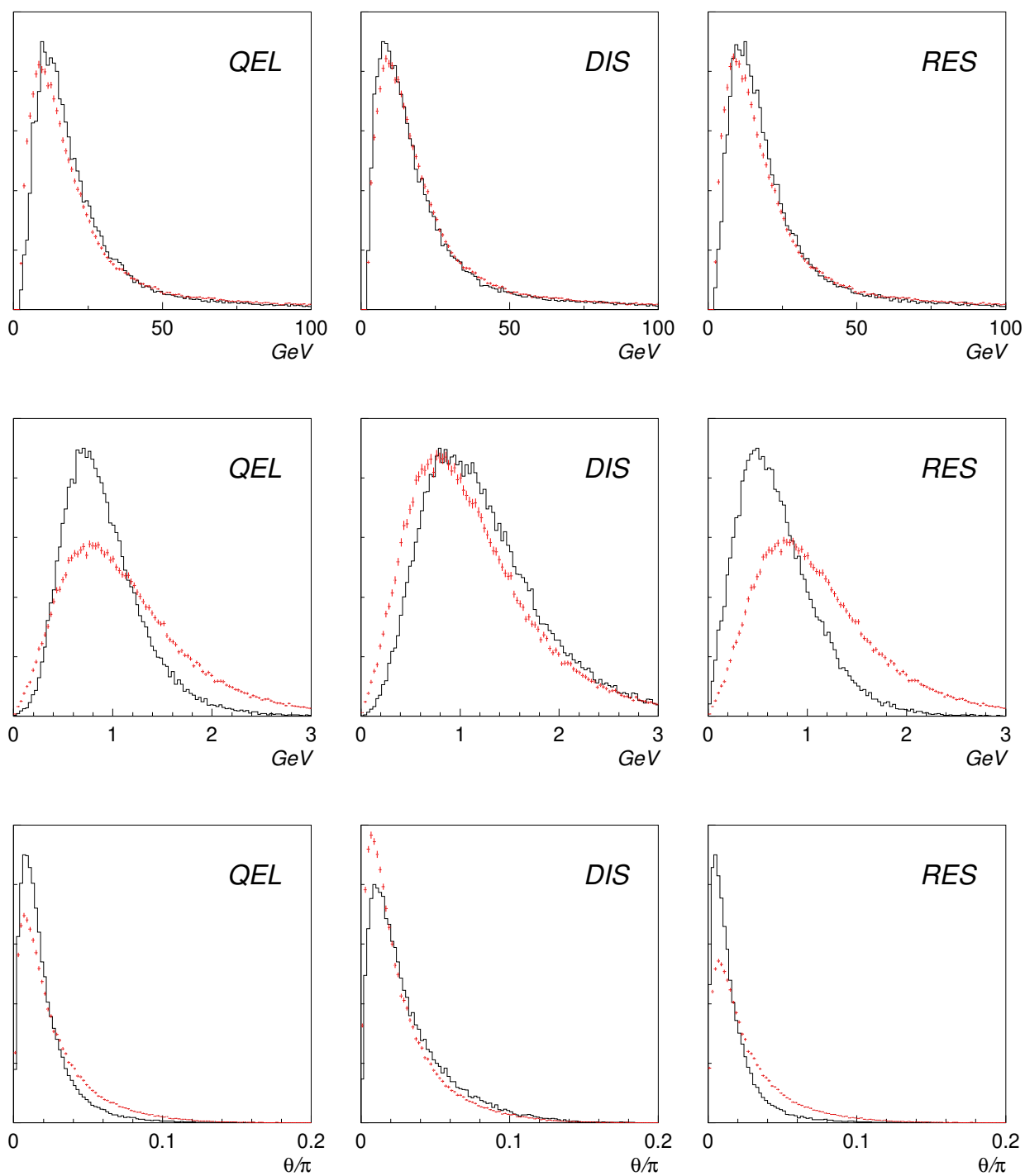


Рис. 3.15: Распределение по полному (сверху), поперечному импульсу (по середине) и углу вылета θ (снизу) мюона в смоделированных событиях (сплошная линия) и реальных данных (точки с ошибками).

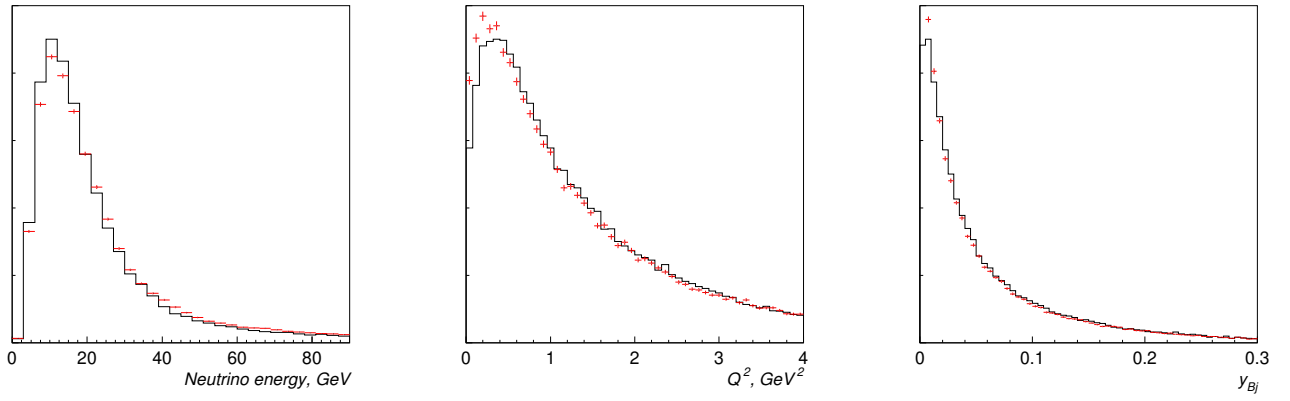


Рис. 3.16: Сравнение реконструированных кинематических переменных E , Q^2 , y_{Bj} в симулированных событиях (сплошная линия) и реальных данных (точки с ошибками).

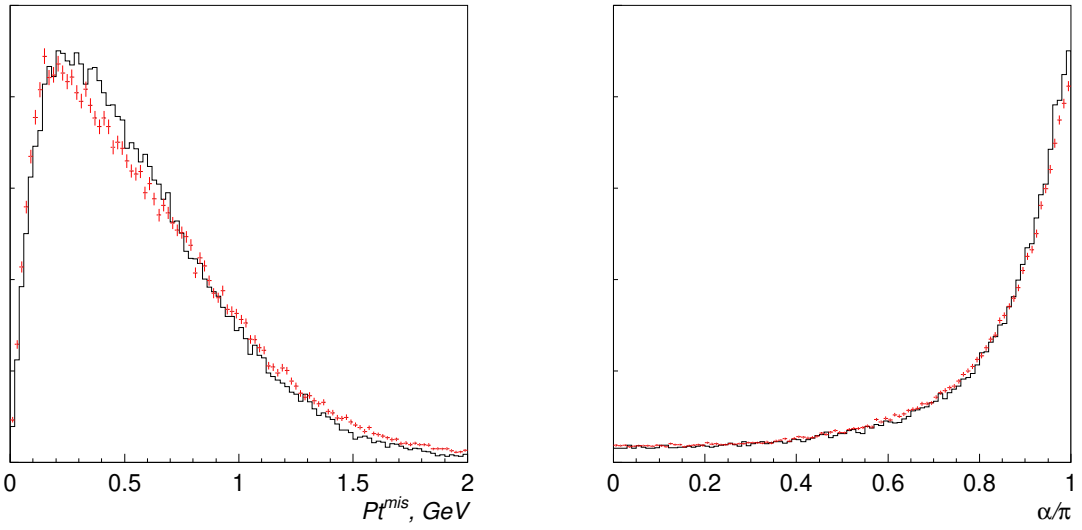


Рис. 3.17: Сравнение реконструированных кинематических переменных Pt^{mis} , α в симулированных событиях (сплошная линия) и реальных данных (точки с ошибками).

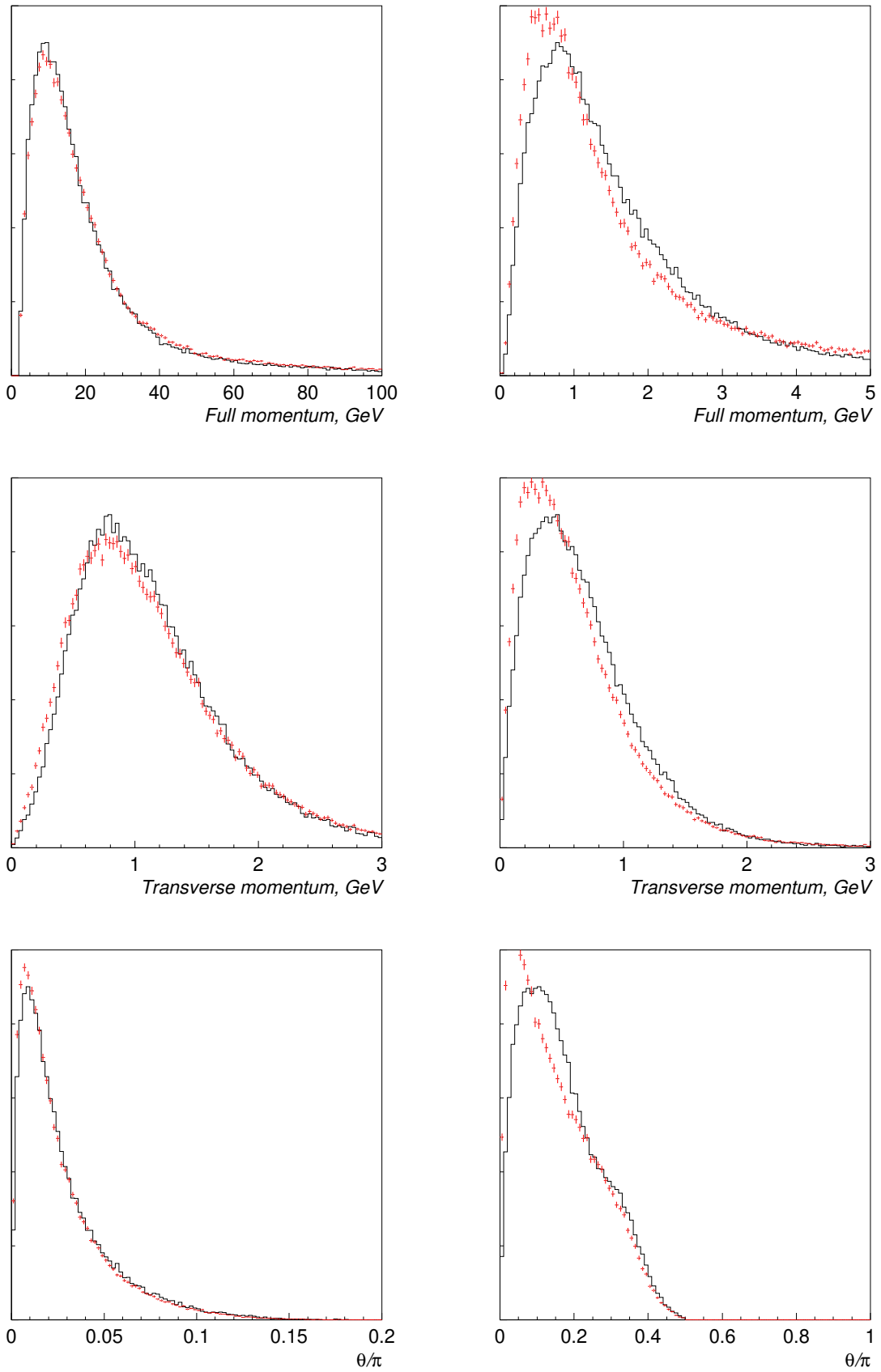


Рис. 3.18: Сравнение реконструированных полного (сверху), поперечного импульса (по середине) и угла вылета θ (снизу) мюона (слева) и протона (справа) в симулированных событиях (сплошная линия) и реальных данных (точки с ошибками). Смешивание в симулированных данных осуществляется так, как было описано выше.

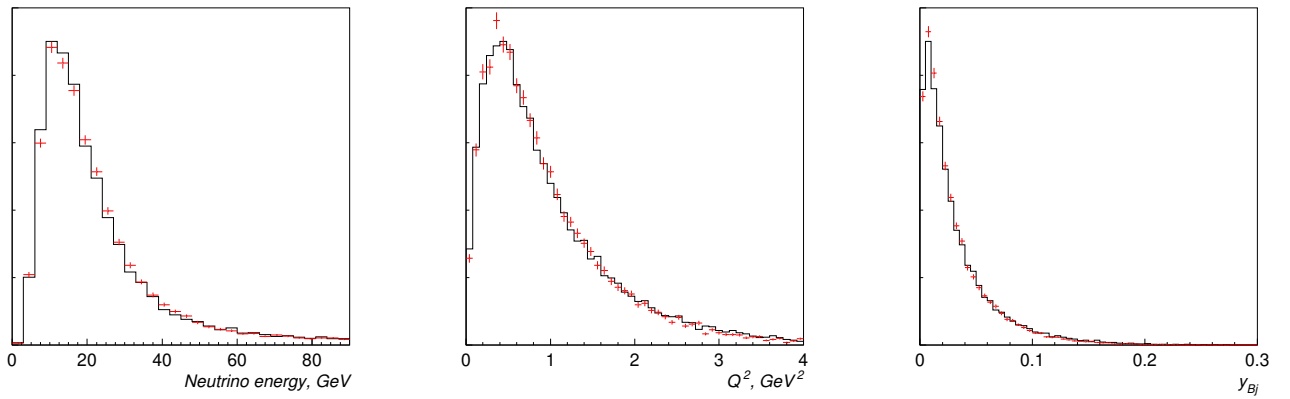


Рис. 3.19: Сравнение реконструированных кинематических переменных E , Q^2 , y_{Bj} в симулированных событиях (сплошная линия) и реальных данных (точки с ошибками) после применения дополнительных критериев отбора.

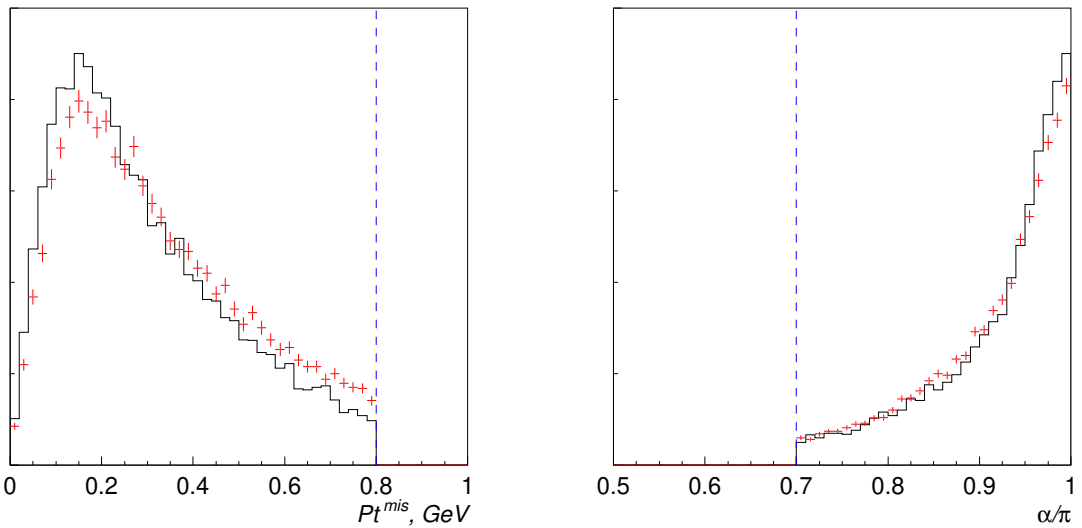


Рис. 3.20: Сравнение реконструированных кинематических переменных Pt^{mis} , α в симулированных событиях (сплошная линия) и реальных данных (точки с ошибками) после применения дополнительных критериев отбора.

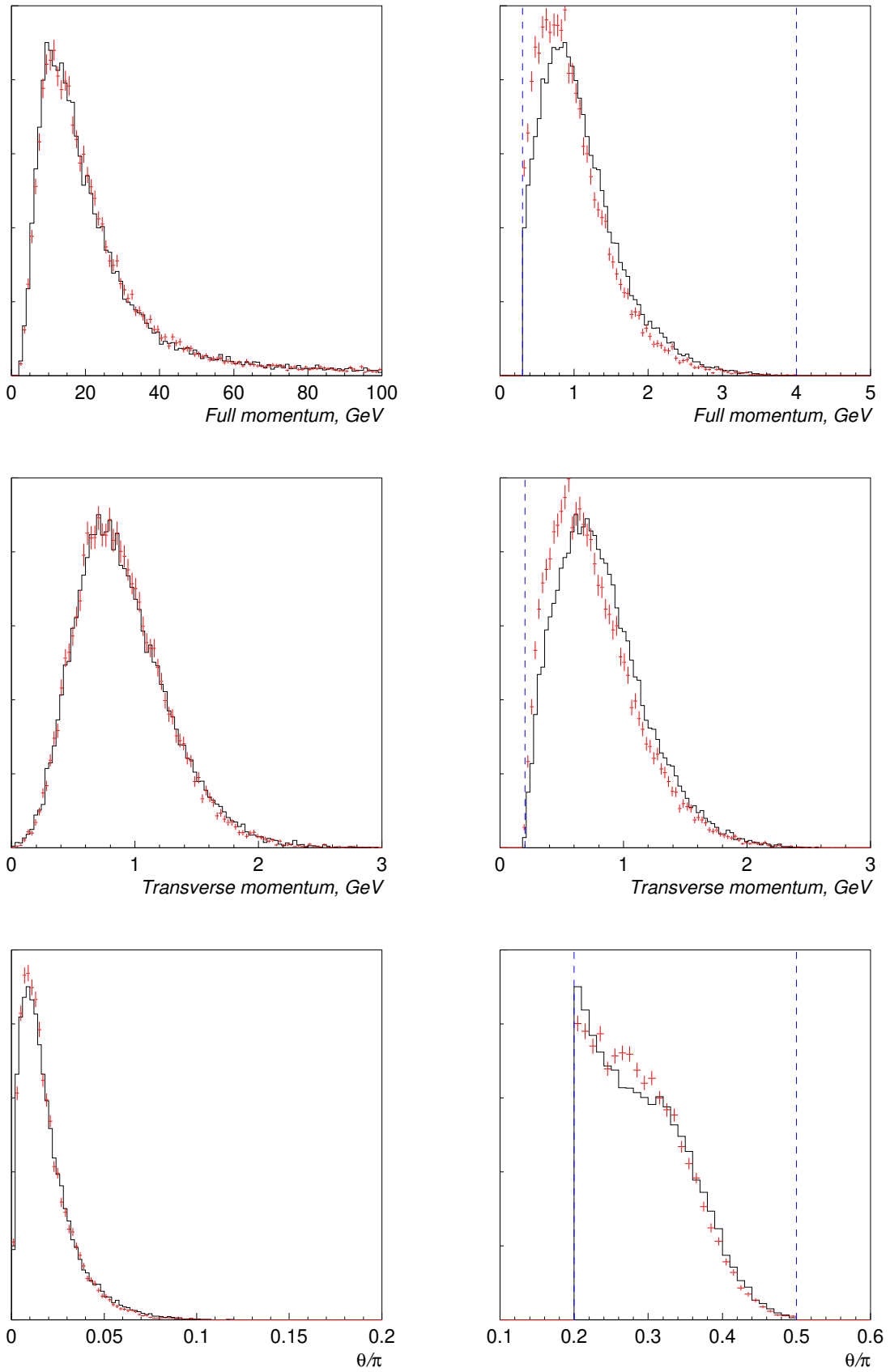


Рис. 3.21: Сравнение реконструированных полного (сверху), поперечного импульса (по середине) и угла вылета (снизу) мюона (слева) и протона (справа) в симулированных событиях (сплошная линия) и реальных данных (точки с ошибками) после применения дополнительных критериев отбора.

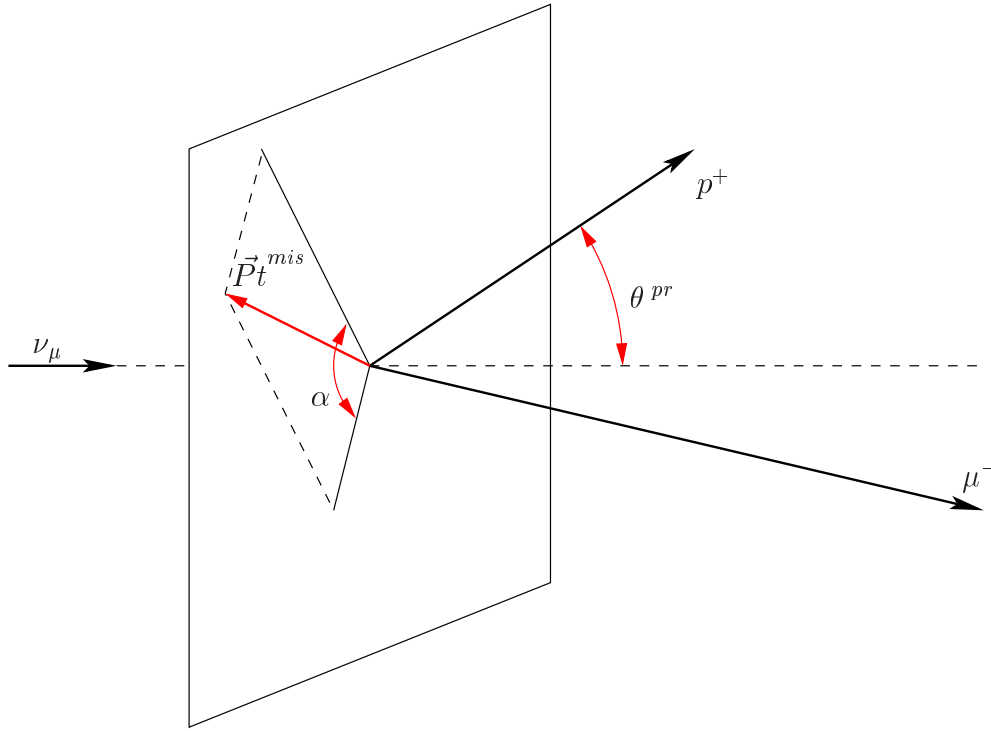


Рис. 3.22: Кинематические переменные, являющиеся аргументами функции правдоподобия.

Хотя доля искомым событий квазиупругого рассеяния значительно увеличилась, рассматриваемый процесс все-таки не является преобладающим в отобранном наборе событий. Обратимся к рисункам (3.12), (3.13) и (3.14). Видно, что распределения по переменным Pt^{mis} , α , θ^{pr} для полезных QEL событий отличаются от соответствующих распределений DIS и RES событий. На рисунке (3.22) показаны рассматриваемые кинематические переменные в том случае, когда из первичной вершины выходят только два заряженных трека.

Применение более сильных критериев отбора по каждой из этих переменных в отдельности уже не возможно, поскольку приводит к резкому падению отношения сигнала/фон. Тем не менее имеются все основания полагать, что сигнальные и фоновые события занимают различные области в трехмерном пространстве этих переменных.

Поэтому, для дальнейшего подавления фона используется функция правдоподобия \mathcal{L} (likelihood). Набору из трех кинематических переменных $\vec{\ell} = \{Pt^{mis}, \alpha, \theta^{pr}\}$ ставится в соответствие

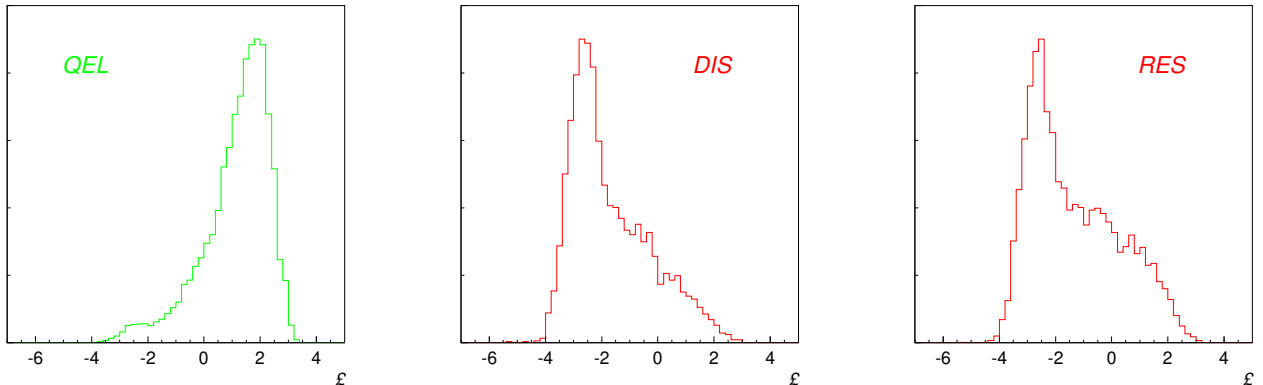


Рис. 3.23: Функция правдоподобия (likelihood) в симулированных данных.

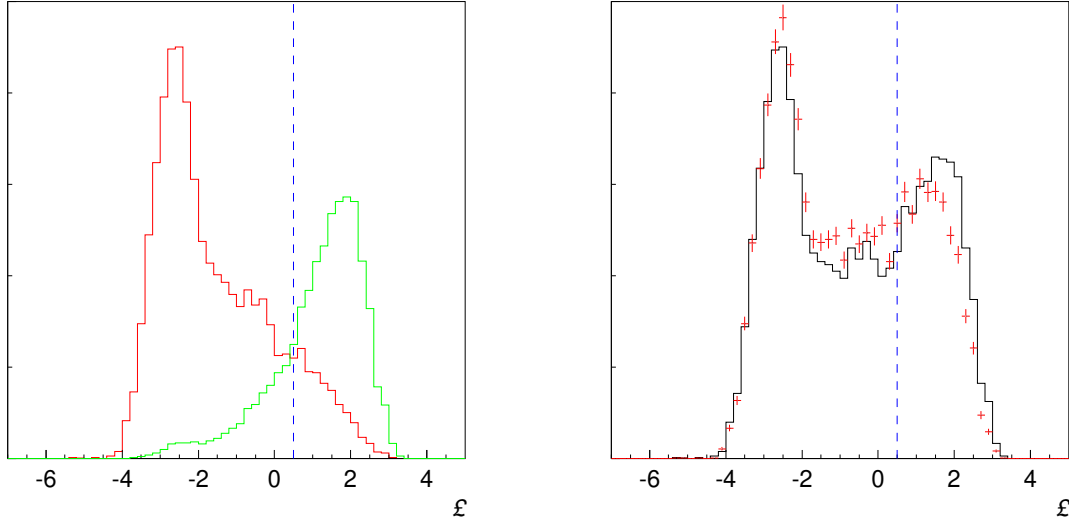


Рис. 3.24: Функция правдоподобия (*likelihood*) в симулированных (сплошная линия) и реальных (точки с ошибками) данных. На рисунке слева показаны ожидаемые распределения для фона и сигнала.

следующее отношение:

$$\mathcal{L} = \ln \frac{P(\vec{\ell} | QEL)}{P(\vec{\ell} | RES)}$$

где $P(\vec{\ell} | QEL)$ и $P(\vec{\ell} | RES)$ - вероятности для квазиупругого события и события с образованием резонансов иметь кинематические переменные $\vec{\ell}$.

В действительности, интервал изменения каждой переменной из $\vec{\ell}$ был разбит на 30 отрезков и каждому из полученных 27000 возможных значений $\vec{\ell}$ на основе симулированных событий QEL и RES было поставлено в соответствие некоторое число \mathcal{L} .

На рисунке (3.23) показано распределение в симулированных данных по \mathcal{L} . Хорошо видно, что в случай глубокоэластичного рассеяния качественно ближе к RES событиям. Это дает возможность применять настроенную на симулированных QEL и RES событиях процедуру идентификации для отделения также и DIS событий.

Сравнение ожидаемого и экспериментально наблюдаемого распределение по \mathcal{L} в отобранных данных приведено на рисунке (3.24). Четко наблюдается некоторое несоответствие, однако качественное совпадение формы распределений позволяет надеяться на корректность процедуры идентификации квазиупругих событий.

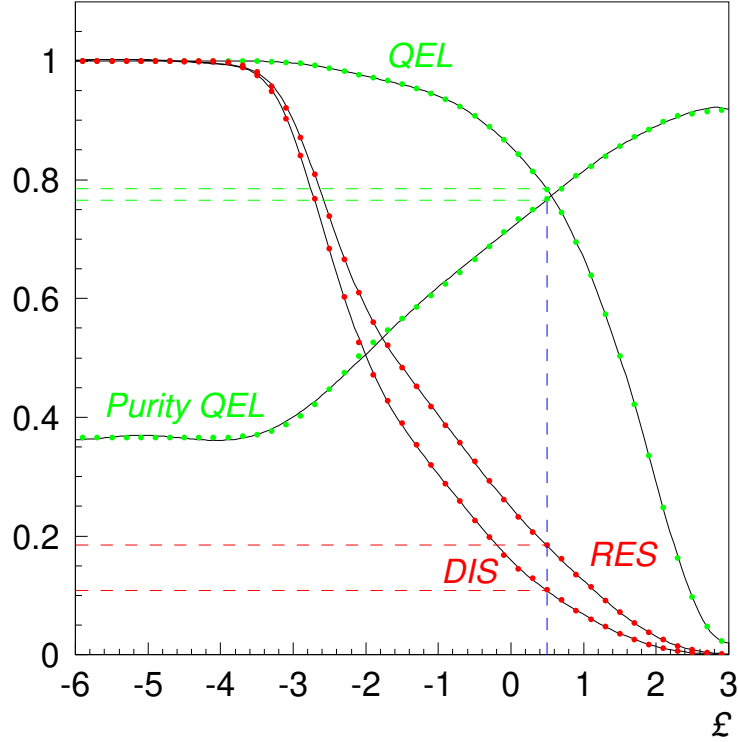


Рис. 3.25: Эффективность и чистота отбора.

Определим эффективность описанной выше процедуры идентификации QEL событий:

$$\varepsilon_{\rho}(\mathcal{L}_0) = N_{\rho}(\mathcal{L} \geq \mathcal{L}_0)/N_{\rho}, \quad \rho = QEL, DIS, RES.$$

где N_{ρ} , $N_{\rho}(\mathcal{L} \geq \mathcal{L}_0)$ - полное число событий в ρ канале и число событий в этом же канале для которых $\mathcal{L} \geq \mathcal{L}_0$.

Под чистотой выделения искомым QEL событий следует тогда понимать

$$Purity(QEL) = \frac{N_{QEL}(\mathcal{L} \geq \mathcal{L}_0)}{\sum_{\rho} N_{\rho}(\mathcal{L} \geq \mathcal{L}_0)}$$

Как уже было выше замечено, выполняется следующее соотношение:

$$N_{QEL} : N_{DIS} : N_{RES} = 37 : 41 : 23$$

Из рисунка (3.25) видно, что при эффективности отбора на уровне $\sim 76\%$ ($\mathcal{L}_0 = 0.5$) удастся подавить фон от DIS событий более чем в 9 раз, а RES - 5 раз; поэтому вполне разумно установить еще один критерий отбора: $\mathcal{L} \geq 0.5$. Полная эффективность критериев отбора и ожидаемое содержание QEL, DIS и RES событий после применения всех описанных критериев отбора приведены в таблице (3.2).

На рисунках (3.26), (3.27) и (3.28) приведены результаты сравнения симулированных и реальных данных, прошедших все критерии отбора. Стоит заметить, что даже при не совсем точной оценке сигнала и фона, в результате которой уровень фона мог быть занижен, содержание сигнала в отобранных событиях из реальных данных будет весьма высоко. Так, например, если сечение RES событий увеличить в два раза, то содержание сигнала при текущих критериях отбора понизится всего на $\sim 8\%$ и составит 69.8%.

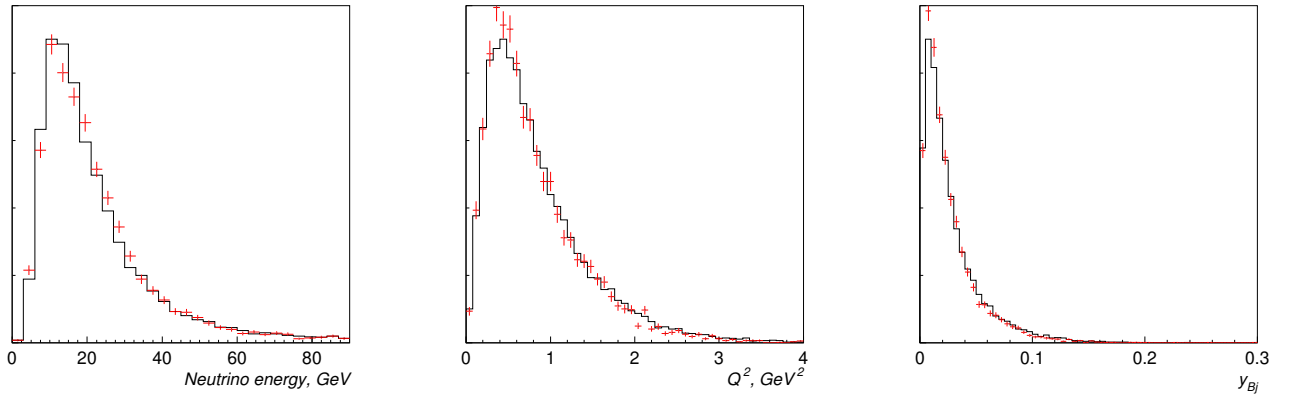


Рис. 3.26: Сравнение реконструированных кинематических переменных E , Q^2 , y_{Bj} в симулированных событиях (сплошная линия) и реальных данных (точки с ошибками), прошедших все критерии отбора.

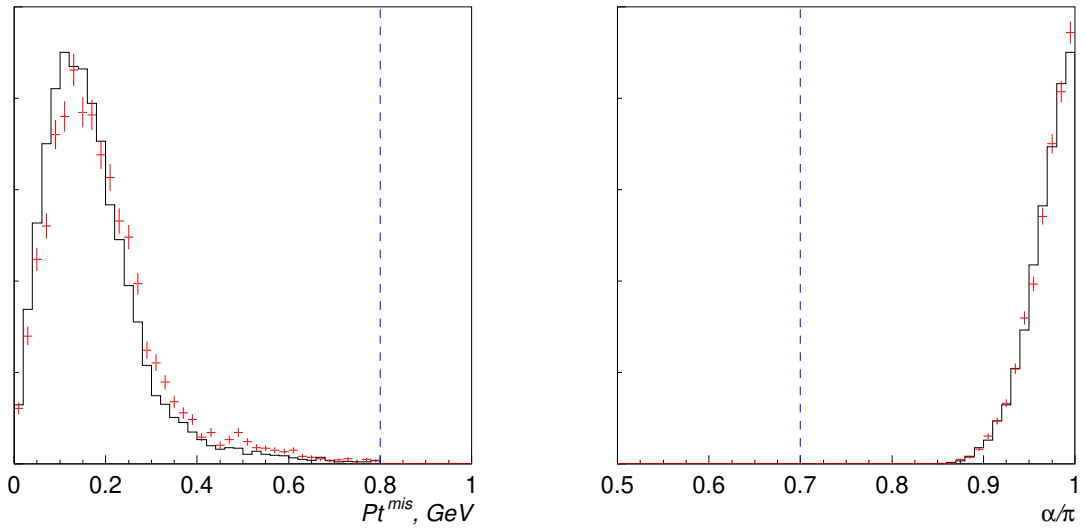


Рис. 3.27: Сравнение реконструированных кинематических переменных Pt^{mis} , α в симулированных событиях (сплошная линия) и реальных данных (точки с ошибками), прошедших все критерии отбора.

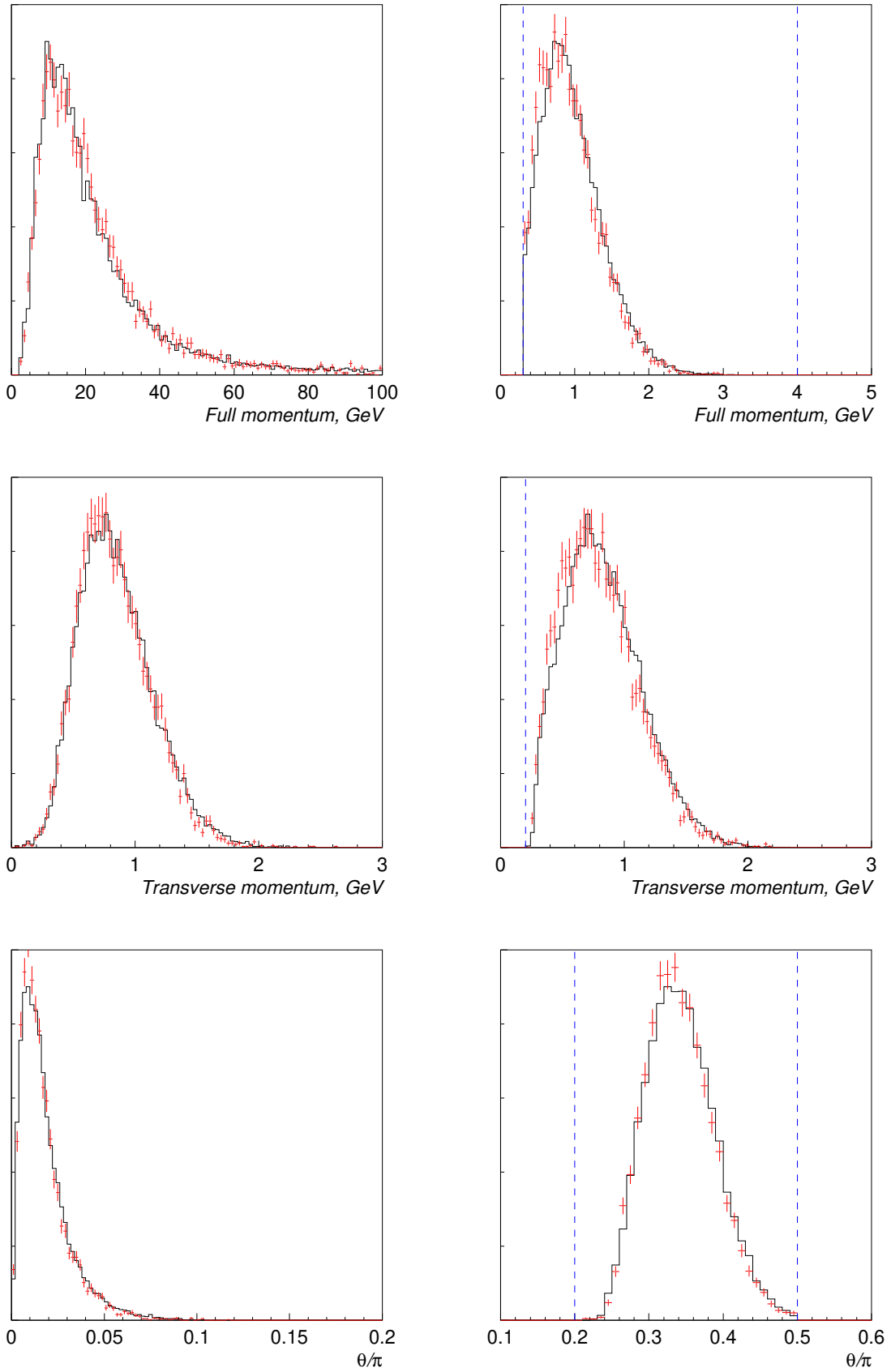


Рис. 3.28: Сравнение реконструированных полного (сверху), поперечного импульса (по середине) и угла вылета θ (снизу) мюона (слева) и протона (справа) в симулированных событиях (сплошная линия) и реальных данных (точки с ошибками), прошедших все критерии отбора.

Таблица 3.2: Результаты применения критериев отбора для выделения квазиупругих событий.

Критерии отбора	симулированные данные						реальные данные	
	QEL, %		DIS, %		RES, %			
симулировано событий	200000	100.00	714000	100.00	100000	100.00	–	–
в эффективном объеме	155541	77.77	580807	81.35	77732	77.73	–	–
$sim^1 W^2 \geq 1.96 \text{ ГэВ}^2$	–	–	552442	77.37	–	–	–	–
реконструировано	195226	100.00	677164	100.00	98624	100.00	3258280	100.00
в эффективном объеме	155572	79.69	557581	82.34	77986	79.07	1895144	58.16
$number\ of\ tracks^2 \geq 2$	87856	45.00	538123	79.47	67988	68.94	1659782	50.94
$-2 \leq charge^3 \leq 3$	87755	44.96	529758	78.23	67908	68.86	1615254	49.57
$Pt^{mis} \leq 10 \text{ ГэВ}$	87250	44.69	526918	77.81	67768	68.71	1596198	48.99
$primary\ muon^4$	85161	43.62	451471	66.67	66402	67.33	970894	29.79
$E_\nu \leq 450 \text{ ГэВ}$	84502	43.28	445374	65.77	65094	66.00	955449	29.32
$W^2 \geq 0$	84502	43.28	445250	65.75	65094	66.00	954993	29.31
$sim^1 W^2 \geq 1.96 \text{ ГэВ}^2$	–	–	427196	63.09	–	–	–	–
$charge^3 = 0$	79535	40.74	190348	28.11	41938	42.52	406779	12.48
$number\ of\ tracks^2 = 2$	79503	40.72	57730	8.53	41514	42.09	135620	4.16
$(p' + k')_z \geq 0$	79491	40.72	57728	8.52	41510	42.09	134931	4.14
$probability^5 \geq 0.01$	65038	33.31	52816	7.80	39226	39.77	113122	3.47
$E, E', E^{pr} \leq 450 \text{ ГэВ}$	65038	33.31	52816	7.80	39226	39.77	113122	3.47
$\theta^{pr} \leq \pi/2$	62344	31.93	51332	7.58	34316	34.79	109956	3.37
$y_{Bj} \leq 0.3$	61364	31.43	37685	5.57	33872	34.34	80042	2.46
$Pt^{mis} \leq 0.8 \text{ ГэВ}$	59814	30.64	27135	4.01	29674	30.09	59087	1.81
$0.7 \leq \alpha/\pi \leq 1$	59302	30.38	22380	3.30	22266	22.58	48062	1.48
$0.3 \text{ ГэВ} \leq \vec{p}' \leq 4 \text{ ГэВ}$	57474	29.44	20518	3.03	21210	21.51	42048	1.29
$0.2 \text{ ГэВ} \leq \vec{p}'_\perp \leq 3 \text{ ГэВ}$	57405	29.40	19763	2.92	20062	20.34	39710	1.22
$0.2 \leq \theta/\pi \leq 0.5$	56383	28.88	6246	0.92	13728	13.92	21558	0.66
$\mathcal{L} \geq 0.5$	43105	22.08	643	0.09	2350	2.38	6678	0.20
эффективность до \mathcal{L}	36.25, %		1.13, %		17.66, %		–	
эффективность после \mathcal{L}	27.71, %		0.12, %		3.02, %		–	
содержание до \mathcal{L}	36.56, %		40.59, %		22.85, %		100%	
содержание после \mathcal{L}	77.56, %		11.59, %		10.85, %		100%	

¹ симулированный квадрат инвариантной массы адронной системы

² число заряженных треков, выходящих из первичной вершины

³ сумма зарядов треков из первичной вершины

⁴ наличие в первичной вершине идентифицированного мюона

⁵ вероятность трека иметь данный χ^2

Выводы

В данной главе мы рассмотрели вопрос реконструкции и идентификации ν_μ CC событий. Описан способ идентификации квазиупругих $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ событий. Приведены распределения всех важных кинематических переменных на различных стадиях отбора событий. Показано, что полученный набор из 6678 событий идентифицирован с высокой чистотой и может быть использован для определения аксиального форм-фактора нуклонов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем итоги. Основные результаты работы состоят в следующем:

- Получено выражение для дифференциального сечения упругих и квазиупругих процессов на свободном нуклоне с учетом массы вылетающего лептона.
- Проведен анализ экспериментально измеренных и предсказываемых фоновых процессов. Сделано заключение об удовлетворительном описании вклада глубоконеупругих процессов и процессов с образованием резонансов в квазиупругое рассеяние.
- Разработана методика статистического выделения $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ процесса. Из сравнения ожидаемых и экспериментальных распределений по кинематическим переменным сделано заключение о том, что процедура отбора, настроенная на симулированных МС данных, работает корректно.
- Проведен анализ данных, накопленных за 4 года работы эксперимента NOMAD. Найдено 6678 событий, являющихся кандидатами в квазиупругое рассеяние. Чистота отбора составляет 77% при полной эффективности 28%.

К сожалению, на сегодняшний день не удалось измерить полное сечение исследуемого процесса на изоскалярной мишени. Также пока неясно, как корректно учитывать эффект Паули и ферми-движение нуклонов в ядре в данном случае.

Приложение А: Обращение времени

Рассмотрим преобразование T обращения времени: $x(x_0, \vec{x}) \rightarrow x'(-x_0, \vec{x})$. Предположим что ему соответствует некоторое линейное преобразование S полевой функции $\psi(x)$:

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x') = S\psi(x)$$

Уравнение Дирака в электромагнитном поле A_α имеет вид:

$$(i\gamma^\alpha \frac{\partial}{\partial x^\alpha} - e\gamma^\alpha A_\alpha(x) - m)\psi(x) = 0 \quad (1.1)$$

Поскольку потенциал электромагнитного поля $\vec{A}(x)$ обусловлен токами, которые меняют знак при обращении времени, мы потребуем $\vec{A}'(x') = -\vec{A}(x)$ и $A'_0(x') = A_0(x)$. Из инвариантности уравнения (1.1) относительно преобразования T следует, что в новой системе координат x' уравнение имеет вид:

$$(i\gamma^\alpha \frac{\partial}{\partial x'^\alpha} - e\gamma^\alpha A'_\alpha(x') - m)\psi'(x') = 0, \quad (-i\gamma^\alpha \eta^\alpha \frac{\partial}{\partial x^\alpha} - e\gamma^\alpha \eta^\alpha A_\alpha(x) - m)S\psi(x) = 0 \quad (1.2)$$

где $\eta^\alpha = \eta_\alpha = (1, -1, -1, -1)$.

Из уравнения (1.2) хорошо видно, что невозможно построить линейный оператор S . Нелинейный закон преобразования полевых функций можно установить следующим образом: вначале транспонируем эрмитово сопряженное уравнение Дирака, затем сделаем в нем замену переменной $x \rightarrow x'$ и умножим слева на некоторую матрицу T :

$$\begin{aligned} \bar{\psi}(x)(i\gamma^\alpha \frac{\partial}{\partial x^\alpha} + e\gamma^\alpha A_\alpha(x) + m) &= 0 \\ [i[\gamma^\alpha]^T \frac{\partial}{\partial x^\alpha} + e[\gamma^\alpha]^T A_\alpha(x) + m][\bar{\psi}(x)]^T &= 0 \\ [-i\eta^\alpha T[\gamma^\alpha]^T \frac{\partial}{\partial x'^\alpha} + e\eta^\alpha T[\gamma^\alpha]^T A'_\alpha(x') + Tm][\bar{\psi}(x)]^T &= 0 \end{aligned}$$

Если теперь потребовать

$$T[\gamma^\alpha]^T T^{-1} = \eta^\alpha \gamma^\alpha \quad (1.3)$$

то закон преобразования полевой функции примет следующий вид:

$$\psi'(x') = T[\bar{\psi}(x)]^T \quad (1.4)$$

Уравнение (1.3), определяющее матрицу T , имеет решение. В частности в представлении Дирака-Паули матрица T унитарна и имеет вид:

$$T = \gamma^3 \gamma^1 \gamma^0, \quad T^{-1} = \gamma^0 \gamma^1 \gamma^3 = T^+ \quad (1.5)$$

Рассмотрим теперь свободную частицу с импульсом p . Решение уравнения Дирака в этом случае имеет вид:

$$\psi_p(x) = u(p)e^{-ipx}, \quad \psi'_p(x') = T[\bar{\psi}_p(x)]^T = T[\bar{u}(p)e^{+ipx}]^T = u'(p')e^{-ip'x'}, \quad (1.6)$$

откуда следует, что при преобразованиях трансляции импульс частицы $p(p_0, \vec{p}) \rightarrow p'(p_0, -\vec{p})$ и спинор $u'(p') = T[\bar{u}(p)]^T$.

Список используемой литературы

- [1] W. Pauli, Public letter to the group of the Radioactives at the district society meeting in Tübingen, 4 Dec. 1930
- [2] C.L. Cowan *et al.*, Science 124 (1956) 103
F. Reines, C.L. Cowan, Nature 178 (1956) 446
- [3] G. Damby *et al.*, Phys. Rev. Lett. 9 (1962) 36
- [4] Review of Particle Properties, Phys. Rev. **D 54** (1996) 256
- [5] K. Kodama *et al.*, DONUT Collaboration, Phys. Lett. 504B (2001) 3
- [6] M. Goldhaber, L. Grodzins, A.W. Sunyar, Phys. Rev. 109 (1958) 1015
- [7] R.P. Feynman, Photon and Hadron Interactions, Benjamin ed. (1972)
- [8] F.J. Hasert *et al.*, Phys. Lett. 46B (1973) 121
- [9] R. Davis, Prog. Part. Nucl. Phys. 32 (1994) 13
R. Davis Jr., Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 48 (1996) 284
- [10] W. Hampel *et al.*, GALLEX Collaboration, Phys. Lett. B388 (1996) 384
P. Anselmann *et al.*, GALLEX Collaboration, Phys. Lett. B361 (1996) 235
- [11] J.N. Abdurashitov *et al.*, Phys. Lett. B328 (1994) 234
- [12] Y. Suzuki *et al.*, KAMIOKANDE Collaboration, Phys. Rev. Lett. 77 (1996) 1683
- [13] Y. Fukuda *et al.*, Phys. Rev. Lett. 82 (1999), 2430
- [14] L.A. Ahrens *et al.*, Phys. Rev. **D 35** (1987) 785
- [15] G.T. Garvey, W.C. Louis and D.H. White, Phys. Rev. **C 48** (1993) 761
- [16] Д.В. Наумов, Рождение странных адронов и поляризация Λ^0 и $\bar{\Lambda}^0$ гиперонов в нейтринных взаимодействиях в эксперименте NOMAD // кандидатская диссертация, ОИЯИ (2001)
- [17] W.M. Alberico, S.M. Bilenky, C. Maieron, Strangeness in the nucleon: neutrino-nucleon and polarized electron-nucleon scattering, // hep-ph/0102269 (2001)
- [18] D.E. Groom *et al.* [Particle Data Group], Eur. Phys. J. **C 15**, 1 (2000)
- [19] С.М. Биленький, Введение в диаграммную технику Фейнмана, М., Атомиздат, 1971г.
- [20] Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков, Введение в теорию квантованных полей, М., Наука, 1973г.

- [21] Ю. Комминс, Ф. Буксбаум, Слабые взаимодействия лептонов и кварков, М., Энергоатомиздат, 1987г.
- [22] С.М. Биленький, Лекции по физике нейтринных и лептон-нуклонных процессов, М., Энергоиздат, 1981 г.
- [23] Л.Б. Окунь, Лептоны и кварки, М., Наука, 1981 г.
- [24] E.A. Paschos, J.Y. Yu, Neutrino interactions in oscillation experiments, // hep-ph/0107261 (2001)
- [25] В.И. Гольданский, Ю.П. Никитин, И.Л. Розенталь, Кинематические методы в физике высоких энергий, М., Наука, 1987г.
- [26] P.E. Bosted, Empirical fit to the nucleon electromagnetic form factors, // Phys. Rev. C **51**, 1 (1995)
- [27] В.А. Попов, Search for $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ neutrino oscillations in the $\tau^- \rightarrow e^- \nu_e \nu_\tau$ decay channel in the NOMAD experiment at CERN // PhD, University of Paris VII (1998)