

ГОНЧАР МАКСИМ ОЛЕГОВИЧ

**Измерение угла смешивания θ_{13} и расщепления масс
нейтрино Δm_{32}^2 в эксперименте Daya Bay**

01.04.16 – физика атомного ядра и элементарных частиц

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

к. ф.-м. н.

Наумов Д. В.

Оглавление

Введение	7
Глава 1. Обзор литературы	11
1.1. Введение	11
1.2. Нейтринные осцилляции	12
1.2.1. Нейтрино в Стандартной Модели	12
1.2.2. Эффект осцилляций	14
1.2.3. Параметры нейтринных осцилляций	17
1.2.4. Ограничения используемого подхода	18
1.3. Электронные антинейтрино от ядерного реактора	22
1.3.1. Введение	22
1.3.2. Источники антинейтрино	24
1.3.3. Антинейтрино от делящихся изотопов	24
1.3.4. Отработавшее ядерное топливо	36
1.4. Обратный бета-распад	39
1.4.1. Сечение обратного бета-распада	39
1.4.2. Время жизни нейтрона	41
1.5. Открытие реакторных антинейтрино и измерение угла смешивания θ_{13}	43
1.5.1. Введение	43
1.5.2. Эксперимент Райнеса и Коуэна	43
1.5.3. Первые осцилляционные эксперименты с реакторными антинейтрино	47
1.5.4. Эксперимент CHOOZ	48
1.5.5. Эксперимент Palo Verde	50
1.5.6. Реакторные нейтринные эксперименты нового поколения	51
1.5.7. Указания на ненулевое значение θ_{13}	51
1.5.8. Измерение угла смешивания нейтрино θ_{13}	53
1.6. Измерение расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2	58
1.7. Заключение к первой главе	61
Глава 2. Эксперимент Daya Bay	62
2.1. Введение	62

2.2.	Феноменология эксперимента Daya Bay	65
2.2.1.	Детектирование реакторных нейтрино	65
2.2.2.	Осцилляции реакторных антинейтрино	66
2.2.3.	Наблюдаемый сигнал	68
2.3.	Экспериментальная установка	71
2.3.1.	Комплекс атомных электростанций Дая Бей	71
2.3.2.	Конфигурация эксперимента	71
2.3.3.	Детектор антинейтрино	73
2.3.4.	Калибровочная система	75
2.3.5.	Система мюонного вето	76
2.3.6.	Триггерная система	77
2.4.	Периоды набора данных	79
2.5.	Отбор событий и реконструкция	82
2.5.1.	Отбор событий	82
2.5.2.	Фон	83
2.5.3.	Реконструкция энергии	87
2.5.4.	Эффекты энергетической шкалы	89
2.6.	Систематические неопределённости	93
2.6.1.	Неопределённости, учитываемые в анализе в режиме „поток+спектр“	93
2.6.2.	Неопределённости, учитываемые в анализе в режиме „поток“	100
2.7.	Обработка данных	104
2.8.	Заключение ко второй главе	105
Глава 3.	Программное обеспечение для анализа данных эксперимента Daya Bay . .	106
3.1.	Введение	106
3.2.	dubOscar — ПО для анализа данных эксперимента Daya Bay	107
3.2.1.	Виртуализация модельных параметров	108
3.2.2.	Вычисление ковариационных матриц	108
3.2.3.	Метод подгонки параметров	109
3.3.	Предсказание наблюдаемого спектра	111
3.3.1.	Спектр реакторных антинейтрино	111
3.3.2.	Полный поток реакторных антинейтрино	113
3.3.3.	Наблюдаемый спектр антинейтрино	113

3.3.4.	Учёт эффектов детектора	114
3.3.5.	Вклад фона	117
3.3.6.	Параметризация спектра антинейтрино от реактора	117
3.4.	Предсказание ожидаемого числа взаимодействий антинейтрино в детекторах	122
3.5.	Оптимизация вычислений	124
3.5.1.	Методика интегрирования	124
3.5.2.	Адаптивное интегрирование	126
3.5.3.	Отслеживание изменений и кеширование	127
3.6.	Матрицы ошибок	129
3.6.1.	Неопределённости ожидаемого спектра	129
3.6.2.	Матрицы ошибок	130
3.7.	Этапы развития ПО <code>dybOscar</code>	133
3.8.	Области применения <code>dybOscar</code>	135
3.9.	Заключение к третьей главе	137

Глава 4.	Исследование смещения оценки параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2, получаемой при минимизации функции χ^2	138
4.1.	Введение	138
4.2.	Методика тестирования	139
4.3.	Проверка ПО для анализа данных в режиме „поток“	141
4.3.1.	Методика тестирования	141
4.3.2.	Входные параметры	141
4.3.3.	Результаты	142
4.3.4.	Заключение	143
4.4.	Проверка ПО для спектрального анализа	145
4.4.1.	Методика тестирования	145
4.4.2.	Флуктуации модельных параметров	145
4.4.3.	Флуктуации наблюдаемых спектров в гауссовом приближении	146
4.4.4.	Входные параметры	146
4.4.5.	Пояснения к оформлению результатов	147
4.4.6.	Результаты исследования процесса подгонки	147
4.4.7.	Влияние модели спектра антинейтрино от реактора на оценку осцилляционных параметров	152

4.4.8.	Заключение	153
4.5.	Исследование отклонений в оценке параметров, возникающих при использовании метода χ^2 с ковариационной матрицей, зависящей от параметров подгонки	156
4.5.1.	Модель и методика тестирования	156
4.5.2.	Результаты	157
4.5.3.	Аналитические решения	158
4.6.	Заклучение к четвёртой главе	165
Глава 5.	Измерение значений θ_{13} и Δm_{32}^2 в эксперименте Daya Bay	166
5.1.	Введение	166
5.2.	Измерение амплитуды осцилляций $\sin^2 2\theta_{13}$ на основе полного числа событий	167
5.2.1.	Первое измерение $\sin^2 2\theta_{13}$ на основе данных, набранных за 55 дней	167
5.2.2.	Измерение $\sin^2 2\theta_{13}$ на основе данных, набранных за 139 дней	168
5.3.	Измерение значений $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 на основе данных периода 621 день	172
5.3.1.	Измерение осцилляционных параметров	172
5.3.2.	Сравнение результатов, полученных разными методами	174
5.3.3.	Измерение формы спектра реакторных антинейтрино	179
5.4.	Измерение значений $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 на основе данных периода 1230 дней	182
5.4.1.	Измерение осцилляционных параметров	182
5.4.2.	Анализ данных в режиме „поток“	183
5.4.3.	Измерение вероятности осцилляций реакторных электронных антинейтрино	188
5.4.4.	Измерение формы спектра реакторных антинейтрино	190
5.4.5.	Вклад статистических и систематических погрешностей	191
5.5.	Заклучение к пятой главе	194
	Заклучение	196
	Приложение А. Систематические неопределённости измерений	200
A.1.	Неопределённость нормально распределённой величины	200
A.2.	Некоррелированные неопределённости	200
A.3.	Коррелированные неопределённости	201

А.4. Сокращение коррелированных неопределённостей при „относительном“ измерении	203
А.5. „Относительное“ измерение при поиске решения методом минимизации функции хи-квадрат	204
А.6. Асимметричные неопределённости	206
Приложение Б. Плотность вероятности нормального распределения как функция правдоподобия	207
Б.1. Плотность вероятности нормального распределения	207
Б.2. Функции хи-квадрат	209
Б.3. Приближённое решение для минимума функции хи-квадрат со штрафными членами	211
Б.4. С какой точностью считать ковариационную матрицу для минимизации функции хи-квадрат?	212
Б.5. Статистические ошибки в функции хи-квадрат	214
Приложение В. Оценка вкладов статистических и систематических неопределённостей в полную ошибку измерения	215
Благодарности	217
Acknowledgments	219
Определения	221
Список использованных обозначений и сокращений	221
Список таблиц	226
Список иллюстративного материала	227
Список литературы	231

Введение

Актуальность работы

Нейтринные осцилляции — эффект, впервые предложенный Бруно Понтекорво в 1957 году и подтверждённый многочисленными экспериментами с солнечными, атмосферными, реакторными и ускорительными нейтрино.

Недостаток потока солнечных нейтрино был обнаружен в эксперименте в Хоумстейке в 1964, а в 2002 году эксперимент SNO показал, что электронные нейтрино от Солнца за счёт смешивания частично превращаются в мюонные и тау-нейтрино. Глобальный анализ солнечных нейтринных данных [1], проведённый в 2002 году показал, что соответствующий угол смешивания нейтрино θ_{12} значительно отличается от нуля. Также было измерено значение расщепления масс Δm_{21}^2 .

В 1992 году был обнаружен недостаток потока мюонных нейтрино по отношению к электронным в эксперименте KamioKande [2] с атмосферными (анти)нейтрино. Наблюдаемый недостаток хорошо описывается гипотезой осцилляций между мюонными и тау-нейтрино. Это позволило измерить соответствующие угол θ_{23} и расщепление масс Δm_{32}^2 .

В отличие от случая кварков, нейтрино характеризуются очень сильным смешиванием с углами $\theta_{12} \approx 34^\circ$ и почти максимальным $\theta_{23} \approx 45^\circ$. Однако, значение последнего угла смешивания θ_{13} долгое время оставалось неизвестным. Эксперименты с реакторными электронными антинейтрино [3—13], проведённые в период с 1980 по 2000 годы с детекторами, расположенными на расстояниях от нескольких метров до километра от реактора, смогли установить только верхнюю границу $\sin^2 2\theta_{13} < 0.15$. Это связано с малостью θ_{13} , что накладывает высокие требования на чувствительность эксперимента. Также, определённую роль сыграло недостаточно точно измеренное значение Δm_{32}^2 , которое необходимо для определения оптимального расстояния между детектором и реактором, максимизирующим чувствительность к $\sin^2 2\theta_{13}$.

В период с 2006 по 2008 год эксперимент MINOS значительно увеличил точность измерения Δm_{32}^2 [14; 15], что позволило определить оптимальное расстояние для измерения угла смешивания θ_{13} : один из детекторов должен находиться на расстоянии около 2 км от реакторов.

Измерение неизвестного параметра осцилляций нейтрино, угла смешивания $\sin^2 2\theta_{13}$ — цель реакторных нейтринных экспериментов нового поколения: Double CHOOZ, RENO

и Daya Bay, начавших набор данных в 2011 году. В результате измерений, отличие угла θ_{13} от нуля было продемонстрировано с высокой статистической значимостью, а его величина определена с большой точностью.

До 2012 года основными способами измерения расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2 было наблюдение исчезновения ускорительных мюонных нейтрино в экспериментах MINOS и T2K и наблюдение искажения их спектра, а также наблюдение угловой зависимости направления прилёта нейтрино в атмосферных экспериментах. Методика измерения этой величины, доступная экспериментам с реакторными электронными антинейтрино — это наблюдение искажения спектра энергии антинейтрино. Данный подход позволяет не только независимым образом проверить измерения ускорительных и атмосферных экспериментов, но и значительно увеличить их точность.

Цель диссертационной работы

Основной целью работы является измерение параметров нейтринных осцилляций в эксперименте Daya Bay: $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 . Вспомогательной задачей является разработка программного обеспечения (ПО) для анализа данных реакторных экспериментов, подходящего для обработки данных эксперимента Daya Bay как для исследования осцилляций нейтрино, так и для других задач.

Научная новизна

- Впервые продемонстрировано отличие угла смешивания θ_{13} от нуля со статистической значимостью, превышающей 5 стандартных отклонений.
- Значение $\sin^2 2\theta_{13}$ измерено с наилучшей точностью.
- Впервые измерено значение Δm_{32}^2 на основе данных реакторных экспериментов. Точность измерения в настоящее время сравнима с точностью измерения данной величины в ускорительных экспериментах.

Практическая значимость

- Угол смешивания θ_{13} и расщепление масс нейтрино Δm_{32}^2 являются фундаментальными параметрами Стандартной Модели, что определяет ценность их прецизионного измерения.
- Измерение Δm_{32}^2 в реакторных экспериментах является хорошим дополнением к результатам экспериментов с ускорительными нейтрино, так как измерение использует другой канал осцилляций, имеет отличную методику детектирования и независимую систематику. Значение Δm_{32}^2 , получаемое в реакторных экспериментах практически не зависит от других осцилляционных параметров, в том числе, при достаточной точности эксперимента, от $\sin^2 2\theta_{13}$.
- Фаза нарушения CP-инвариантности δ_{CP} появляется в общепринятой параметризации в матрице смешивания Понтекорво-Маки-Накагавы-Сакаты (ПМНС) совместно с углом θ_{13} , поэтому измеренное относительно большое значение угла смешивания нейтрино $\theta_{13} \approx 8^\circ$ открывает возможность измерения δ_{CP} .
- Прецизионное измерение θ_{13} необходимо для определения иерархии масс нейтрино.

На защиту выносятся следующие основные результаты и положения:

1. ПО для анализа данных реакторных нейтринных экспериментов и, в частности, эксперимента Daya Bay.
2. Результат измерения амплитуды осцилляций нейтрино $\sin^2 2\theta_{13}$ на основе данных о полном числе событий в детекторах эксперимента Daya Bay.

3. Результат измерения амплитуды осцилляций нейтрино $\sin^2 2\theta_{13}$ на основе спектра и потока реакторных антинейтрино в эксперименте Daya Bay.
4. Результат измерения расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2 в эксперименте Daya Bay.

Апробация работы

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих научных российских и международных конференциях: XVIII и XIX научные конференции молодых учёных и специалистов ОИЯИ, Дубна, 2014, 2015; 57-й симпозиум DAЕ по ядерной физике, Дели, Индия, 2012; международное рабочее совещание по неускорительной новой физике NANPino-2013, Валдай, 2013; 27-я международная конференция по физике нейтрино и астрофизике Neutrino 2016, Лондон, Великобритания, 2016; а также на научном совете ОИЯИ 2013 года, на рабочих совещаниях и научных семинарах ЛЯП, на собраниях и рабочих совещаниях коллаборации Daya Bay.

Публикации

Материалы диссертации опубликованы в 5-и печатных работах, из них 4 статьи в рецензируемых журналах [16—19] и 1 статья в сборнике трудов конференций [20]. Кроме того, диссертант является соавтором 11-и публикаций в рецензируемых журналах [21—31] и 2-х статей [32; 33], принятых к печати. Следует отметить [32], результат которой получен при помощи разработанного диссертантом ПО dybOscar.

Личный вклад автора

Автор непосредственно участвовал во всех работах, результаты которых вошли в диссертацию, обработке данных эксперимента, интерпретации и оформлении результатов. Им внесён существенный вклад в разработку ПО dybOscar12 для анализа данных эксперимента Daya Bay в режиме „поток“, а так же основной вклад в разработку ПО dybOscar, предназначенного для анализа данных реакторных экспериментов в режиме „поток+спектр“.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, 5-и глав, заключения и 3-х приложений. Полный объём диссертации составляет 248 страниц, включая 102 рисунка и 22 таблицы. Список литературы содержит 214 наименований.

1. Обзор литературы

1.1. Введение

В первой главе приводится обзор литературных источников по теме диссертации. Конспективно излагается описание физики нейтрино в рамках Стандартной Модели, вводятся массы нейтрино и понятие нейтринного смешивания, рассматривается феномен нейтринных осцилляций в рамках плосковолнового подхода и указывается необходимость измерения угла смешивания θ_{13} , одного из наименее изученных параметров нейтринных осцилляций¹.

Удобным методом измерения угла смешивания нейтрино θ_{13} , детально рассмотренном в разделе 2.2.2, является измерение потока реакторных антинейтрино. В связи с использованием реакторных антинейтрино, подробно исследуется вопрос их рождения и способы предсказания их спектра. Рассмотрено сечение взаимодействия обратного бета-распада (ОБР) — основного способа детектирования реакторных антинейтрино.

Описаны исторические аспекты измерения угла смешивания нейтрино θ_{13} . Подробно даны описания экспериментов Райнеса и Коуэна, впервые детектировавшего реакторные электронные антинейтрино и измерившими сечение ОБР. Рассмотрены первые эксперименты, предназначенные для прямого измерения угла смешивания θ_{13} : CHOOZ и Palo Verde. Методика детектирования, развитая в описанных экспериментах до сих пор является основной для исследования реакторных антинейтрино.

Описано современное состояние исследований по измерению угла смешивания θ_{13} и расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2 .

¹на время планирования эксперимента Daya Bay.

1.2. Нейтринные осцилляции

1.2.1. Нейтрино в Стандартной Модели

В рамках Стандартной Модели взаимодействий элементарных частиц нейтрино рассматриваются как нейтральные безмассовые фермионы. Нейтрино взаимодействуют с другими фермионами посредством слабых взаимодействий, то есть через передачу заряженного W^\pm бозона (канал заряженного тока, CC) или нейтрального бозона Z^0 (канал нейтрального тока, NC). Лагранжианы данных взаимодействий записываются следующим образом:

$$\mathcal{L}_{\text{CC}} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_\rho^{\text{CC}} W^\rho + \text{h.c.}, \quad (\text{CC}) \quad (1.1)$$

$$\mathcal{L}_{\text{NC}} = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} j_\rho^{\text{NC}} Z^\rho, \quad (\text{NC}) \quad (1.2)$$

где $g = e/\sin \theta_W$ — константа связи слабого взаимодействия, e — заряд электрона, θ_W — угол Вайнберга, а j^{CC} и j^{NC} — заряженный и нейтральный лептонные токи соответственно:

$$j_\rho^{\text{CC}} = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \overline{(\nu_{\alpha L})} \gamma_\rho \ell_{\alpha L}, \quad (1.3)$$

$$j_\rho^{\text{NC}} = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \overline{(\nu_{\alpha L})} \gamma_\rho \nu_{\alpha L}. \quad (1.4)$$

Поскольку в слабых взаимодействиях участвуют только левые киральные поля, правое киральное состояния нейтрино, которое также называют стерильным, получается, совсем не взаимодействует. Возможно, это являлось причиной того, что правые состояния нейтрино не были включены в Стандартную Модель. Так как правое состояние необходимо для записи массового члена (Дирака), то вместе с правым состоянием Стандартная Модель лишилась и массы нейтрино. Таким образом, большая часть, а может и все нейтрино в природе, являются левыми фермионами, а антинейтрино — правыми.

Тем не менее, необходимость ввести в теорию массовый член нейтрино появилась. Минимальный способ это сделать — ввести правую компоненту нейтринного поля в теорию и добавить массовый член в той же форме, что и массовые члены других частиц. Это так называемый массовый член Дирака:

$$-\mathcal{L}^{\text{D}} = \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau} \overline{(\nu_{\alpha R})} M_{\alpha\beta}^{\text{D}} \nu_{\beta L} + \text{h.c.}, \quad (1.5)$$

где M^{D} — это массовая матрица Дирака, в общем случае недиагональная.

Произвольная $N \times N$ матрица M может быть приведена к диагональному виду при помощи би-унитарного преобразования [34]:

$$V^\dagger M^D U = m = \text{diag}(m_1, \dots, m_N), \quad (1.6)$$

где V и U — унитарные матрицы. Следовательно можно ввести нейтринные поля, имеющие диагональную массовую матрицу, а значит определённые массы:

$$\nu'_L = U^\dagger \nu_L, \quad \nu'_R = V^\dagger \nu_R, \quad (1.7)$$

$$-\mathcal{L}^D = \sum_{a=1}^{N=3} \overline{\nu'_{aR}} m_{aa}^D \nu'_{aL} + \text{h.c.} \quad (1.8)$$

Поскольку правые поля нейтрино не взаимодействуют, матрица V больше нигде в лагранжиане не проявляется. Матрица смешивания U , в свою очередь, проявляется при взаимодействии нейтрино.

Унитарная матрица $N \times N$ может быть параметризована при помощи N^2 чисел: $N(N-1)/2$ реальных углов поворота в N -мерном пространстве и $N(N+1)/2$ комплексных фаз. С учётом того, что лагранжиан должен быть инвариантен относительно фазовых преобразований отдельных полей, $2N-1$ фаз являются нефизическими [34]. Получается, что для случая трёх нейтрино матрица U описывается 3-мя углами смешивания и 1-й комплексной фазой и может быть параметризована следующим образом:

$$U = O_{23} \Gamma_D O_{13} \Gamma_D^\dagger O_{12}, \quad (1.9)$$

где матрицы O — матрицы Эйлера поворота:

$$O_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_{23} & S_{23} \\ 0 & -S_{23} & C_{23} \end{pmatrix}, \quad O_{13} = \begin{pmatrix} C_{13} & 0 & S_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_{13} & 0 & C_{13} \end{pmatrix}, \quad O_{12} = \begin{pmatrix} C_{12} & S_{12} & 0 \\ -S_{12} & C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

В выражении (1.10) используются следующие обозначения: $S_{ij} = \sin \theta_{ij}$, $C_{ij} = \cos \theta_{ij}$. Γ_D — комплексная матрица, содержащая фазу δ_{CP} :

$$\Gamma_D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\delta_{\text{CP}}} \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

Матрица U известна так же как матрица смешивания ПМНС. В приведённом виде матрица ПМНС выглядит следующим образом:

$$U_{\text{PMNS}} = \begin{pmatrix} C_{12}C_{13} & S_{12}C_{13} & S_{13}e^{-i\delta_{\text{CP}}} \\ -S_{12}C_{23} - C_{12}S_{23}S_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & C_{12}C_{23} - S_{12}S_{23}S_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & C_{13}S_{23} \\ S_{12}S_{23} - C_{12}C_{23}S_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & -C_{12}S_{23} - S_{12}C_{23}S_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & C_{13}C_{23} \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

Данная матрица, по сути, аналогична матрице смешивания Кабиббо-Кобаяши-Маскавы (ККМ) из кваркового сектора. Главные отличия заключаются в разной степени смешивания между поколениями частиц, слабого у кварков и сильного у лептонов, а также в физических проявлениях смешивания.

В связи с тем, что нейтрино не обладают зарядом, возникает вопрос: чем отличаются между собой нейтрино и антинейтрино? Теорию, в которой нейтрино является античастицей для самой себя в 1937 году построил Этторе Майорана [35]. Массовый член Майораны отличается от массового члена Дирака и связывает компоненты поля ν с их зарядово-сопряжёнными версиями ν^c :

$$-\mathcal{L}^{\text{M}} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} (\overline{\nu_{\alpha L}^c} M_{\alpha\beta}^{\text{L}} \nu_{\beta L} + \overline{\nu_{\alpha R}^c} M_{\alpha\beta}^{\text{R}} \nu_{\beta R}) + \text{h.c.} \quad (1.13)$$

Полный массовый член для нейтрино Майораны может содержать как отдельно \mathcal{L}^{M} , так и сумму $\mathcal{L}^{\text{D}} + \mathcal{L}^{\text{M}}$. Процесс диагонализации и соответствующая матрица в этом случае усложняются, но, тем не менее, может быть приближённо сведён к варианту с матрицей смешивания U_{PMNS} [34]. Поскольку дополнительные параметры, возникающие в случае массового члена Майораны, не могут наблюдаться в реакторных нейтринных экспериментах, мы ограничимся обсуждением только случая нейтрино Дирака.

1.2.2. Эффект осцилляций

Как было показано в предыдущем разделе, в общем случае нейтринные поля ν_{α} , обладающие определённым ароматом, являются суперпозицией полей ν_k , обладающих определённой массой:

$$\nu_{\alpha} = \sum_k U_{\alpha k} \nu_k, \quad (1.14)$$

где U — матрица Понтекорво-Маки-Накагавы-Сакаты. Соответственно, ароматные состояния нейтрино являются суперпозицией массовых состояний:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k(t)\rangle, \quad (1.15)$$

$$\langle \nu_\beta(t) | = \sum_l U_{\beta l} \langle \nu_l(t) |, \quad (1.16)$$

где $|\nu_k(t)\rangle$ и $\langle \nu_l(t) |$ — начальное и конечное массовые состояния.

В связи со смешиванием вероятность перехода нейтрино из состояния с ароматом α в отличное от него состояние с ароматом β теперь может быть отлична от нуля:

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} = |A_{\alpha\rightarrow\beta}|^2 = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 &= \left| \sum_{kl} U_{\alpha k}^* U_{\beta l} \langle \nu_l | \nu_k(t) \rangle \right|^2 = \\ &= \sum_{klmn} U_{\alpha k}^* U_{\beta l} U_{\alpha m} U_{\beta n}^* \langle \nu_l | \nu_k(t) \rangle \langle \nu_n | \nu_m(t) \rangle^*. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Рассмотрим решение уравнения Шрёдингера в виде плоской волны:

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k(0)\rangle, \quad (1.18)$$

$$\langle \nu_l(t) | = e^{iE_l t} \langle \nu_l(0) |. \quad (1.19)$$

Подставив (1.18) в выражение (1.17) и учтя, что массовые состояния ортогональны, получаем выражение для вероятности перехода нейтрино с ароматом α в нейтрино β :

$$P_{\alpha\beta} = \sum_{km} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* e^{-i(E_k t - E_m t)}. \quad (1.20)$$

После ряда тождественных преобразований выражение (1.20) может быть упрощено до вида:

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>m} \operatorname{Re} (U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha m} U_{\beta m}^*) \sin^2 \frac{(E_k t - E_m t)}{2} + \\ + 2 \sum_{k>m} \operatorname{Im} (U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha m} U_{\beta m}^*) \sin (E_k t - E_m t). \end{aligned} \quad (1.21)$$

Для получения выражения (1.21) также было использовано условие унитарности U .

Поскольку нейтрино в природе, за исключением реликтовых, являются ультрарелятивистскими частицами, их энергия может быть с хорошей точностью разложена в ряд Тейлора до линейного члена:

$$E_k = \sqrt{p^2 + m_k^2} \approx p + \frac{m_k^2}{2p} \approx E + \frac{m_k^2}{2E}, \quad (1.22)$$

$$E_k - E_m = \frac{\Delta m_{km}^2}{2E}, \quad (1.23)$$

где $\Delta m_{km}^2 = m_k^2 - m_m^2$. Время t между рождением нейтрино и его детектированием в экспериментах обычно неизвестно, однако, хорошим приближением будет $t = L$, где L — расстояние между источником и детектором нейтрино, которое обычно хорошо известно. Подставив (1.23) в выражение (1.21), получаем:

$$P_{\alpha\beta} \approx \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>m} \operatorname{Re} (U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha m} U_{\beta m}^*) \sin^2 \frac{\Delta m_{km}^2 L}{4E} + \\ + 2 \sum_{k>m} \operatorname{Im} (U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha m} U_{\beta m}^*) \sin \frac{\Delta m_{km}^2 L}{2E}. \quad (1.24)$$

Таким образом, вероятность того, что нейтрино сменит тип на пути от источника к детектору изменяется циклически с пройденным расстоянием и временем. Этот эффект называется нейтринными осцилляциями. Как видно из формулы (1.24), осцилляции нейтрино могут иметь место только в том случае, если нейтрино имеют массу. Кроме того, вероятность осцилляций никак не зависит от абсолютной величины масс нейтрино, а чувствительна только к так называемому расщеплению масс нейтрино $\Delta m_{\alpha\beta}^2$.

Вероятность осцилляций *антинейтрино* может быть получена сопряжением выражения (1.24). Единственный мнимый параметр в матрице смешивания — это $e^{i\delta_{\text{CP}}}$, где δ_{CP} — фаза нарушения CP-инвариантности. Присутствие ненулевой фазы δ_{CP} приводит к тому, что вероятность перехода $\nu_\alpha \leftrightarrow \nu_\beta$ будет отличаться от вероятности перехода $\bar{\nu}_\alpha \leftrightarrow \bar{\nu}_\beta$. Для актуальных значений осцилляционных параметров различие вероятностей перехода при распространении нейтрино в вакууме может быть не больше 3.5% [36].

Вероятность перехода нейтрино в само себя ($\alpha = \beta$) называется вероятностью выживания и имеет следующий вид:

$$P_{\alpha\alpha} \approx 1 - 4 \sum_{k>m} |U_{\alpha k}|^2 |U_{\alpha m}|^2 \sin^2 \frac{\Delta m_{km}^2 L}{4E}. \quad (1.25)$$

Так как в формуле (1.25) нет мнимой части, и, соответственно, нет зависимости от δ_{CP} , вероятность выживания не чувствительна к нарушению CP-инвариантности.

В качестве пространственной характеристики осцилляций часто используется длина осцилляций L^{osc} :

$$L_{km}^{\text{osc}} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{km}^2} \quad (1.26)$$

Длина L_{km}^{osc} определена как расстояние, на котором фаза из формулы (1.20), связанная с Δm_{km}^2 становится равной 2π .

1.2.3. Параметры нейтринных осцилляций

Как видно из предыдущего раздела, нейтринные осцилляции в плосковолновом подходе описываются шестью параметрами: тремя углами смешивания, двумя расщеплениями масс нейтрино и фазой нарушения CP-инвариантности. Известные на момент начала эксперимента Daya Bay в 2011 году значения данных параметров представлены в таблице 1.1.

Параметр	Год	
	2011	2016
$\sin^2 2\theta_{12}$	$0.861^{+0.026}_{-0.022}$	$0.846^{+0.021}_{-0.023}$
$\sin^2 2\theta_{23}$	> 0.92	$1.000^{+0.000}_{-0.014}$
$\sin^2 2\theta_{13}$	$< 0.15, 90\% \text{ CL}$	0.0857 ± 0.0046
$\Delta m_{21}^2, 10^{-5} \text{ эВ}^2$	7.59 ± 0.21	7.59 ± 0.21
$ \Delta m_{32}^2 , 10^{-3} \text{ эВ}^2$	2.43 ± 0.13	2.44 ± 0.06 (НИ)
		2.51 ± 0.06 (ОИ)
Знак Δm_{32}^2	неизвестен	неизвестен
δ_{CP}	неизвестно	неизвестно

Таблица 1.1. Значения параметров осцилляций нейтрино по данным PDG 2011 [37] и PDG 2016 [38].

Из таблицы видно, что оба расщепления масс нейтрино и два угла смешивания были известны с хорошей точностью. Неизвестными оставались угол смешивания нейтрино θ_{13} , знак перед $|\Delta m_{32}^2|$ (так называемая иерархия масс нейтрино) и фаза нарушения CP-инвариантности.

Состояние измерений осцилляционных параметров нейтрино по версии PDG 2016 [38] представлено в таблице 1.1. На рисунке 1.1 приведено графическое представление соотношений между массовыми и флейворными состояниями нейтрино.

Для измерения δ_{CP} и определения иерархии масс необходимо, чтобы все три угла смешивания были измерены с хорошей точностью и были отличны от нуля.

Измерение значения угла смешивания нейтрино θ_{13} важно не только само по себе, как один из элементов исследования физики нейтрино, но и естественным образом необходимо для исследования нарушения CP-инвариантности в лептонном секторе.

³Иллюстрация основана на модифицированном коде Зёрена Еттера (Sören Jetter).

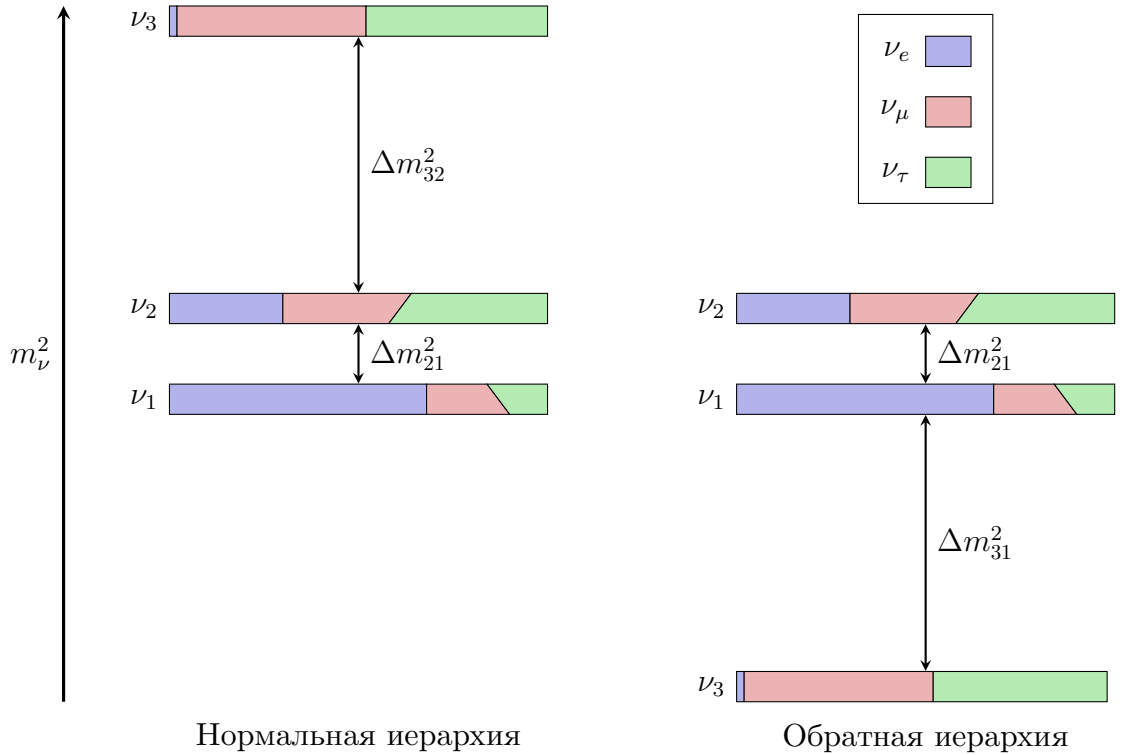


Рис. 1.1. Графическое представление соотношений между массовыми и флейворными состояниями нейтрино³. Положение по оси ординат соответствует абсолютной массе нейтрино (не в масштабе) для случаев нормальной и обратной иерархии масс. Цветом отмечен флейворный состав каждого массового состояния, относительная площадь каждого блока соответствует квадрату соответствующего элемента матрицы ПМНС для значений углов смешивания из [38]. Переменная ширина соответствует разным значениям фазы нарушения CP-инвариантности δ_{CP} : 0° в нижней части и 90° в верхней.

1.2.4. Ограничения используемого подхода

Формулы (1.24) и (1.25) хорошо подходят для описания широкого спектра нейтринных экспериментов, однако, получены с использованием ряда допущений и приближений.

1.2.4.1. Эффект вещества

Формулы (1.24) и (1.25) работают только для нейтрино в вакууме. При распространении в веществе, картина осцилляций модифицируется. При наличии вещества нейтрино взаимодействует с нуклонами и электронами. В отличие от мюонных и тау нейтрино, которые могут взаимодействовать с электронами вещества только по каналу нейтрального тока, электронные нейтрино взаимодействуют также по каналу заряженного тока: $e + \nu_e \rightarrow \nu_e + e$ [39]. За счёт этой реакции осцилляции в веществе электронных нейтрино

отличаются от осцилляций мюонных и тау нейтрино. При этом, углы смешивания и массы нейтрино в вакууме зависят от плотности вещества. При определённых энергии и электронной плотности, вероятности флейворного перехода имеют резонансный характер [40]. Данный эффект называется эффектом Михеева-Смирнова-Вольфенштейна (МСВ).

1.2.4.2. Плоские волны и волновые пакеты

Формулы (1.24) и (1.25) получены в предположении, что нейтрино распространяются в пространстве в виде плоских волн. Плоские волны описывают частицы с определённым импульсом и полностью неопределённым пространственным положением. Несмотря на то, что данный подход успешно используется для описания нейтринных осцилляций, он основан на ряде противоречивых предположений, рассмотренных, например в [41—45]:

1. Нейтрино всегда рождаются в виде когерентной смеси.
2. Массовые состояния являются ультра-релятивистскими. Скорость нейтрино предполагается $v_i = 1$, а расстояние, пройденное нейтрино равно времени $L = t$.
3. Все массовые состояния имеют строго определённый одинаковый импульс. Как следствие неопределённости Гейзенберга, такие состояния нейтрино полностью делокализованы в пространстве.

Возьмём первое утверждение: нейтрино рождаются в виде когерентной смеси. Если рассмотреть пример заряженных лептонов, то они, наоборот, всегда рождаются некогерентно. В лагранжиан Стандартной Модели нейтрино и заряженные лептоны входят симметрично, поэтому различия в когерентном рождении требуют обоснования. В общем случае оказывается, что уровень когерентности состояния, смешивающего частицы из разных поколений связан с отношением разности энергий соответствующих частиц к дисперсии энергии процесса в котором взаимодействует это квантовое состояние. Отношению много меньшему единицы отвечает когерентное состояние, а большему единицы — некогерентное [45].

Нейтрино действительно являются ультрарелятивистскими частицами, как указано во втором предположении. Тем не менее, обладая разной массой, нейтрино движутся с различными скоростями. Разница в скоростях различных массовых состояний оказывается существенной при выводе формулы (1.24): в зависимости от того, выражается формула

через время или через расстояние и скорость, аргумент под \sin^2 отличается в два раза. В рамках одного плосковолнового подхода правильную формулу определить невозможно.

Гипотеза о том, что массовые состояния нейтрино обладают одинаковым импульсом противоречит Лоренц-инвариантности. Из предположения строго определённого импульса следует полная делокализация нейтрино. Вероятность осцилляций нейтрино зависит от расстояния между источником и детектором нейтрино, а данное расстояние невозможно корректно определить в модели, где положение нейтрино в пространстве не определено.

Описанных проблем можно избежать в случае использования решения в виде волновых пакетов [41—45]. Волновой пакет — это суперпозиция состояний с определённым импульсом. Волновой пакет имеет определённый размер как в координатном, так и в импульсном пространствах. Этот подход позволяет получить формулы для вероятностей осцилляций, с одной стороны, при определённых условиях численно совпадающими с (1.24) и (1.25), а с другой, приводящие к дополнительным физическим эффектам, таким как подавление нейтринных осцилляций [45; 46].

За подавление осцилляций отвечают три эффекта: разбегание волновых пакетов, дисперсия и делокализация.

Осцилляции нейтрино возможны только в случае интерференции между пакетами различных массовых состояний, то есть, когда они частично или полностью перекрываются в пространстве. Так как разные массовые состояния обладают различной скоростью, их пакеты постепенно разбегаются, область перекрытия и интерференция уменьшаются, а осцилляции подавляются, вплоть до полного исчезновения эффекта.

Волновые пакеты не являются стабильными и постепенно расплывается в пространстве (дисперсия волновых пакетов), что частично восстанавливает интерференцию на больших расстояниях.

Под делокализацией понимается эффект, аналогичный примеру из плоских волн, при использовании которых невозможно определить расстояние между источником и детектором. Осцилляции подавляются, когда длина осцилляций L_{osc} меньше или сравнима по величине с размерами волнового пакета.

В простейшей модели осцилляций нейтрино с волновыми пакетами возникает один дополнительный параметр по сравнению с плосковолновым подходом [32; 45]: относительная ширина пакета в импульсном представлении σ_{rel} . Данная величина также определяет пространственный размер пакета и длину когерентности. Первое экспериментальное огра-

значение на σ_{rel} было получено из данных эксперимента Daya Bay: $\sigma_{\text{rel}} < 0.20$ со статистической значимостью 95 % C.L.

1.3. Электронные антинейтрино от ядерного реактора

1.3.1. Введение

Наиболее распространённым типом коммерческих ядерных реакторов в мире является реактор с водой под давлением (PWR⁴). К данному типу, в частности, относится отечественный реактор ВВЭР.

Топливом для реакторов PWR является ^{235}U , тепло от распада продуктов вынужденного деления которого используется для производства электроэнергии. Как правило, топливные сборки для реакторов содержат до 5 % по массе ^{235}U . Остальной состав распределён между ^{238}U и изотопами плутония ^{239}Pu и ^{241}Pu , которые также испытывают вынужденное деление после захвата быстрых⁵ (^{238}U) и тепловых (Pu) нейтронов. Далее по тексту изотопы ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu будут иногда для краткости называться тяжёлыми изотопами или делящимися изотопами.

В процессе эксплуатации реактора изотоп ^{235}U делится на более лёгкие изотопы, а ^{238}U либо делится, либо в процессе цепочки распадов переходит в ^{239}Pu и ^{241}Pu , поэтому количество изотопов урана постепенно уменьшается, в то время как количество изотопов плутония накапливается. Вклад других изотопов в полное число делений в реакторе составляет менее 0.2%.

При бета-распаде продуктов деления изотопов урана и плутония, а также при бета-распаде ядер, возникающих при захвате нейтронов как тяжёлыми изотопами, так и продуктами деления, рождается 99 % реакторных электронных антинейтрино [47; 48]. Следует отметить, что только 25% из рождённых антинейтрино имеют энергию выше порога обратного бета-распада 1.8 МэВ, основной реакции детектирования, используемой в реакторных нейтринных экспериментах.

В качестве иллюстрации рассмотрим деление изотопа ^{235}U , который в среднем делится на изотопы $^{94}\text{X}_1$ и $^{140}\text{X}_2$ с суммарным количеством нейтронов равным 142. Стабильные изотопы с такими атомными числами $^{94}_{40}\text{Zr}$ и $^{140}_{58}\text{Ce}$ имеют в сумме 136 нейтронов, поэтому для перехода в стабильное состояние должно произойти шесть бета-распадов с испусканием шести антинейтрино. Одна из возможных цепочек распадов для деления ^{235}U на ^{89}Kr и ^{144}Ba , в которой рождаются 7 антинейтрино, представлена на рисунке 1.2. Следует отметить, что не только существует большое количество конечных состояний деления, но и

⁴PWR — pressurized water reactor

⁵нейтроны, кинетическая энергия которых превышает 0.1 МэВ

каждый нестабильный изотоп имеет от десятка до сотни каналов бета-распада.

В среднем на одно деление в реакторе выделяется около 200 МэВ энергии и 6 электронных антинейтрино. Таким образом, ядерный реактор тепловой мощностью 1 ГВт излучает около $2 \cdot 10^{20}$ нейтрино в секунду, $5 \cdot 10^{19}$ из которых могут быть детектированы посредством наблюдения ОБР.

В разделе 1.3.2 рассмотрены отдельные источники антинейтрино, которые дают вклад в потока антинейтрино от работающей атомной электростанции (АЭС). Спектры антинейтрино, относящиеся к делящимся изотопам в реакторе рассмотрены в разделе 1.3.3, а вклад антинейтрино от отработавшего ядерного топлива (ОЯТ) в разделе 1.3.4. Общий метод для вычислений спектра антинейтрино от делящихся изотопов приведён в 1.3.3.1, далее в разделах 1.3.3.2 и 1.3.3.3 даны описания двух подходов к расчёту антинейтринных спектров. Некоторые модели антинейтринных спектров и их сравнения между собой приведены в 1.3.3.4, а обсуждение соответствия моделей экспериментальным данным приведено в 1.3.3.5 и 1.3.3.6.

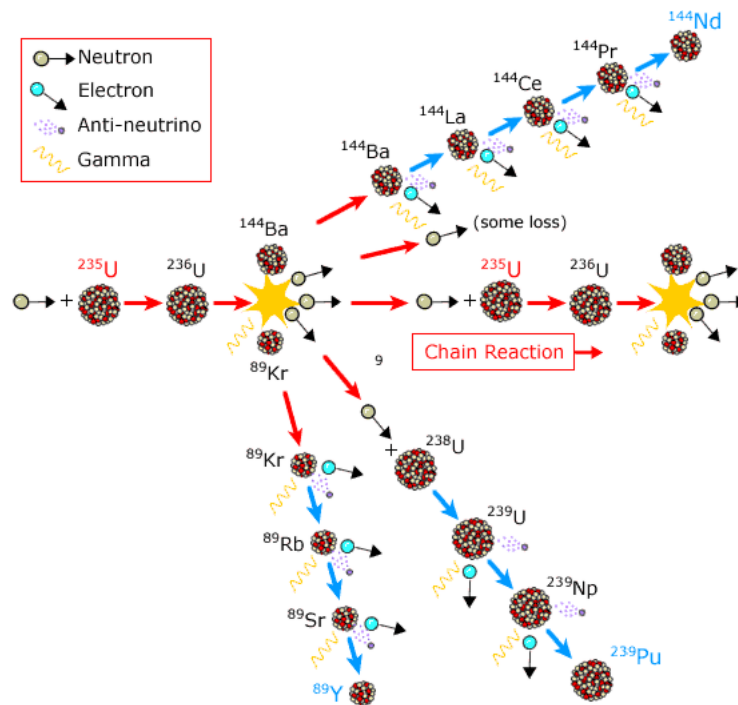


Рис. 1.2. Этап цепной реакции деления ^{235}U . Изображено деление ^{235}U на ^{89}Kr и ^{144}Ba с последующей цепочкой бета-распадов и испусканием семи антинейтрино. Также изображена цепочка бета-распадов ^{239}U с испусканием двух антинейтрино. Иллюстрация из [49].

1.3.2. Источники антинейтрино

Нестабильные ядра, при бета-распаде которых образуются электронные антинейтрино в работающей АЭС можно разделить на следующие группы [48; 50].

1. Продукты деления тяжёлых изотопов и продукты их бета-распада.
2. Ядра, образованные в результате захвата нейтронов тяжёлыми изотопами.
3. Ядра, образованные после захвата нейтронов продуктами деления тяжёлых изотопов и продуктами последующих бета-распадов.
4. Долгоживущие ядра, находящиеся в бассейне с ОЯТ, а также в неактивном реакторе.
5. Ядра, образованные в результате захвата нейтронов конструкционными материалами реактора.

Источники нейтрино из пунктов 1–3 как правило рассматриваются и рассчитываются вместе. Вклад источника 5 мал [48] и в дальнейшем не рассматривается.

По мере работы реактора относительный вклад делящегося изотопа i в полное число делений в реакторе f_i изменяется: ^{235}U „выгорает“, то есть его доля постепенно уменьшается с 75% в начале кампании до 45% в конце, ^{239}Pu и ^{241}Pu накапливается, а доля распадов ^{238}U остаётся приблизительно неизменной. Изменение относительных вкладов делящихся изотопов для реактора АЭС Дая Бей [17; 27] представлено на рисунке 1.3.

После цикла эксплуатации реактора, длительностью около года, реактор останавливается на месяц на планово-предупредительные работы (ППР), во время которых от 1/4 до 1/3 части топливных стержней заменяются на новые. Старые стержни извлекается и помещается в специальный бассейн для хранения ОЯТ. В связи с изменением вкладов делящихся изотопов спектр и поток электронных антинейтрино плавно изменяется со временем между ППР, причём он зависит не только от текущего состояния реактора, но и от истории его работы.

1.3.3. Антинейтрино от делящихся изотопов

Спектр антинейтрино, испускаемый реактором в среднем на одно деление можно записать следующим образом [48; 50; 51]:

$$S_{\text{tot}}(E_\nu) = \sum_i f_i S_i(E_\nu). \quad (1.27)$$

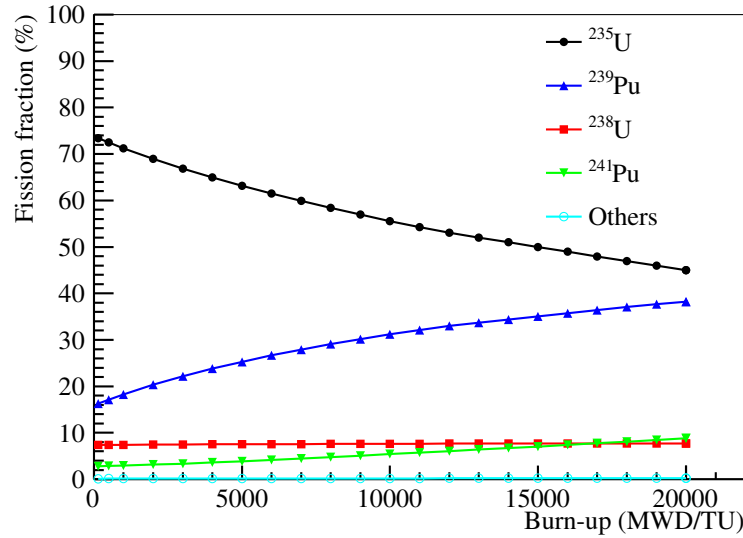


Рис. 1.3. Относительные вклады делящихся изотопов [17; 27] в полное число делений в реакторе АЭС Дая Бей в зависимости от выработки топлива, выраженного в мегаватт-днях на тонну урана.

Он складывается из суммы спектров S_i отдельных делящихся изотопов i , взвешенных с относительными вкладами f_i в полное число делений в реакторе. Спектр S_i , в свою очередь, складывается из спектров антинейтрино от продуктов деления p изотопа i :

$$S_i(E_\nu) = \sum_{p=1}^{N_i} A_{ip} S_{ip}(E_\nu), \quad (1.28)$$

где A_{ip} активность продукта деления p , нормированная на одно деление изотопа i , а S_{ip} суммарный спектр антинейтрино от него. В выражении (1.28) также учитываются продукты бета-распада продуктов деления, а также ядер, полученных в результате захвата нейтронов тяжёлыми ядрами и продуктами деления. Каждый продукт деления имеет от десятка до сотни возможных каналов бета-распада, каждый из которых даёт вклад в суммарный спектр:

$$S_{ip}(E_\nu) = \sum_{b=1}^{N_{ip}} \omega_{ipb} S_{ipb}(Z_{ip}, A_{ip}, Q_{ipb}, E_\nu), \quad (1.29)$$

где ω_{ipb} и Q_{ipb} — коэффициент ветвления канала распада b и его доступная энергия, Z_{ip} и A_{ip} — заряд и атомный номер начального ядра. Сумма коэффициентов ветвления нормирована на полную ширину бета-распада изотопа p . Формулы (1.27)–(1.29) имеют одинаковую форму как для спектра электронов, так и для спектра антинейтрино. S_{pb} — спектр конкретного бета распада ядра p по каналу b для удобства запишем как функцию от ки-

нетической энергии электрона:

$$S_{ipb}(T_e) = K_{ipb} \mathcal{F}(Z_{ip}, A_{ip}, T_e) p_e E_e (Q_{ipb} - T_e)^2 C(T_e) S'_{pb}(Z_p, E_e). \quad (1.30)$$

Выражение, аналогичное (1.30) для спектра энергии антинейтрино можно получить сделав замену $T_e = Q_{ipb} - T_\nu$. В (1.30) величина K_{ipb} — это константа, нормирующая спектр S_{ipb} на единицу, поскольку абсолютный вклад канала бета распада определяется его коэффициентом ветвления. \mathcal{F} — функция Ферми, отвечающая за торможение электрона в кулоновском поле ядра. Спектр вылетающих электронов имеет порог, а соответствующий спектр антинейтрино, наоборот, резко обрывается на Q_{ipb} . Это приводит к тому, что суммарный антинейтринный спектр в общем случае не является гладким. Тем не менее суммарный спектр „выглядит“ гладким [50], так как складывается из тысяч отдельных каналов бета-распада с квази-непрерывным распределением.

Выражение $p_e E_e (Q_{ipb} - T_e)^2$ — это фазовый объём бета-распада, а $C(T_e)$ — поправка к нему, форма которой зависит от „запрещённости“ перехода. Для разрешённых переходов, когда спин ядра изменяется не больше чем на $\Delta J \leq 1$ при неизменной чётности $C = 1$; для запрещённых переходов, когда изменения орбитального момента ядра $\Delta J > 1$ и/или чётность не сохраняется, $C(T_e)$ является полиномом от импульсов электрона и антинейтрино тем большего порядка, чем больше ΔJ [47; 52].

Величина S'_{pb} включает в себя ряд поправок к электронным и антинейтринным спектрам, большая часть из которых зависит как от энергии, так и от заряда ядра:

- Поправка на конечный размер ядра, связанная с тем, что ни заряд, ни гиперзаряд ядра не являются точечными, а участвующие в распаде частицы двигаются в поле ядра.
- Поправка на экранирование заряда ядра электронами атома. Взаимодействие вылетающего электрона с кулоновским полем электронов атома выражается через уменьшение эффективного заряда ядра.
- Радиационная поправка, связанная с испусканием виртуальных и реальных фотонов заряженными частицами, участвующими в бета-распаде.
- Поправка на слабый магнетизм, связанная со взаимодействием вылетающего электрона с магнитным моментом ядра. Это единственная поправка, которая не зависит

от заряда ядра. Она вносит наибольшее искажение в форму спектра антинейтрино от бета-распада [47].

Таким образом, для предсказания спектра антинейтрино от реактора S_{tot} необходимо аккуратно просуммировать все вклады (1.27)–(1.30), учтя для каждого бета-распада все необходимые поправки. Данный метод известен в литературе как метод суммирования или метод *ab initio*, то есть вычисление из первых принципов. Эти же формулы могут быть использованы для получения спектров без учёта детальной информации о каналах бета-распада, данный метод называется методом конверсии.

1.3.3.1. Вычисление спектра антинейтрино от делящихся изотопов методом суммирования

Метод суммирования — метод получения спектра антинейтрино от реактора при помощи формул (1.27)–(1.30) на основе доступной информации о продуктах деления и отдельных каналов бета-распада. Информация по каналам бета-распада получается либо из целенаправленных экспериментов, например [53; 54], либо на основе численных вычислений, хранящихся в базах данных [55—57].

Данный метод позволяет получить детализированный нейтринный спектр с маленьким шагом по энергии, включая высокоэнергетический вклад с $E_\nu > 8$ МэВ. Несмотря на хорошо проработанную теорию, использование метода суммирования подразумевает учёт вклада тысяч каналов бета-распада для каждого делящегося изотопа, поэтому к недостаткам метода можно отнести следующие [50; 58—60].

- Неполные базы данных и невозможность оценить систематическую погрешность, возникающую из-за недоучёта вклада отсутствующих каналов бета-распада.
- Наличие ошибок и систематических отклонений в определении коэффициентов ветвления ω_{pb} и доступной энергии Q_{pb} , как в экспериментальных данных, так и в результатах численных вычислений.
- Неверная или отсутствующая информация о спине и/или чётности уровней ядер, участвующих в бета-распаде, что влияет на выбор поправки $C(p_\nu, p_e)$ к фазовому объёму. Было показано [52], что неопределённость в способе учёта запрещённых ядерных переходов вносит в предсказанный антинейтринный спектр неустранимую систематическую погрешность на уровне не менее 5%.

Антинейтринные спектры для изотопов ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu , полученные методом суммирования, представлены в работах [50; 51; 59; 61]. Соответствие предсказанных спектров экспериментальным данным рассмотрено далее.

В связи со сложностью определения систематических погрешностей для данного метода и плохого соответствия экспериментальным данным, полученные этим методом спектры, как правило, не используются для анализа данных в пользу спектров, полученных методом конверсии. Исключение составляет спектр антинейтрино от ^{238}U , для которого измерения появились относительно недавно [62].

1.3.3.2. Вычисление спектра антинейтрино от делящихся изотопов методом конверсии

Существует альтернативный метод получения спектра антинейтрино от делящихся изотопов, позволяющий обойти ограничения метода суммирования. Метод состоит из трёх этапов [47; 63—65]: измерение в лаборатории бета-спектра от конкретного делящегося изотопа; описание полученного бета-спектра при помощи эмпирической модели состоящей из набора синтетических каналов бета распада, параметры которых определяются методом подгонки; использование модели для получения спектра антинейтрино при помощи формул (1.27)–(1.30).

В связи с систематическими погрешностями процедуры конверсии, данным методом можно получить спектр с более грубыми интервалами по энергии, чем измеренный бета-спектр, а из-за ограниченной статистики, спектр нейтрино может быть получен только до 8 МэВ.

В [50] был развит комбинированный метод, заключающийся в построении бета-спектра методом суммирования и использовании синтетических каналов бета-распада только для описания недостатка спектра, возникающего при сравнении предсказания с результатами измерений.

Бета-спектр от делящихся изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu был с хорошей точностью измерен в Институте Лауэ-Ланжевена (ILL⁶) в Гренобле (Франция) [63—65]. В этих работах образцы с напылением, содержащим ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu облучались потоками медленных нейтронов в течение 12-и часов, 1.5 и 1.8 суток соответственно. Получаемый от распадов спектр измерялся при помощи бета-спектрометра BILL вплоть до энергий 8–9 МэВ. Поскольку изотоп ^{238}U распадается только при облучении быстрыми нейтронами, его бета-

⁶Institut Laue-Langevin.

спектр в данных экспериментах измерен не был.

Полученные на основе измерений $\bar{\nu}\bar{\nu}$ антинейтринные спектры были опубликованы в [63—65]. Опубликованные бета-спектры были позже повторно проанализированы комбинированным методом [50] и методом конверсии [47]. Сами бета-спектры были опубликованы повторно [66] с меньшими энергетическими интервалами.

Бета-спектр от продуктов деления ^{238}U впервые был получен недавно в [62].

К сложностям использования метода конверсии относятся следующие положения [47; 52; 60].

- Систематический сдвиг, вносимый процедурой конверсии и ограничения, накладываемые на размер интервала по энергии для спектра антинейтрино.
- Ограниченная статистика в случае измерения бета-спектра ^{238}U [62].
- Сложности в учёте запрещённых переходов и поправки на слабый магнетизм, которые приводят к неустранимой неопределённости в 5% для конверсионных спектров [52].

1.3.3.3. Неравновесная поправка к конверсионным спектрам

Спектры антинейтрино, полученные методом конверсии основаны на данных о бета-спектре распадов изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu , измеренных за непродолжительное время: от 12 часов до двух суток [63—65]. Следовательно, измеренные спектры включают в себя только вклады от изотопов со сравнимым с временем иррадиации периодом полураспада. В условиях реактора, время иррадиации топливных стержней в которых достигает нескольких лет, изотопы с большим временем полураспада дают определённый вклад в спектр антинейтрино, причём этот вклад зависит от истории работы реактора. Поправка к спектрам антинейтрино, полученных методом конверсии, исследована, например, в [50] на основе моделирования и в [48] на основе прямого расчёта. Поправка к спектрам [50], рассчитанная для реактора, работающего 450 дней, представлена в таблице 1.2.

1.3.3.4. Используемые спектры

В связи с тем, что для описания антинейтринного спектра от реактора используется несколько моделей, часто полученных разными группами или в разных экспериментах, для описания используемых комбинаций введены обозначения, представленные в таблице 1.3.

Изотоп	E_ν , МэВ				
	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
^{235}U , %	5.7	4.4	1.5	0.7	0.1
^{239}Pu , %	2.1	1.7	0.5	0.1	0.1
^{241}Pu , %	1.9	1.5	0.5	0.1	0.1

Таблица 1.2. Неравновесная поправка к спектрам антинейтрино Mueller, полученному методом конверсии на основе [63—65] для ВВЭР, работающего в течение 450 дней [50]. Числа отражают дополнительный поток антинейтрино для разных энергий в процентах от потока антинейтрино на основе конверсионных спектров на основе данных ILL.

На сегодняшний день модель Huber+Mueller используется как основная для получения потока антинейтрино в большинстве реакторных антинейтринных экспериментах. Также она используется и в данной работе. Наличие значительных отклонений от данных, однако, принимается во внимание и учитывается при анализе (см. разделы 3.3.6 и 4.4.7).

На рисунках 1.4–1.6 представлены антинейтринные спектры от изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu соответственно, полученные на основе данных ILL в работе [47]. Там же представлены сравнения данных спектров с измерением ILL [63—65] и более ранним результатом [50].

Спектр ^{238}U из [50] представлен на рисунке 1.7а. На рисунке 1.7б также представлены сравнения со спектрами из [62; 67].

1.3.3.5. Реакторная аномалия

До 2010-х оригинальные спектры ILL, полученные методом конверсии, хорошо описывали наблюдаемые данные. В работе [50], был проведён новый анализ данных ILL на основе комбинированного метода. Полученные спектры соответствовали по форме спектрам ILL в пределах 10 %, однако интегральный поток нейтрино в новой вырос на 3 %. Систематическое отличие было объяснено учётом поправок на конечный размер ядра, слабый магнетизм, а также улучшенным описанием распределения каналов распада.

Данные ILL были проанализированы в [47], где, как и в оригинальном исследовании, был использован метод конверсии, а также проведено детальное исследование систематических погрешностей данного метода. Результаты [47] согласуются с результатами [50] в плане увеличения ожидаемого потока антинейтрино на 3 %. По форме новые спектры ан-

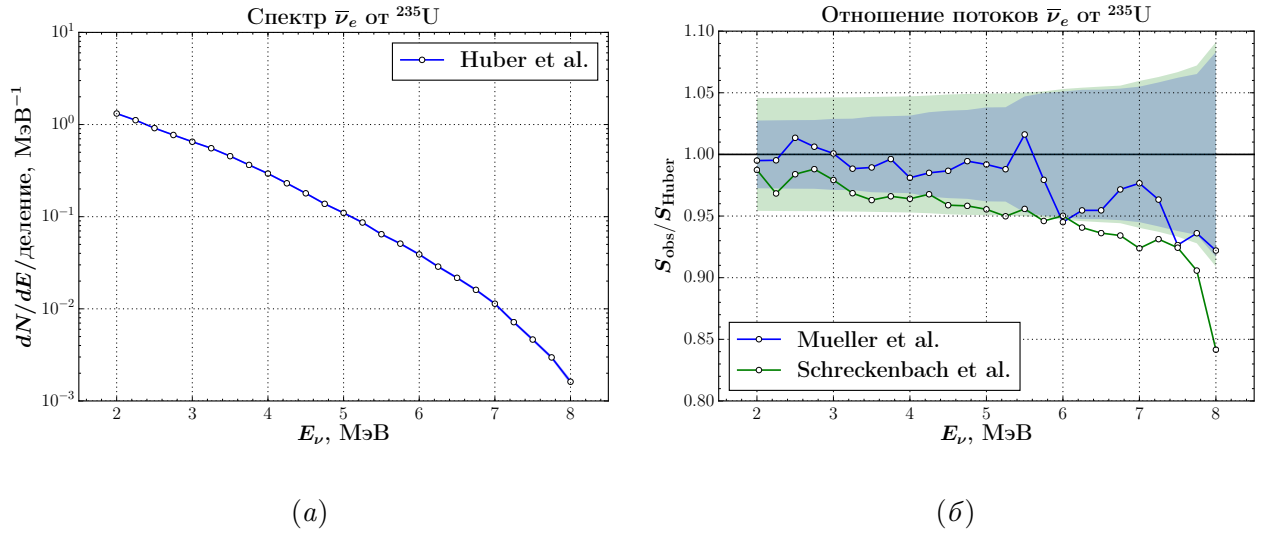


Рис. 1.4. Выход антинейтрино (а) от распадов изотопа ^{235}U в модели Huber. Отношение потоков антинейтрино (б) в моделях ILL и Mueller к модели Huber. Сплошной областью отмечена соответствующая абсолютная (а) и относительная (б) неопределённость.

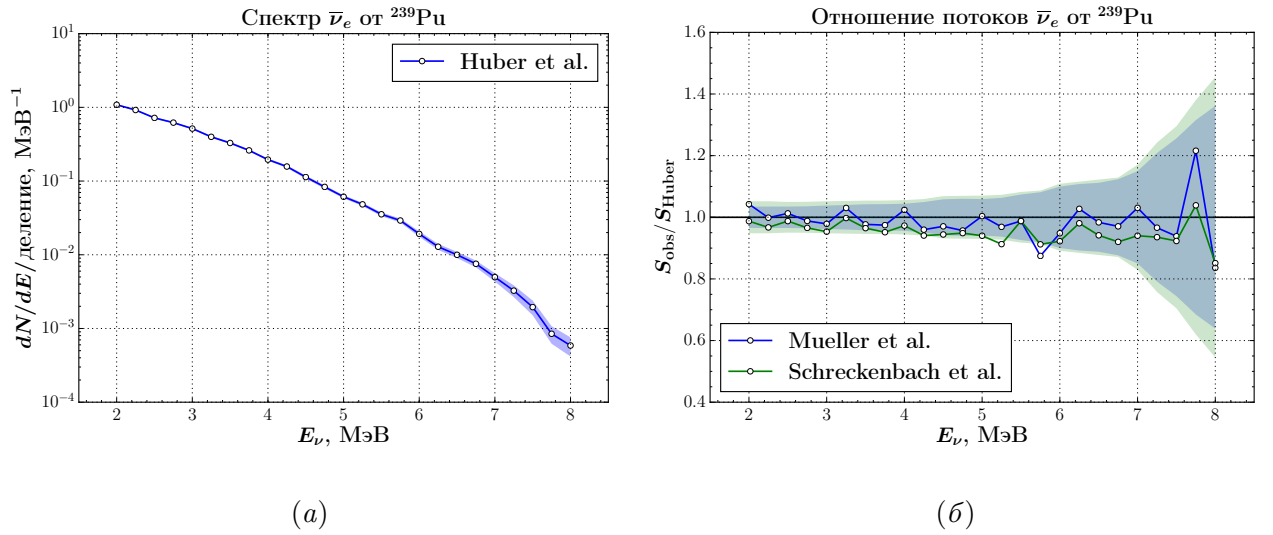
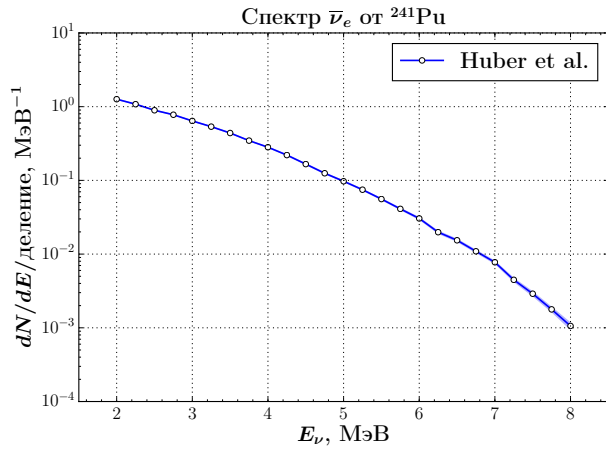
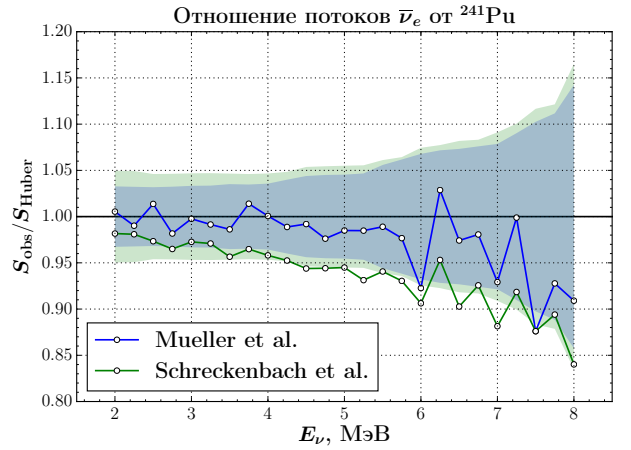


Рис. 1.5. Выход антинейтрино (а) от распадов изотопа ^{239}Pu в модели Huber. Отношение потоков антинейтрино (б) в моделях ILL и Mueller к модели Huber. Сплошной областью отмечена соответствующая абсолютная (а) и относительная (б) неопределённость.

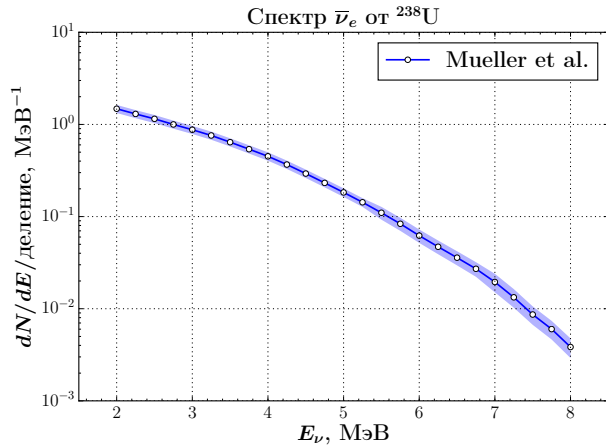


(a)

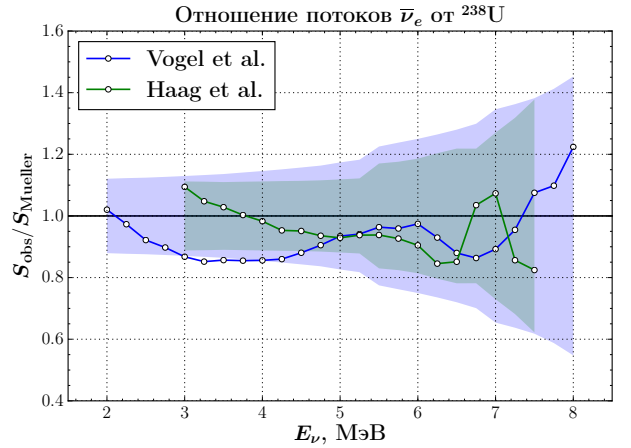


(б)

Рис. 1.6. Выход антинейтрино (а) от распадов изотопа ^{241}Pu в модели Huber. Отношение потоков антинейтрино (б) в моделях ILL и Mueller к модели Huber. Сплошной областью отмечена соответствующая абсолютная (а) и относительная (б) неопределённость.



(a)



(б)

Рис. 1.7. Выход антинейтрино (а) от распадов изотопа ^{238}U в модели Mueller. Отношение потоков антинейтрино (б) в моделях Haag и Vogel к модели Mueller.

Обозначение	Год	^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu	^{238}U
Fallot	2012	суммирование, [61]	
Haag	2013	—	конверсия, [62]
Huber+Haag	2011/2013	конверсия спектров ILL, [47]	конверсия, [62]
Huber+Mueller	2011	конверсия спектров ILL, [47]	суммирование, [50]
Huber	2011	конверсия спектров ILL, [47]	—
ILL+Vogel	1982–1989	конверсия спектров ILL, [63–65]	суммирование, [67]
ILL	1982–1989	конверсия спектров ILL, [63–65]	—
Mueller	2011	суммирование, [50]	
Vogel	1989	суммирование, [67]	

Таблица 1.3. Используемые обозначения для моделей спектров делящихся изотопов от реактора.

тинейтринно находятся в согласии со спектрами [50] в пределах 10%.

После публикации работ [47; 50] оказалось, что все предыдущие эксперименты наблюдают недостаток потока реакторных антинейтрино порядка 5 % [68]. Данный эффект, имеющий значимость около 2.5 стандартных отклонений, был назван „реакторной аномалией“ [52; 68; 69]. Результат одного из последних сравнений [27] предсказания модели Huber+Mueller с результатами реакторных нейтринных экспериментов:

$$R_{\text{Huber+Mueller}}^{\text{obs}} = 0.943 \pm 0.008 \text{ (эксп.)} \pm 0.023 \text{ (модель)} \quad (1.31)$$

отражает хорошую согласованность между экспериментами в наблюдении недостатка. Результат сравнения представлен на рисунке 1.8.

В последнее время появились указания [33; 69], что наблюдаемый недостаток коррелирует с вкладом одного конкретного делящегося изотопа ^{235}U .

Необходимо иметь ввиду, что на фоне систематических неопределённостей определения потока реакторных антинейтрино и их спектра, описанных в разделах 1.3.3.1 и 1.3.3.2 и не учитываемых, либо недооценённых, в модели Huber+Mueller [60], значимость реакторной аномалии едва превышает одно стандартное отклонение.

Помимо исследования адекватности модели антинейтринных спектров, реакторную аномалию можно также описать введением четвёртого тяжёлого „стерильного“ типа нейтрино [68; 70] с расщеплением масс $\Delta m_{41}^2 \gtrsim 1 \text{ эВ}^2$ и углом смешивания $\sin^2 2\theta_{14} \simeq 0.14$. Для реакторных антинейтрино длина осцилляций в стерильные нейтрино будет порядка десят-

ков метров. На расстояниях более сотен метров, характерных для современных реакторных экспериментов, осцилляции в стерильные нейтрино усредняются и дают недостаток около 5%. Это привело к появлению большого количества экспериментов, направленных на поиск стерильных нейтрино, или включивших поиск стерильных нейтрино на коротких расстояниях в свою программу, например [71—76].

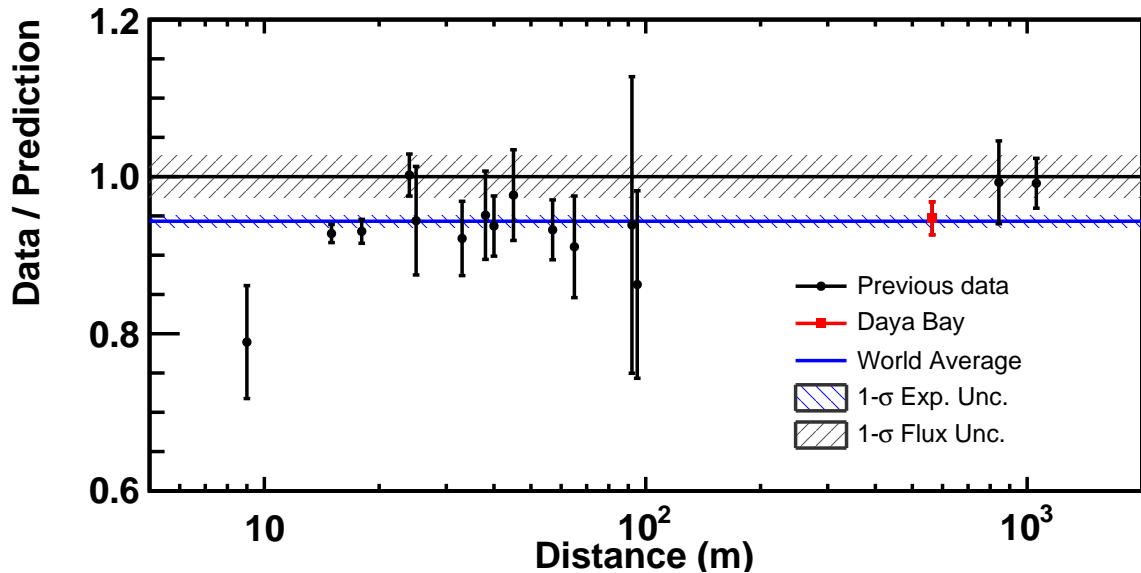
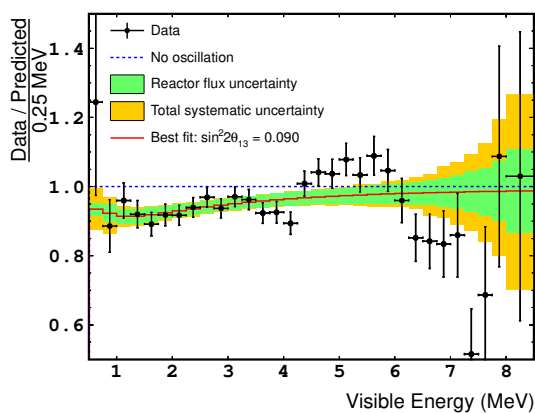


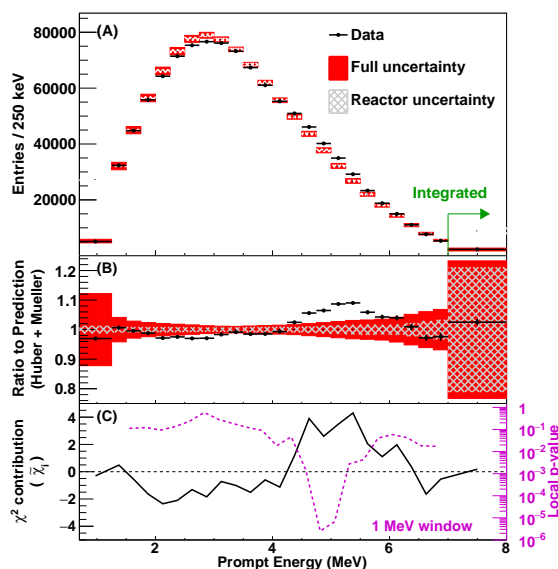
Рис. 1.8. Отношения измерений потока реакторных антинейтрино к предсказанию модели Huber+Mueller в зависимости от расстояния [27].

1.3.3.6. Плечо в области 4–6 МэВ

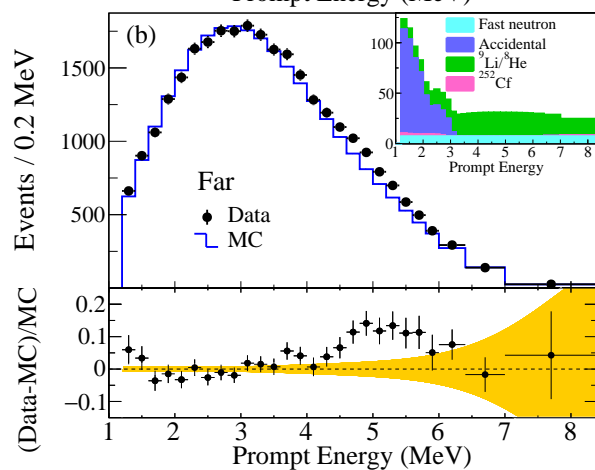
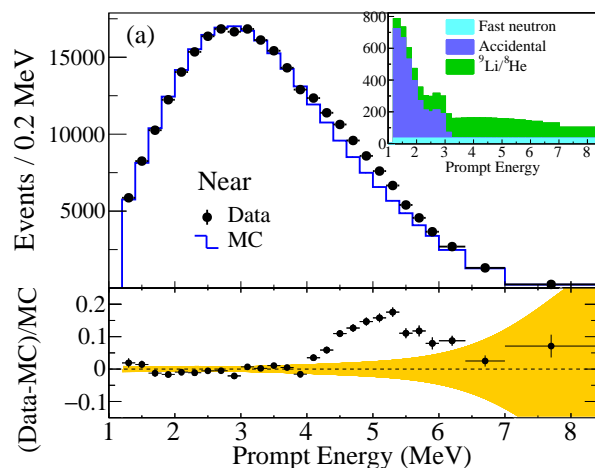
После того, как реакторные нейтринные эксперименты Daya Bay, Double CHOOZ и RENO набрали достаточную статистику, была обнаружена новая особенность спектра антинейтрино. Все эксперименты наблюдают значительное превышение в наблюдаемом спектре в области 4–6 МэВ [27; 77; 78], как относительно предсказания моделей Huber+Mueller и Huber+Naag, так и относительно спектров ILL+Vogel. В литературе данная особенность имеет несколько названий: „плечо“ (от англ. shoulder), „шишка“ или „бамп“ (от англ. bump), избыток или „эксцесс“ (от англ. excess). Сравнение наблюдаемых спектров представлено на рисунке 1.9. Локальная значимость плеча составляет 3 и 4.4 стандартных отклонения в экспериментах Double CHOOZ [77] и Daya Bay [27] соответственно. Все эксперименты наблюдают сильную корреляцию количества событий в плече от мощности реактора, что указывает на то, что плечо образовано вкладом антинейтрино от делящихся изотопов.



(a) Double CHOOZ



(b) Daya Bay



(e) RENO

Рис. 1.9. Отклонение наблюдаемого спектра в экспериментах Double CHOOZ [77], RENO [78] и Daya Bay [27] от предсказания модели. Для Double CHOOZ представлено отношение наблюдение к предсказанию модели Huber+Naag без учёта осцилляций. Для экспериментов RENO и Daya Bay представлены отношения с учётом осцилляций к предсказанию на основе модели Huber+Mueller. На всех графиках явно видно превышение в области 4–6 МэВ.

Причины, приводящие к появлению плеча в спектре антинейтрино пока неизвестны. Кроме того неизвестно, насколько они пересекаются с причинами, вызывающими реакторную аномалию.

С теоретической стороны на сегодняшний день существует два возможных объяснения плеча [60]. Это неверное предсказание антинейтринного спектра от ^{238}U и влияние отличия жёсткости излучения нейтронов в реакторах PWR от реактора ILL. Вклад ^{238}U мог бы объяснить тот факт, что эксперимент RENO наблюдает в два раза больший вклад от плеча по сравнению с экспериментами Daya Bay и Double CHOOZ, при этом вклад деления ^{238}U в нём также выше. Второе объяснение, связано с тем, что спектры ILL получены при облучении образцов тепловыми нейтронами, тогда как в реакторах PWR спектр нейтронов имеет жёсткую компоненту. Влияние жёстких нейтронов не исследовалось экспериментально и оценивается как незначительное, однако, могло бы привести к значительному вкладу изотопа ^{239}Pu в плечо.

С экспериментальной стороны существует указание [79] со статической значимостью 3–4 стандартных отклонения на то, что плечо связано с антинейтрино от изотопов урана, причём преимущественно от ^{235}U .

Для разрешения проблем плеча и реакторной аномалии необходимы дополнительные экспериментальные исследования потоков и спектров антинейтрино от различных типов ядерного топлива, в частности, от реакторов на высокообогащённом уране [74], массовая доля ^{235}U в которых может составлять до 90%.

1.3.4. Отработавшее ядерное топливо

В конце цикла работы реактора, длительностью, как правило, 1 год, примерно треть топливных стержней извлекается и перемещается в бассейн, находящийся недалеко от реактора, где хранится длительное время (~ 5 лет) [80]. В цепочках распада некоторых изотопов, входящих в состав ОЯТ, могут также рождаться антинейтрино с энергией выше порога обратного бета-распада. В долгосрочной перспективе основной вклад в спектр антинейтрино от ОЯТ вносят распады изотопов ^{106}Rh , ^{144}Pr , ^{90}Y . Несмотря на то, что они обладают временами полураспада от нескольких минут до нескольких дней, рождаются они в распадах долгоживущих изотопов ^{106}Ru , ^{144}Ce , ^{90}Sr . Времена жизни и доступные энергии данных изотопов приведены в таблице 1.4 [80; 81].

Изотоп	$T_{1/2}$	Дочерний изотоп	$T_{1/2}$	Q , МэВ
^{106}Ru	373.6 д	^{106}Rh	29.8 с	3.541
^{144}Ce	284.9 д	^{144}Pr	17.28 м	2.997
^{90}Sr	28.78 г	^{90}Y	64.1 ч	2.282

Таблица 1.4. Характеристики цепочек распада изотопов ОЯТ с большим временем полураспада, дающих вклад в поток антинейтрино с энергиями выше порога ОБР [81].

Спектр антинейтрино от ОЯТ предсказывается методом суммирования и как правило представляется в виде отношения к спектру антинейтрино от делящихся изотопов. В эксперименте Daya Bay усреднённый вклад антинейтрино от ОЯТ в поток антинейтрино от активного реактора оценивается в 0.3% [82] и имеет энергию не более 3.5 МэВ.

На рисунке 1.10 представлен средний спектр антинейтрино от ОЯТ из [80] для реактора, работающего с тепловой мощностью 2.9 ГВт, интегрально нормированный на 0.3% [82] от потока антинейтрино от делящихся изотопов. Для вычислений использован средний изотопный состав реактора 0.563 : 0.079 : 0.301 : 0.057 для цепочек распада ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu соответственно [83]. Для антинейтрино от делящихся изотопов использовались спектры Huber+Mueller.

Кроме указанных изотопов ^{106}Rh , ^{144}Pr , ^{90}Y из цепочек распада с большим периодом полураспада в спектр антинейтрино также дают вклад ряд изотопов с периодом полураспада от нескольких часов до нескольких недель [81; 82]. Спектр антинейтрино от данных изотопов сосредоточен в области низких энергий и даёт вклад преимущественно в первые недели после замены топливных стержней реактора.

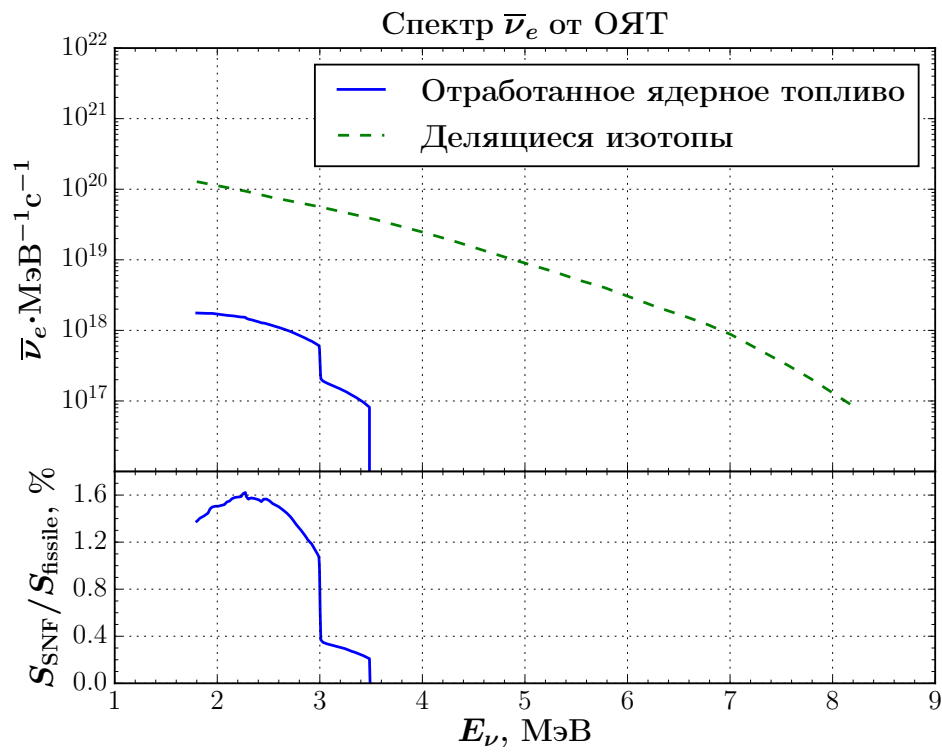


Рис. 1.10. Усреднённый спектр электронных антинейтрино от ОЯТ [80] для реактора, работающего с тепловой мощностью 2.9 ГВт и средним изотопным составом [83].

1.4. Обратный бета-распад

1.4.1. Сечение обратного бета-распада

Основная реакция детектирования электронного антинейтрино — это реакция обратного бета-распада (ОБР), когда антинейтрино взаимодействует с протоном, в результате чего рождается нейтрон и позитрон:

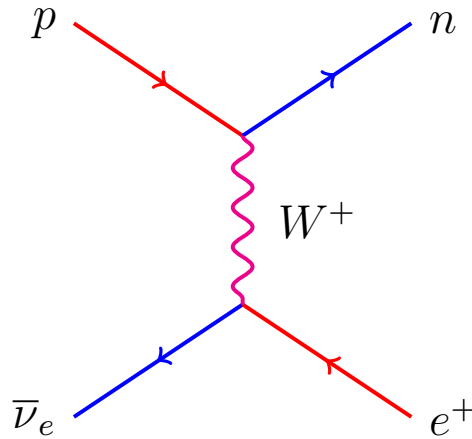


Рис. 1.11. Диаграмма Фейнмана для реакции ОБР.

Сечение ОБР, диаграмма которого представлена на рисунке 1.11, с хорошей точностью может быть вычислено в рамках Стандартной Модели [84]. В нулевом приближении разложения по обратной массе нуклона, энергия позитрона не зависит от угла вылета и равна:

$$E_e^{(0)} = E_\nu - \Delta, \quad (1.33)$$

где $\Delta = M_n - M_p = 1.29$ МэВ. Из выражения (1.33) следует, что порог реакции $E_{\min}^\nu = m_e + \Delta = 1.804$ МэВ. Сечение ОБР в нулевом порядке по $1/M$ записывается следующим образом:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\cos\theta} \right)^{(0)} = \frac{\sigma_0}{2} [(f^2 + 3g^2) + (f^2 - g^2)v_e^{(0)} \cos\theta] E_p^{(0)} p_e^{(0)}, \quad (1.34)$$

где f и g — векторный и аксиальный форм-факторы⁷; p_e, E_e, v_e — импульс, энергия и скорость позитрона; θ — угол между векторами импульсов нейтрино и позитрона; а σ_0 — постоянная часть:

$$\sigma_0 = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_C}{\pi} (1 + \Delta_{\text{inner}}^R), \quad (1.35)$$

где G_F — константа связи Ферми, θ_C — угол смешивания Кабиббо, а Δ_{inner}^R — это независящая от энергии внутренняя радиационная поправка. Помимо этого, сечение включает в себя ряд энергозависимых поправок: внешнюю радиационную поправку; поправку на конечный размер ядра, отдачу ядра, слабый магнетизм. Сечение (1.34), проинтегрированное по $\cos \theta$ представлено на рисунке 1.12.

Процесс ОБР описывается такой же диаграммой, что и процесс распада нейтрона. Он включает в себя те же самые поправки, что позволяет выразить сечение ОБР через известные параметры распада нейтрона: время жизни τ_n и, выраженный в единицах m_e^4 , фазовый объём бета-распада нейтрона [85] $f_{\text{p.s.}}^R = 1.71517$:

$$\sigma_0 = \frac{2\pi^2}{m_e^5 f_{\text{p.s.}}^R \tau_n (f^2 + 3g^2)}, \quad (1.36)$$

где m_e — масса электрона. Фактор фазового объёма $f_{\text{p.s.}}^R$ включает в себя поправки на конечный размер ядра, слабый магнетизм, отдачу ядра и внешнюю радиационную поправку. Внутренняя радиационная поправка учитывается через время жизни нейтрона.

В первом порядке разложения по обратной массе нуклона энергия нейтрино становится зависимой от угла вылета позитрона:

$$E_e^{(1)} = E_e^{(0)} \left[1 - \frac{1}{M} (1 - v_e^{(0)} \cos \theta) \right] - \frac{\Delta^2 - m_e^2}{2M}, \quad (1.37)$$

где $M = (m_p + m_n)/2$ — средняя масса нуклона. Сечение ОБР при этом записывается следующим образом:

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \cos \theta} \right)^{(1)} = \frac{\sigma_0}{2} [(f^2 + 3g^2) + (f^2 - g^2)v_e^{(1)} \cos \theta] E_e^{(1)} p_e^{(1)} - \frac{\sigma_0}{2} \left[\frac{\Gamma}{M} \right] E_e^{(0)} p_e^{(0)}, \quad (1.38)$$

точная запись поправки Γ может быть найдена в [84]. Данное сечение, проинтегрированное по $\cos \theta$ представлено на рисунке 1.12.

В зависимости от угла вылета позитрона сечение ОБР меняется в пределах 20%, причём позитрон в среднем имеет слабовыраженное обратное направление вылета. Зависимость сечения ОБР от угла вылета позитрона представлена на рисунке 1.13a. Энергия позитрона тоже слабо зависит от угла рассеяния и находится в пределе $\pm 1\%$.

⁷В общем случае $f = f(Q^2)$ и $g = g(Q^2)$ — функции квадрата переданного четырёх-импульса. Однако для характерных для реакторных антинейтрино энергий $Q^2 \ll m_W^2$ использование постоянных $f = f(0)$ и $g = g(0)$ является хорошим приближением.

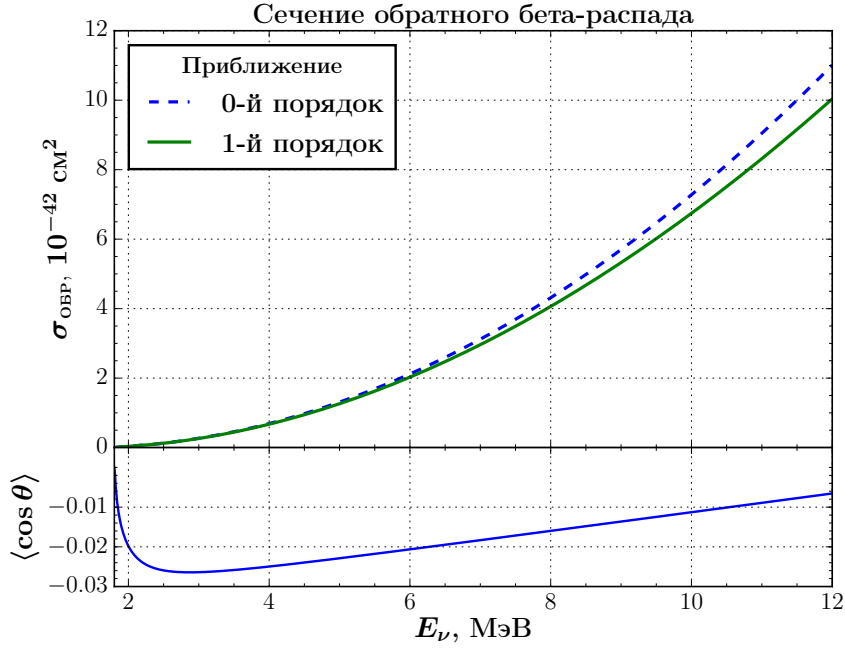


Рис. 1.12. Сечение ОБР как функция энергии нейтрино в нулевом и первом порядках разложения по $1/M$. Зависимость среднего косинуса угла вылета позитрона от энергии.

1.4.2. Время жизни нейтрона

Как видно из формулы (1.36) нормировка сечения обратно зависит от времени жизни нейтрона. Однако, после переоценки систематических погрешностей за последнее десятилетие время жизни нейтрона изменилось довольно значительно. В таблице 1.5 представлены результаты усреднения измерений времени жизни нейтрона, опубликованные в PDG в разное время [37; 86; 87].

В 2005-ом году вышла работа [89] с результатом $\tau_n = (878.5 \pm 0.8) \text{ с}$, отличающимся от мирового среднего на 6.5 стандартных отклонений. После этого измерения в нескольких экспериментах [90; 91] были пересмотрены систематические погрешности, а также получены новые результаты [90], подтверждающие результат [89].

Поскольку флуктуации значения времени жизни нейтрона заметно превысили оценку систематической погрешности, на данном этапе к ней следует относиться с осторожностью. Соответственно, с осторожностью следует относиться к нормировке сечения ОБР.

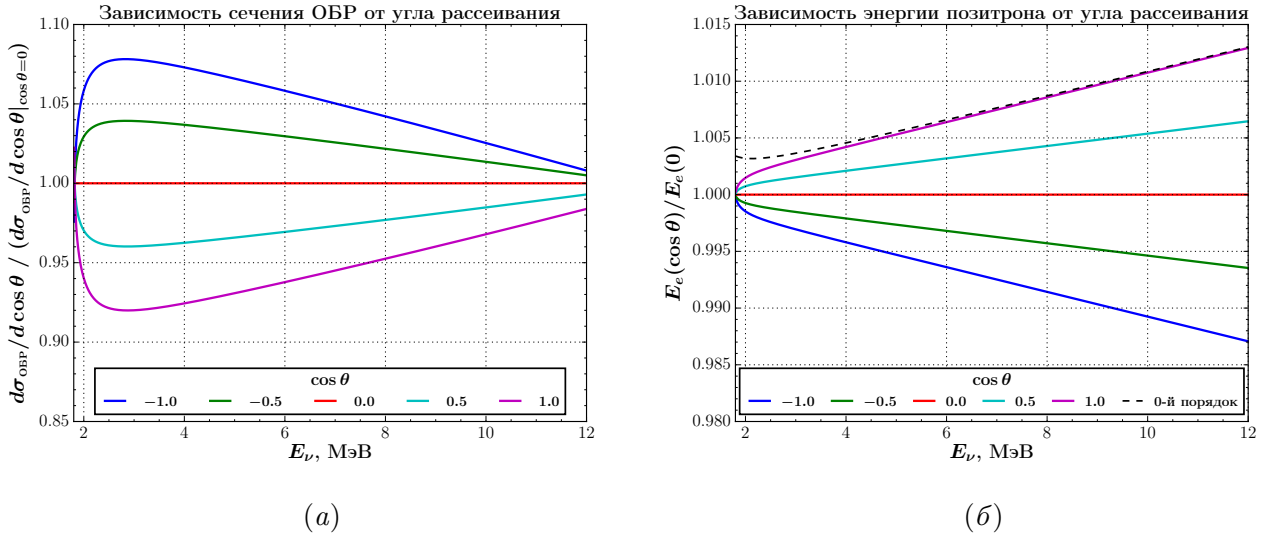


Рис. 1.13. Зависимость дифференциального сечения ОБР (а) и энергии позитрона (б) от угла его вылета по отношению к случаю $\cos \theta = 0$. Для сравнения приведён график для энергии позитрона в нулевом приближении по $1/M$.

Год	$\tau_n, \text{с}$
2010	885.7 ± 0.8
2011	881.5 ± 1.5
2012	880.1 ± 1.1
2013	880.0 ± 0.9
2014	880.3 ± 1.1
2016	880.2 ± 1.0

Таблица 1.5. Мировое среднее измерений жизни нейтрона по версии PDG [37; 38; 86—88] в разное время.

1.5. Открытие реакторных антинейтрино и измерение угла смешивания θ_{13}

1.5.1. Введение

В данном разделе будут рассмотрены некоторые эксперименты предшествующие эксперименту Daya Bay. Эксперимент Райнеса и Коуэна, в котором впервые было детектировано антинейтрино, является прообразом всех последующих реакторных экспериментов. Эксперименты Palo Verde и CHOOZ — эксперименты, поставившие первые ограничения на значение угла смешивания θ_{13} , которые, как окажется впоследствии, подошли довольно близко к реальному значению этого угла.

Далее будут представлены результаты, непосредственно предшествующих открытию θ_{13} в эксперименте Daya Bay.

Приведено сравнение современных мировых данных по измерению угла смешивания θ_{13} и расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2 .

1.5.2. Эксперимент Райнеса и Коуэна

В 1950 году Фредерик Райнес (Frederick Reines) и Клайд Коуэн (Clyde Cowan) предложили эксперимент [92], способный детектировать нейтрино. Нейтрино — гипотетическая на тот момент частица, существование которой было постулировано Вольфгангом Паули для объяснения энергетического спектра электрона в бета-распаде. Так как бета-распад считался трёх-частичной реакцией ($n \rightarrow p + e^-$), теория предсказывала конкретную определённую энергию для электрона в конечном состоянии. Однако, в эксперименте у электрона наблюдался широкий спектр энергий. Паули предположил, что в бета-распаде нейтрино уносит с собой часть энергии, ранее приписываемой электрону.

Детектировать новую частицу предполагалось при помощи гипотетической на момент проведения эксперимента реакции ОБР: $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$. По оценкам, следующим из теории Ферми, сечение данного процесса ожидалось порядка 10^{-44} см², что делало соответствующий эксперимент практически невозможным.

В первом варианте эксперимента в качестве источника было предложено использовать взрыв 20-килотонной ядерной бомбы — наиболее мощный возможный искусственный источник нейтрино.

Для детектирования нейтрино планировалось использовать открытые к тому времени жидкие органические сцинтилляторы, способные излучать видимый свет при прохожде-

нии заряженной частицы или гамма-кванта. Органический сцинтиллятор также является хорошей мишенью, так как содержат большое количество атомов водорода, необходимых для реакции ОБР. Сцинтилляционный свет как правило детектируется при помощи фотоэлектронных умножителей (ФЭУ), установленных на стенках контейнера с жидким сцинтиллятором (ЖС).

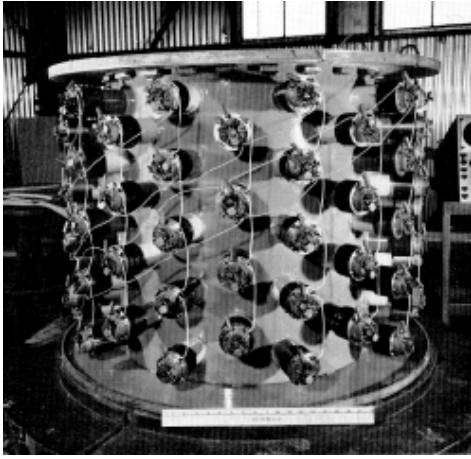
Детектор должен был быть установлен под землёй на вершине шахты на расстоянии 50-и метров от эпицентра. В момент взрыва опора детектора искусственно разрушалась для защиты электроники от землетрясения. Предполагалось, что детектор в течение нескольких секунд свободного падения будет детектировать сигнал позитронов от ОБР. Главной проблемой данного подхода является очень сильный радиоактивный фон от ядерного взрыва.

При попытке решить проблему жёсткого гамма-фона была предложена идея детектировать совпадения двух сигналов: мгновенного сигнала от позитрона, и запаздывающего от нейтрона. Нейтрон, испущенный при реакции ОБР, термализуется и захватывается водородом, образуя дейтерий, который в процессе релаксации выделяет гамма-квант с энергией 2.2 МэВ. Для сокращения времени захвата нейтрона, в сцинтиллятор было предложено добавить кадмий, обладающий большим сечением захвата тепловых нейтронов и высокой излучаемой при релаксации энергией. Для изотопа ^{113}Cd , составляющего 12.22% от натурального кадмия, сечение захвата тепловых нейтронов составляет 20.6 кбн, а энергия релаксации 9 МэВ [93]. Время захвата нейтрона при этом составляет в среднем несколько микросекунд. Отбор событий по совпадениям мгновенного и запаздывающего сигналов позволяет отсечь большую часть радиоактивного фона, дающего в основном одиночные сигналы.

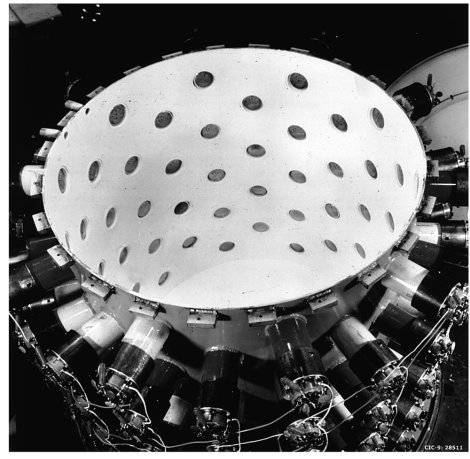
Такая возможность подавить фон позволила вернуться к идее использования ядерного реактора в качестве источника нейтрино. Несмотря на то, что поток нейтрино от реактора меньше потока нейтрино от ядерного взрыва в 1000 раз, время экспозиции может достигать нескольких лет по сравнению с несколькими секундами при взрыве.

Первый вариант детектора назывался *Neutrino Auger* и представлял собой 300-х литровый цилиндр 71 см в диаметре и 76 см в высоту. Снаружи были установлены 90 2-х дюймовых ФЭУ, просматривающих объём через отверстия в стенке контейнера. Вид детектора изнутри и снаружи представлен на рисунке 1.14.

Первая попытка детектирования нейтрино была проведена весной 1953 года у Хэн-



(a)



(б)

Рис. 1.14. Внешний вид антинейтринного детектора Heit Auger.

фордского реактора, в Вашингтоне. Детектор был установлен прямо у стенки реактора. Между реактором и детектором была сооружена защита от радиации из самодельных боропарафиновых блоков, а также из всего доступного на АЭС свинца. Ожидалась скорость счёта нейтрино около 0.1–0.3 событий в минуту, однако наблюдаемая скорость счёта была порядка 5-и совпадений в минуту [92]. Было установлено, что основной вклад в фон связан со вторичными частицами взаимодействия космогенных мюонов с материалом защиты, из-за чего попытки дополнительного экранирования детектора не принесли пользы. Несмотря на то, что изменение скорости счёта при включенном и выключенном реакторе соответствовало ожидаемому потоку реакторных нейтрино, большой вклад фоновых событий мешал сделать однозначные выводы. Эксперимент был остановлен через несколько месяцев после начала работы.

Новый детектор был спроектирован с учётом недостатков предыдущего эксперимента и установлен рядом с реактором в Саванна Ривер (Savannah River), на глубине 11 метров под землёй. Мишенью для нейтрино служили два контейнера, заполненных водой (отметки А и В на рисунке 1.15). Каждый контейнер вмещал по 200 л воды. Для увеличения сечения захвата нейтрона в воду был добавлен хлорид кадмия. Сами контейнеры помещались между тремя сцинтилляторными детекторами (отметки I, II и III), расположенными по вертикали и работающими по тому же принципу, что и детектор Heit Auger. Каждый контейнер вмещал 1400 л ЖС и был оборудован 110-ю 5-и дюймовыми ФЭУ.

Для отбора событий были использованы критерии, аналогичные критериям из эксперимента Heit Auger. Кроме того, требовалось, чтобы как мгновенный, так и запаздывающий

триггер срабатывали в двух соседних контейнерах.

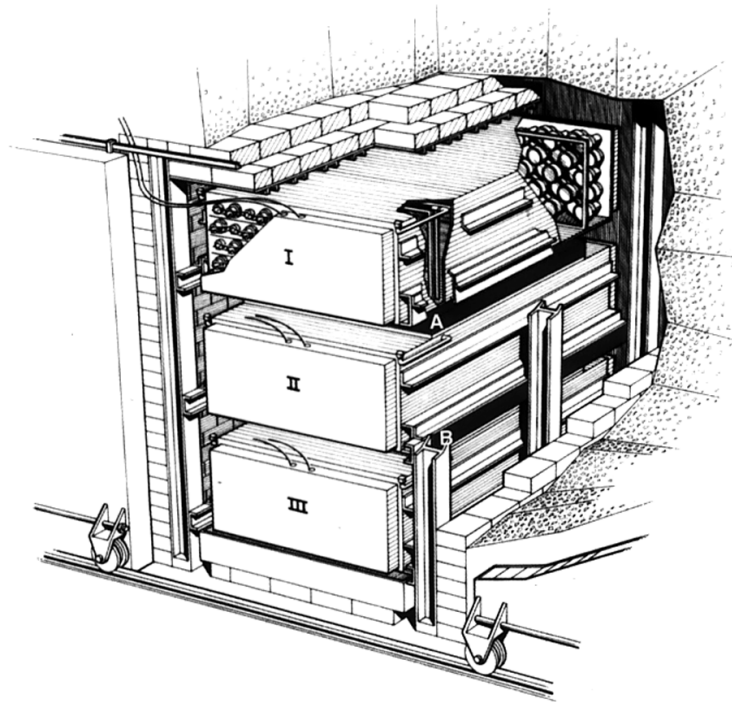


Рис. 1.15. Детектор антинейтрино, использованный в Саванна Ривер.

Набор данных продолжался более пяти месяцев. За это время было накоплено 900 часов данных при активном реакторе и 250 часов при выключенном. В результате измерения [94] наблюдаемая скорость счёта составила около 3-х событий в час при отношении сигнал/шум 3 к 1. Измеренное сечение, усреднённое для спектра реакторных антинейтрино находилось в соответствии с ожидаемым $\bar{\sigma}_{\text{th}} = 6.3 \cdot 10^{-44} \text{ см}^2$ в пределах 5 %.

Помимо сравнения скорости счёта при включенном и выключенном реакторах был проведён ряд проверок с целью доказать, что наблюдаемые события в действительности являются взаимодействиями реакторных антинейтрино. Замена части воды на соответствующее количество тяжёлой воды привела к двукратному уменьшению количества сигнальных событий, что подтверждает то, что реакция проходит на протоне. Увеличение пассивной защиты привело к сокращению количества фоновых событий, при этом не изменив количества сигнальных. Для проверки формы мгновенного сигнала в воде растворяли ^{64}Cu , испускающий бета-частицы с энергией около 600 кэВ.

Как энергия запаздывающего сигнала, так и распределение времени задержки находились в согласии с предсказаниями. Кроме того было показано, что двукратное увеличение содержания кадмия в мишени приводит к ожидаемому сокращению времени захвата,

не влияя на скорость счёта событий. При этом, удаление кадмия из мишени привело к исчезновению нейтринного сигнала.

После проведения систематического анализа данных было обнаружено, что эффективность детектирования нейтронов была переоценена. Новое сечение, опубликованное в [95; 96], отличалось от предыдущего практически в два раза: $\bar{\sigma} = 12_{-4}^{+7} \times 10^{-44} \text{ см}^2$. Примечательно, что данное значение снова находится в хорошем согласии теоретически ожидаемым значением $\bar{\sigma}_{\text{th}} = (10.0 \pm 1.7) \cdot 10^{-44} \text{ см}^2$ [95]. Теоретическое предсказание сечения ОБР увеличилось также в два раза независимо от данного измерения. Это случилось после открытия нарушения Р-инвариантности в слабых взаимодействиях в 1957 году [97].

В 1995 году Фредерику Рейнесу была вручена Нобелевская Премия с формулировкой „за экспериментальное обнаружение нейтрино“. Поскольку Клайд Коуэн умер в 1974, Райнес не смог с ним разделить премию, о чём очень жалел.

1.5.3. Первые осцилляционные эксперименты с реакторными антинейтрино

Одним из первых осцилляционных экспериментов с реакторными антинейтрино был эксперимент [98] в Саванна Ривер, проведённый в 1979–1980 на расстоянии 11 м от реактора. В качестве мишени был использован дейтерий, с которым нейтрино может взаимодействовать по двум каналам: заряженного тока $\bar{\nu}_e + d \rightarrow e^+ + n + n$ и нейтрального тока $\bar{\nu}_x + d \rightarrow \bar{\nu}_x + p + n$.

Поскольку по каналу нейтрального тока может взаимодействовать антинейтрино любого аромата, этот канал оказывается нечувствителен к осцилляциям. Таким образом, измеряя отношение количества событий с одним нейтроном к событиям с двумя нейтронами, можно определить переходит ли часть реакторных электронных антинейтрино в другие типы. Однако, в эксперименте были неправильно учтены эффективности детектирования нейтронов [99], что привело к ложному обнаружению эффекта осцилляций.

Следующий эксперимент по поиску нейтринных осцилляций, проводимый на расстоянии 8.76 м от реактора ILL [3], исключил ранее найденную область параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{ee}^2 .

В период с 1977 по 1996 был проведён ряд экспериментов по поиску осцилляций реакторных антинейтрино на расстояниях от десятков до сотни метров от реакторов ILL [3], Bugey [4–6], ROVNO [7], Gösgen [8], Krasnoyarsk [9; 10], Саванна Ривер [11]. Эксперименты давали хорошо согласующийся друг с другом результат: поток антинейтрино соответство-

вал ожиданиям в гипотезе отсутствия нейтринных осцилляций.

1.5.4. Эксперимент CHOOZ

Эксперимент по измерению угла смешивания нейтрино θ_{13} CHOOZ [13; 100—102] проводился во Франции с апреля 1997 года по август 1998 на одноимённой АЭС. АЭС состоит из двух парных ядерных реакторов общей тепловой мощностью 8.5 ГВт. Антинейтринный детектор был установлен на расстоянии около 1 км от реакторов.

Детектор эксперимента CHOOZ является развитием детектора Herg Auge, который использовался в Хэнфордском эксперименте. Схематический вид детектора представлен на рисунке 1.16а. Помимо формы самого детектора, важным отличием является расщепление внутреннего объёма детектора на две зоны. Внутренняя зона, заполненная 5-ю тоннами ЖС, находится в прозрачном акриловом контейнере. В ЖС было добавлено 0.09 % гадолиния для захвата нейтронов. При релаксации после захвата нейтрона ядро гадолиния выделяет несколько гамма квантов общей энергией около 8 МэВ, что позволяет очень хорошо отделять сигнал ОБР от фона.

Акриловый контейнер находится внутри стального бака, заполненного 17-ю тоннами ЖС без добавления гадолиния. Таким образом, только события из внутренней зоны могут давать запаздывающий сигнал с энергией 8 МэВ, что позволяет, во-первых, хорошо локализовать эффективный объём детектора, а во-вторых, улучшает энергетическое разрешение, что особенно важно для реконструкции запаздывающего сигнала. Дело в том, что гамма кванты высоких энергий могут покинуть сцинтиллирующий объём, что приводит к недооценке энергии и к искажению спектра антинейтрино, а также к потере части событий, когда запаздывающий сигнал не проходит критерии отбора. Наличие дополнительного слоя сцинтиллятора позволяет частично компенсировать этот эффект.

По внутренней стенке стального контейнера установлено 192 8-и дюймовых ФЭУ. Сам антинейтринный детектор установлен в водяном бассейне, служащим активным мюонным вето. В бассейне установлены два кольца по 24 ФЭУ. Экспериментальная установка находится на глубине 300 м.в.э., а поток мюонов составляет $0.4 \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}$.

Всего за время работы было накоплено 365 дней физических данных. Примечательно, что детектор был запущен раньше реакторов на 23 дня, что позволило измерить фоновый спектр. Кроме того, в данных присутствуют два периода 49 и 85 дней, когда один из реакторов был выключен. Детектор наблюдал скорость счёта около 25 событий в день при ре-

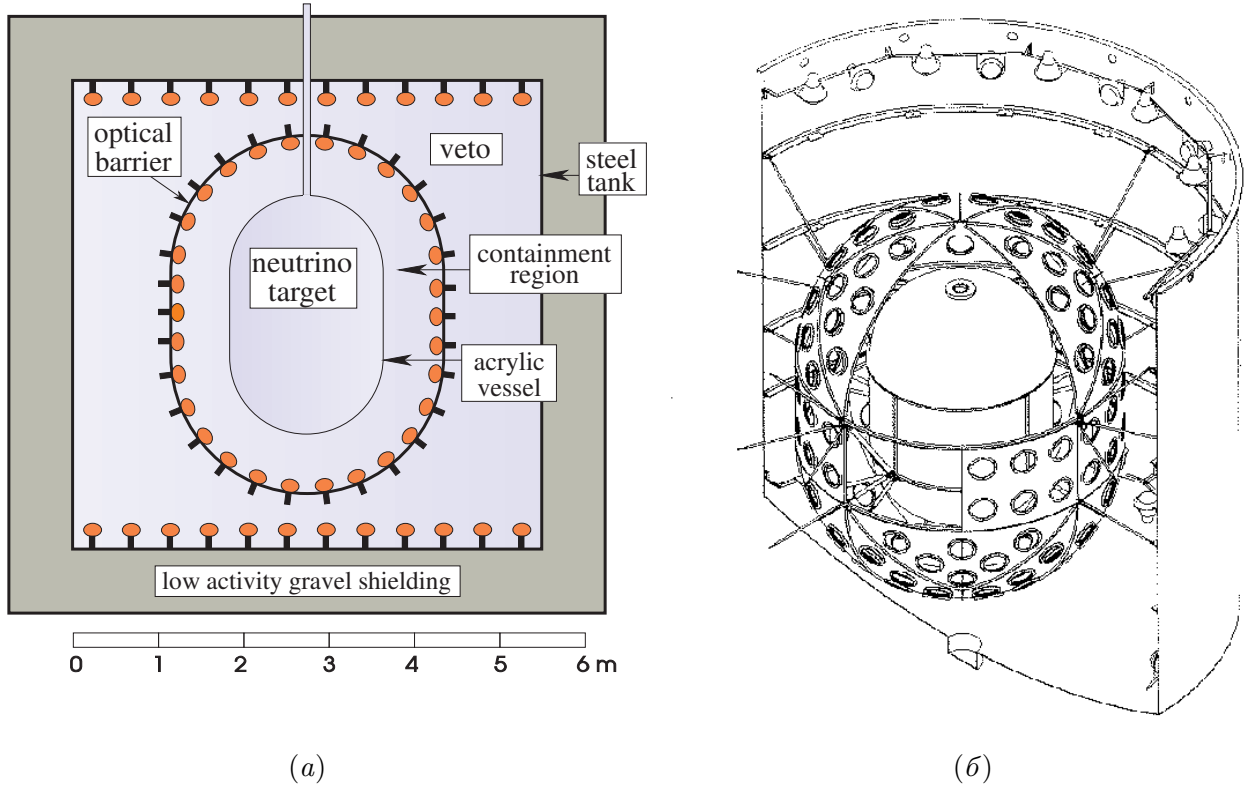


Рис. 1.16. Схема (а) и внешний вид (б) детектора эксперимента CHOOZ.

акторах, работающих на полную мощность. Как поток, так и форма спектра, наблюдаемые в эксперименте соответствуют ожиданиям в предположении отсутствия осцилляций [101]. Наблюдаемое отношение потока антинейтрино к ожиданию в предположении отсутствия осцилляций $R = 1.01 \pm 2.8\%$ (стат.) $\pm 2.7\%$ (сист.) [13].

Интерпретация данных с точки зрения нейтринных осцилляций позволяет исключить $\sin^2 2\theta_{13} > 0.15$ для расщепления масс⁸ $\Delta m_{ee}^2 \gtrsim 2 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$ на уровне достоверности 90 %.

Эксперимент был остановлен ранее запланированного срока. Оказалось, что добавление в сцинтиллятор гадолиния делает его нестабильным. В результате лабораторных измерений свойств ЖС эксперимента CHOOZ была определена скорость деградации: длина поглощения света в сцинтилляторе сокращается на 0.4 % в день [101] или в 2.5 раза за год. После столь значительного сокращения прозрачности сцинтиллятора проводить эксперимент было невозможно.

⁸Величина Δm_{ee}^2 является флейворным средним между Δm_{32}^2 и Δm_{31}^2 . Точное определение дано в формуле (2.3) на странице 66.

1.5.5. Эксперимент Palo Verde

Американский эксперимент Palo Verde [103; 104] проводился с июля 1998 года по июль 2000 недалеко от одноимённой АЭС в штате Аризона, США. АЭС Palo Verde состоит из трёх идентичных реакторов суммарной тепловой мощностью 11.63 ГВт. Два реактора находятся на расстоянии 890 м от детектора, в то время как третий реактор на расстоянии 750 м.

Антинейтринный детектор Palo Verde представляет собой развитие детектора, использованного в Саванна Ривер (см. раздел 1.5.2), это массив из 9-и метровых прозрачных акриловых ячеек, уложенных в 6 слоёв по 11 штук и наполненных ЖС (см. рисунок 1.17). Общая масса ЖС, являющегося как детектором, так и мишенью, составляет 11.3 т. Сцинтиллятор содержит 0.1 % гадолиния, добавление которого позволило сократить время захвата нейтронов до 30 мкс.

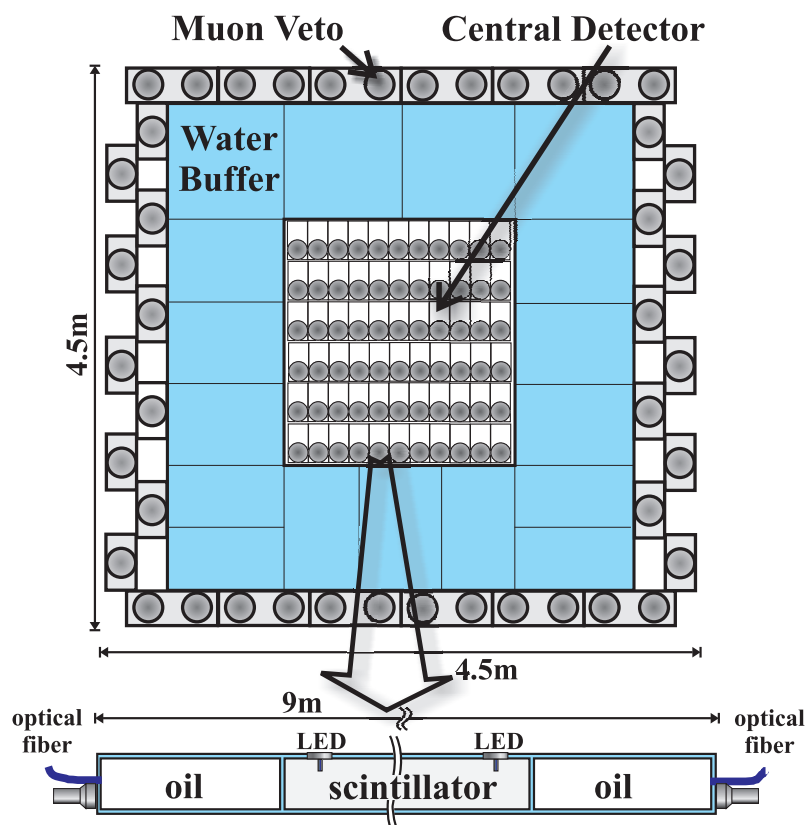


Рис. 1.17. Схема детектора антинейтринно эксперимента Palo Verde.

Каждая ячейка просматривается двумя 5-и дюймовыми ФЭУ, каждый из которых находится в изолированном объёме, заполненном минеральным маслом. Это позволяет ограничить жидкий сцинтиллятор от проникновения радиоактивных частиц из стекла ФЭУ.

Детектор окружён водяным щитом толщиной 1 м. Внешняя часть детектора — это активное мюонное вето, состоящее из 32-х 12-и метровых баков с ЖС, закрывающих детектор продольно, и двух баков по бокам. Сигнал с мюонного вето снимается при помощи ФЭУ. Установка находится на глубине 32 м.в.э., а поток мюонов составляет $22 \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}$.

Скорость счёта эксперимента составляла в среднем 55 событий в день для случая, когда все реакторы работают на полную мощность. Всего было накоплено 350 дней данных, предназначенных для физического анализа, из которых в течение 108 дней какой-либо из реакторов был остановлен. Полученные данные как по потоку так и по форме позитронного спектра соответствуют гипотезе отсутствия осцилляций. Наблюдаемое отношение потока антинейтрино к ожиданию без осцилляций $R = 1.01 \pm 0.024$ (стат.) ± 0.053 (сист.) [12].

Интерпретация данных с точки зрения нейтринных осцилляций позволяет исключить $\sin^2 2\theta_{13} > 0.162$ для $\Delta m_{ee}^2 \gtrsim 3 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$ на уровне достоверности 90 %.

1.5.6. Реакторные нейтринные эксперименты нового поколения

После неудачи экспериментов CHOOZ и Palo Verde в измерении значения θ_{13} были сформулированы требования, необходимые для снижения систематической погрешности и успешного измерения данного угла смешивания в реакторных экспериментах [105] (см. главу 2). Одним из основных требований было наличие идентичных детекторов большой массы на разных расстояниях от источника [106]: вблизи, на расстоянии порядка десятков-сотен метров и на удалении около 2 км.

В течение 2000-х в мире был предложен ряд технически схожих реакторных экспериментов по измерению угла смешивания θ_{13} , среди них Daya Bay [107], Double CHOOZ [102], RENO [108], Angra [109], KASKA [110], а также множество других. Примечательно, что одним из первых должен был стать эксперимент Kr2Det [111] в Красноярске, который, так и не вышел за рамки намерений.

В конечном счёте из предложенных экспериментов состоялись три: Daya Bay, Double CHOOZ и RENO.

1.5.7. Указания на ненулевое значение θ_{13}

Первое указание на ненулевое значение угла смешивания θ_{13} было опубликовано экспериментом KamLAND [112] в марте 2011. Эксперимент KamLAND [113] находится в Японии и измеряет поток антинейтрино, 79 % которого приходит от 26 ядерных реакторов⁹ на рас-

стояниях 138–214 км. Средневзвешенное расстояние от детектора до реакторов оценивается в ~ 180 км. Эксперимент наблюдал недостаток потока реакторных антинейтрино почти в 40 %. Из-за большой базы, недостаток потока связан главным образом с осцилляциями нейтрино между первыми двумя поколениями, поэтому KamLAND чувствителен в первую очередь к параметрам смешивания Δm_{21}^2 и θ_{12} , а к θ_{13} чувствительность слабая. Тем не менее, разброс допустимых значений был сужен при проведении комбинированного анализа с учётом результатов других экспериментов: солнечных, атмосферных, ускорительных экспериментов с длинной базой, а также ограничением эксперимента CHOOZ. Полученный в [112] результат $\sin^2 \theta_{13} = 0.009_{-0.007}^{+0.013}$ отличается от нуля на уровне достоверности 79 %.

В июле 2011 вышло сразу два независимых экспериментальных результата, указывающих на то, что значение θ_{13} может быть отлично от нуля. Оба указания — результаты анализа данных ускорительных экспериментов с длинной базой, наблюдающих появление нейтрино электронного типа в пучке мюонных нейтрино. В отличие от реакторных экспериментов со средней базой, чувствительных практически исключительно к θ_{13} , в ускорительных экспериментах чувствительность к θ_{13} сильно коррелирует также с параметрами смешивания между другими поколениями нейтрино, а, кроме того, связана с иерархией масс нейтрино.

Эксперимент T2K (Tokai-to-Kamioka) [114] в Японии использует антинейтринный детектор Super-Kamiokande в Камиоке для детектирования нейтрино из пучка ускорителя J-PARC в Токае. Расстояние между источником и детектором — 295 км, а энергия нейтрино в максимуме 0.6 ГэВ. В эксперименте было обнаружено 6 событий взаимодействия электронного нейтрино при ожидании 1.5 событий в предположении $\sin^2 2\theta_{13} = 0$ [115], что исключает гипотезу $\theta_{13} = 0^\circ$ на уровне достоверности 2.5 стандартных отклонений. Из результатов следует доверительный интервал $0.03(0.04) < \sin^2 2\theta_{13} < 0.28(0.34)$ в предположении прямой (обратной) иерархии и $\delta_{\text{CP}} = 0^\circ$.

Второй результат принадлежит американскому эксперименту MINOS [116], дальний детектор которого находится в Суданской Подземной Лаборатории в штате Миннесота на расстоянии 735 км от ускорителя. Детектор находится на оси нейтринного пучка NuMI из Фермилаба. Пиковая энергия пучка — 3 ГэВ. Было обнаружено 62 события, прошедших отбор электронного нейтрино при ожидаемом уровне фона в 49.6 событий для гипотезы

⁹В связи с аварией на АЭС Фукусима-1 и последующим закрытием ряда АЭС в Японии данные о реакторных антинейтрино фактически набирались до конца 2011 года.

$\sin^2 2\theta_{13} = 0$, что исключает данную гипотезу на уровне достоверности 89% [117]. Из результатов следует доверительный интервал $2 \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} = 0.041_{-0.031}^{+0.047} (0.079_{-0.053}^{+0.071})$ для прямой (обратной) иерархии. Данный результат получен в предположении $\delta_{\text{CP}} = 0^\circ$ и зависит от значения θ_{23} , однако, в случае максимального смешивания ($\theta_{23} = 45^\circ$) данный интервал применим напрямую к $\sin^2 2\theta_{13}$.

В августе того-же года была опубликована работа [118] с результатами независимого глобального анализа доступных нейтринных данных¹⁰. По результатам анализа $\sin^2 2\theta_{13} > 0$ на уровне достоверности по крайней мере три стандартных отклонения (99.7%). Оптимальное значение и доверительный интервал находятся в согласии с результатами экспериментов T2K и MINOS. Анализ был проведён для двух моделей спектра антинейтрино, старой (ILL+Vogel) и новой (Mueller). Получен результат $\sin^2 \theta_{13} = 0.021 \pm 0.007 (0.025 \pm 0.007)$ для старого (нового) спектра.

Первое указание на отличное от нуля значение θ_{13} на основе данных реакторного эксперимента было опубликовано коллаборацией Double CHOOZ [102], преемника эксперимента CHOOZ. Результат основан на данных единственного на тот момент дальнего детектора, находящегося на расстоянии 1050 м от реактора. После набора данных в течение 101 дня, эксперимент обнаружил недостаток потока электронных антинейтрино 5.6%. В результате осцилляционного анализа было получено значение $\sin^2 2\theta_{13} = 0.086 \pm 0.041$ (стат.) ± 0.030 (сист.) для значения $\Delta m_{ee}^2 = 2.4 \cdot 10^{-3}$. Результат исключает гипотезу отсутствия осцилляций на уровне достоверности 94.6%.

1.5.8. Измерение угла смешивания нейтрино θ_{13}

Впервые отличие угла смешивания нейтрино θ_{13} от нуля со статистической значимостью выше пяти стандартных отклонений было объявлено экспериментом Daya Bay в феврале 2012 года [16]. Результат измерения $\sin^2 2\theta_{13} = 0.092 \pm 0.016$ (стат.) ± 0.005 (сист.) получен для $\Delta m_{ee}^2 = 2.32 \cdot 10^{-3}$ эВ² на основе 55-и дней набора данных. Постановка данного эксперимента подробно описана в разделе 2.

Вскоре после публикации результатов Daya Bay было опубликовано измерение другого реакторного эксперимента RENO $\sin^2 2\theta_{13} = 0.113 \pm 0.013$ (стат.) ± 0.014 (сист.), статистическая значимость которого практически достигла пяти стандартных отклонений. Данное значение получено на основе 229-и дней набора данных и хорошо согласуется как с изме-

¹⁰Не включает данные T2K и MINOS.

рением Daya Bay так и с предыдущими указаниями.

Эксперимент	Годы набора данных	База, км	Мощность, ГВт	Мишень/дет.	Масса мишени, т	
Хэнфорд ¹¹	1953–1953	< 10 м	0.25–2	LS + Cd	0.31	[119]
Саванна Ривер ¹²	1955–1956	~ 11 м	2.5	H ₂ O+Cd / LS	0.4	[94; 96]
ILL	1980–1981	9 м	0.057	LS/ ³ He	0.33	[3]
Bugey	1982–1983	13.6 м и 18.3 м	2.8	LS/ ³ He	0.28	[120]
CHOOZ	1997–1998	1	8.5	} LS + Gd	4.25	[13]
Palo Verde	1998–2000	0.75 и 0.89	11.63		11.3	[12]
Double CHOOZ	2011–н.в.	1	8.5		8	[77]
RENO	2011–н.в.	0.29 и 1.383	16.8		16	[121]
Daya Bay	2011–н.в.	0.51, 0.56 и 1.58	17.4		80	[18]
KamLAND	2002–н.в.	180		LS	1000	[112]

Таблица 1.6. Сравнительные характеристики экспериментов с реакторными антинейтрино.

Эксперимент с реакторными антинейтрино RENO проводится в Южной Корее у АЭС Йонгван (Yonggwang), состоящей из 6 ядерных реакторов, тепловой мощностью 2.8 ГВт каждый. В эксперименте используются два идентичных антинейтринных детектора на средних расстояниях 294 м и 1383 м от реакторов. В качестве мишени используются 16 т ЖС с добавлением гадолиния. Сравнительные характеристики реакторных нейтринных экспериментов, предназначенных для измерения угла смешивания $\sin^2 2\theta_{13}$ представлены в таблице 1.6. В таблице также приведены данные некоторых других экспериментов с целью сравнения.

После первых измерений θ_{13} в экспериментах Daya Bay и RENO, всеми экспериментами был произведён ряд обновлений результатов. История измерений приведена в таблице 1.7. Из таблицы видно, что все эксперименты, как реакторные, так ускорительные и атмосферные, рисуют хорошо согласованную картину измерений.

Отдельно следует отметить измерения [23; 124], проведённые в реакторных экспериментах. Данные измерения отличаются от остальных отбором событий, в котором запаздывающий сигнал вызван захватом нейтрона на ядре водорода (в отличие от захвата на гадолинии, который подробно рассмотрен в данной работе) и имеет энергию в 2.2 МэВ. Отбор событий ОБР, меченых захватом на водороде, обозначаемый для краткости пН, позво-

¹¹Для массы мишени детектора Near Auge использован номинальный объём контейнера 300 л и оценочная плотность толуолового сцинтиллятора 1.032 г/см³. Оценка мощности реактора взята из [122].

¹²Оценка мощности реактора в Саванна Ривер взята из [123].

ляет использовать гораздо больший объём сцинтиллятора с одной стороны, но приводит к более высокому вкладу фона с другой. Данный анализ имеет отличающуюся от основного детекторную систематику.

Как видно из таблицы 1.7 наиболее точным на сегодняшний день является измерение эксперимента Daya Bay $\sin^2 2\theta_{13} = 0.084 \pm 0.005$ [18].

Пояснения к таблице 1.7. В таблице приведены результаты всех измерений угла смешивания нейтрино θ_{13} . Для измерений, отмеченных звёздочкой (*) была опубликована величина $\sin^2 \theta_{13}$. Ускорительные эксперименты, отмеченные символом (†) публикуют значение $2 \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13}$ в предположении $\delta_{\text{CP}} = 0^\circ$. Данная величина совпадает с $\sin^2 2\theta_{13}$ в предположении максимального смешивания $\theta_{23} = 45^\circ$. Результат ускорительных экспериментов как правило зависит от иерархии: отмечена нормальная иерархия масс нейтрино (НИ) и обратная иерархия масс нейтрино (ОИ).

Для реакторных экспериментов отмечен тип используемых данных: данные о полном числе событий в каждом детекторе (поток) в анализе „поток“; данные о числе событий и их спектре (спектр) для анализа „поток+спектр“. Данные, меченные захватом нейтрона на водороде отмечены как (nH), на водороде и гадолинии — (nH+nGd), при этом захват исключительно на гадолинии, являющийся основным каналом, никак не обозначен. Измерения, использующие также сторонние данные, отмечены как глобальные.

Эксперимент Double CHOOZ отличается от остальных реакторных экспериментов тем, что часть данных была набрана при полностью неактивных реакторах, а часть данных была набрана, когда был неактивен один из двух реакторов. Подобный набор данных позволил эксперименту измерить вклад фоновых событий в режиме „поток“. Результат, полученный в данном анализе, отмечен, как RRM¹³. Результаты эксперимента Double CHOOZ, набранные только с дальним детектором отмечены знаком (f).

Синей полупрозрачной полосой отмечено наиболее точное на сегодняшний день измерение, полученное в эксперименте Daya Bay [18].

Цвет отражает тип эксперимента: ускорительные эксперименты отмечены зелёным, реакторные — красным, результаты глобального анализа — чёрным, а эксперимент Daya Bay отмечен синим. Пунктиром отмечены результаты измерений nH.

¹³RRM — reactor rate modulation — модуляция потока реакторных антинейтрино.

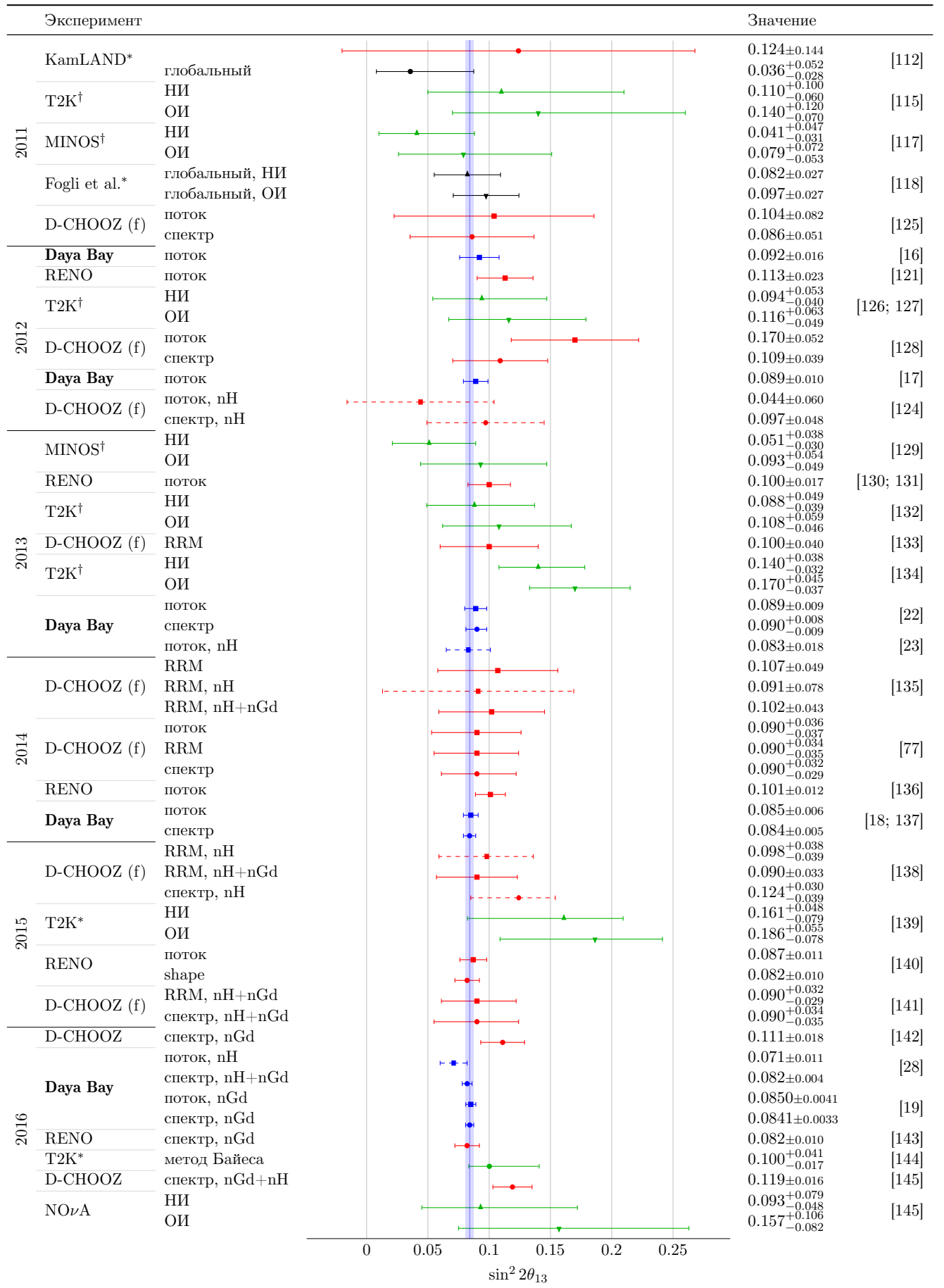


Таблица 1.7. Сопоставление результатов измерения угла смешивания нейтрино θ_{13} . Пояснения к таблице см. на странице 55.

Форма маркера отражает особенности анализа. Для реакторных экспериментов указана используемая иерархия масс нейтрино: треугольник для НИ, перевёрнутый треугольник для ОИ. Квадратом отмечены результаты реакторных экспериментов, полученные в режиме „поток“, кружком отмечены все остальные результаты.

1.6. Измерение расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2

Измерение так называемого расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2 изначально не входило в цели эксперимента Daya Bay, однако, после того, как угол θ_{13} был измерен, оказалось, что он достаточно велик и Daya Bay обладает достаточной чувствительностью для измерения значения Δm_{32}^2 по искажению антинейтринного спектра (режим „поток+спектр“).

Расщепление масс нейтрино Δm_{32}^2 может быть исследовано в экспериментах с высокоэнергетичными атмосферными или ускорительными мюонными нейтрино. В модели осцилляций с тремя нейтрино только два расщепления масс линейно независимы: $\Delta m_{32}^2 = \Delta m_{31}^2 - \Delta m_{21}^2$.

На сегодняшний день ни один из экспериментов не является достаточно чувствительным, чтобы определить знак Δm_{32}^2 . Данная проблема известна как проблема иерархии масс нейтрино. Случай $\Delta m_{32}^2 > 0$ называется нормальной иерархией (НИ), а случай $\Delta m_{32}^2 < 0$ — обратной иерархией (ОИ). Следует иметь в виду, что абсолютные значения Δm_{32}^2 в предположении разных иерархий отличаются. Все значения в данном разделе приведены без указания знака, однако, там, где это имеет значение, отмечена используемая иерархия.

Одно из первых ограничений на значение Δm_{32}^2 было получено в эксперименте с атмосферными нейтрино Kamiokande [146]. Эксперимент исследовал отношение количества мюонных нейтрино к электронным $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)/(\nu_e + \bar{\nu}_e)$, которое в отсутствие нейтринных осцилляций должно в первом приближении равняться двум: на два мюонных нейтрино из цепочки распадов пиона и мюона рождается одно электронное. По результатам измерения потока нейтрино с энергией большей 1.33 ГэВ оказалось, что данное отношение меньше ожидаемого практически в два раза и, к тому же, зависит от направления прилёта нейтрино. Было показано, что гипотеза осцилляций ν_μ в ν_τ хорошо описывает как само отношение, так и угловую зависимость. Совместный анализ потоков нейтрино с энергией больше и меньше 1.33 ГэВ позволил исключить области $\Delta m_{32}^2 > 25 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$ и $\Delta m_{32}^2 < 5 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$ на уровне достоверности 90%. Результаты со сравнимыми ограничениями далее были получены также в других атмосферных экспериментах [147; 148].

Первое точное измерение расщепления масс нейтрино было произведено в ускорительном эксперименте MINOS [15], наблюдающего исчезновение мюонных нейтрино. В эксперименте были детектированы 848 событий взаимодействия мюонного нейтрино, тогда как в предположении отсутствия осцилляций ожидалось 1065 ± 60 . В предположении двухнейтринных осцилляций было получено значение $\Delta m_{32}^2 = (2.43 \pm 0.13) \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$.

Измерения эксперимента MINOS являлись уникальными до 2013-го года. В 2013 году другой ускорительный эксперимент, T2K, обнаруживший 58 событий взаимодействия мюонных нейтрино при ожидании 250 ± 17 [149], получил результат $\Delta m_{32}^2 = 2.44_{-0.15}^{+0.17} \times 10^{-3} \text{ эВ}^2$ в предположении нормальной иерархии нейтрино. Также, данный результат является одним из первых измерений Δm_{32}^2 , полученный с учётом трёх-нейтринных осцилляций.

В этом же году было впервые получено значение расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2 в реакторном эксперименте. На основе данных об искажении спектра реакторных электронных антинейтрино на расстоянии около 1.7 км от реактора в эксперименте Daya Bay было получено значение $\Delta m_{32}^2 = (2.54_{-0.20}^{+0.19}) \times 10^{-3} \text{ эВ}^2$ в предположении нормальной иерархии нейтрино.

Сопоставление мировых данных по измерению Δm_{32}^2 представлено в таблице 1.8. Видно, что на сегодняшний день разные группы экспериментов (ускорительные, реакторные и атмосферные) дают хорошо согласующиеся и взаимодополняющие результаты.

Пояснения к таблице 1.8. В таблице представлены результаты измерений расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2 , начиная с первого точного измерения в эксперименте MINOS. В связи с большим количеством измерений в таблицу включены только те, абсолютная ошибка в которых не превышает $0.3 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$. Ранние результаты, полученные в рамках теории двух-нейтринных осцилляций, представлены совместно с более поздними измерениями, полученными в рамках теории трёх-нейтринных осцилляций в предположении нормальной иерархии. Результаты, полученные в рамках теории трёх-нейтринных осцилляций и в предположении обратной иерархии, приведены отдельной группой.

Знаком ([†]) отмечены публикации, в которых приведено значение Δm_{31}^2 . Данные результаты пересчитаны в Δm_{32}^2 . Значение [152] в предположении нормальной иерархии зависит от октанта угла смешивания θ_{23} и отмечено как окт. I для $\theta_{23} < 45^\circ$ и как окт. II для $\theta_{23} > 45^\circ$.

Полупрозрачной полосой отмечено наиболее точное измерение эксперимента Daya Bay.

Цветом отмечены типы экспериментов: ускорительные эксперименты отмечены зелёным, атмосферные — голубым, реакторные — красным, а Daya Bay отмечен синим. Форма маркера отражает иерархию: треугольник для НИ, перевёрнутый треугольник для ОИ, а квадрат для результатов, полученных в рамках двух-нейтринных осцилляций.

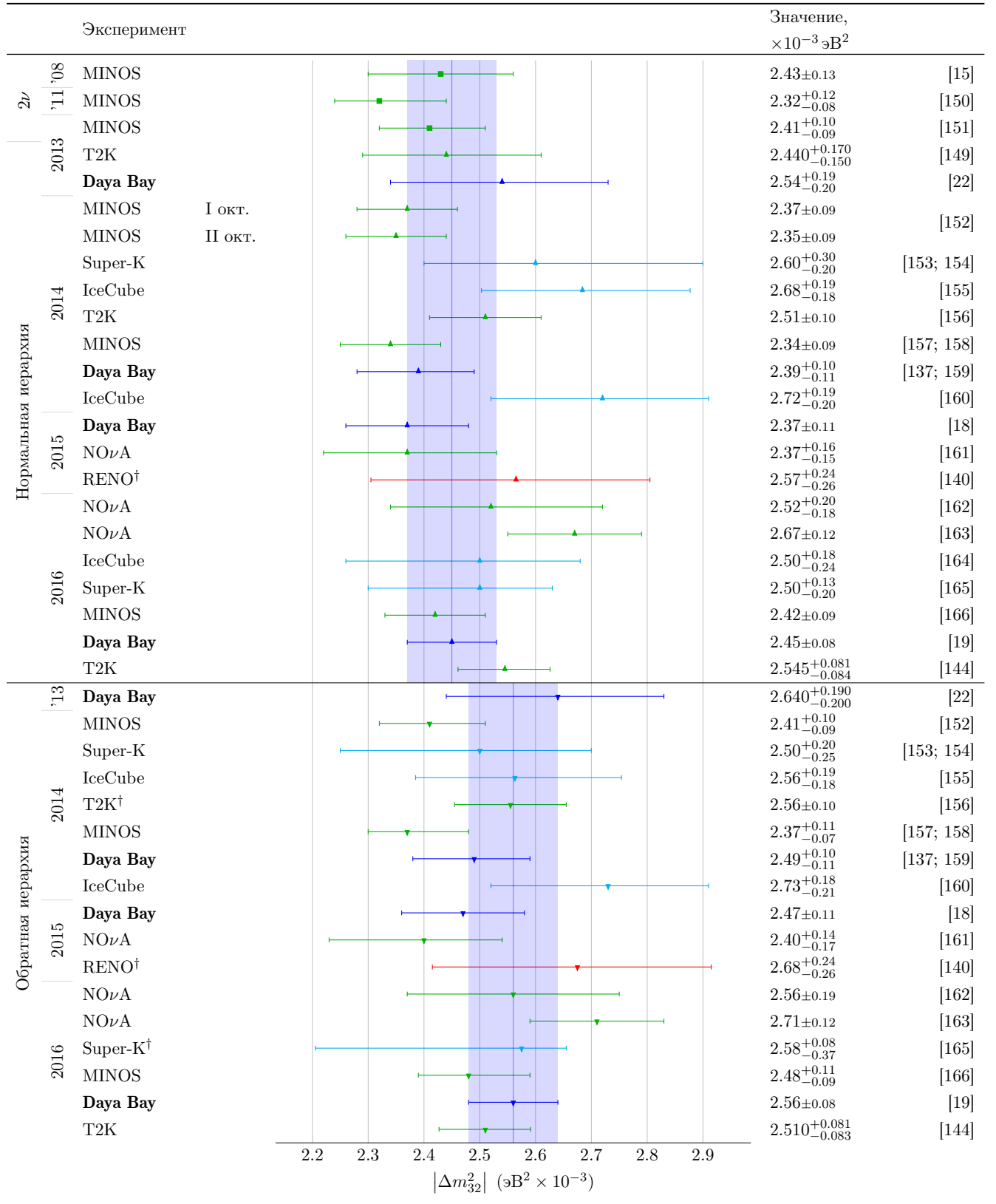


Таблица 1.8. Сопоставление измерений расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2 . Пояснения к таблице см. на странице 59. В таблицу включены только те измерения, абсолютная ошибка которых не превышает $0.3 \cdot 10^{-3} \text{эВ}^2$.

1.7. Заключение к первой главе

Реакторные антинейтрино являются очень удобным средством для измерения параметров смешивания нейтрино: угла θ_{13} и расщепления масс Δm_{32}^2 , исследование которых необходимо не только для более глубокого понимания физики нейтрино, но также и для изучения вопросов лепто- и бариогенезиса в ранней вселенной, поиска новой физики и др. Измерение этих параметров, тем не менее, связано с рядом серьёзных систематических неопределённостей, преодоление которых накладывает на эксперимент дополнительные требования.

2. Эксперимент Daya Bay

2.1. Введение

Эксперимент Daya Bay был предложен в начале 2000-х для измерения амплитуды осцилляций нейтрино с чувствительностью к $\sin^2 2\theta_{13}$ вплоть до 0.01. На тот момент основные источники систематических неопределённостей и требования к эксперименту, необходимые для достижения подобной точности были хорошо исследованы.

Выделялись следующие основные источники систематических неопределённостей [105; 167].

1) Неизвестная иерархия масс нейтрино и фаза нарушения CP-инвариантности. Данные параметры сильно коррелируют с θ_{13} и приводят к вырождению результата для экспериментов на появление другого аромата нейтрино, таких как ускорительные эксперименты с большой базой. В свою очередь, эксперименты на исчезновение, такие как эксперименты с реакторными электронными антинейтрино чувствительны к θ_{13} практически независимо от других параметров (см. раздел 2.2.2).

2) Относительно большая неопределённость потока реакторных электронных антинейтрино: по крайней мере 5 %¹. Угол смешивания θ_{13} проявляется в виде недостатка потока антинейтрино, поэтому для его измерения необходимо с хорошей точностью знать как исходный поток, так и эффективность детектора.

3) Большая неопределённость эффективности детектирования реакторных электронных антинейтрино: $\sim 2\%$.

4) Коррелированные фоновые события, порождаемые космогенными мюонами.

5) Некоррелированные фоновые события, вызванные естественным радиоактивным фоном.

Таким образом, для измерения угла смешивания нейтрино θ_{13} необходимо, чтобы эксперимент удовлетворял следующим требованиям.

1) Целесообразно измерять $\sin^2 2\theta_{13}$ в эксперименте с реакторными антинейтрино со средней базой, так как результат будет слабо чувствителен к иерархии масс нейтрино и полностью нечувствителен к фазе нарушения CP-инвариантности.

¹На момент планирования эксперимента неопределённость потока реакторных антинейтрино оценивалась в 3 %.

2) Эксперимент должен состоять из нескольких идентичных детекторов, работающих одновременно на нескольких расстояниях от реактора. Отношение скоростей счёта в данных детекторах определяется значением θ_{13} , но коррелированные между детекторами неопределённости при этом будут сокращаться. Данная схема позволяет в значительной степени подавить коррелированные неопределённости как потока антинейтрино от реактора, так и абсолютной эффективности детектора.

3) Достаточная глубина для подавления фона космогенных мюонов и активное мюонное вето с высокой эффективностью.

4) Использование низкорadioактивных материалов; ФЭУ, колба которых изготовленных из низкорadioактивного стекла; достаточная пассивная защита; наличие дополнительного материала между ФЭУ и сцинтиллятором.

5) Использование стабильного сцинтиллятора, сохраняющего оптические свойства в течение нескольких лет.

6) Регулярная калибровка эффективности и энергетической шкалы детектора.

Следует отметить, что подход с несколькими идентичными детекторами был впервые частично опробован в эксперименте Bugey [5], использовавших два идентичных детектора на расстояниях 15 м и 40 м от реактора и достигнувших 40-а процентного времени одновременной работы, что позволило значительно сократить ошибку на сечение ОБР. В применении к измерению θ_{13} необходимость данного метода была впервые сформулирована в [106].

Для проведения эксперимента по измерению угла смешивания θ_{13} хорошо подходит комплекс АЭС у бухты Дая². Это бухта в Южно-Китайском море, ограниченная полуостровом Дапэн к востоку от города Шэньчжэнь и Гонг-Конга. Комплекс состоит из трёх АЭС: Дая Бей (Daya Bay), Лин Ао (Ling Ao) и Лин Ао II (Ling Ao II) общей тепловой мощностью 17.4 ГВт. Непосредственно вблизи от АЭС находятся горы, что позволяет получить хорошую пассивную защиту от космогенных мюонов.

Активная работа по подготовке эксперимента Daya Bay началась в 2003 году. В июне 2006 года состоялось первое собрание коллаборации. Строительные работы начались в ноябре следующего года, а сборка детектора — в 2009 году. Начало набора данных на первых двух детекторах: 15 августа 2011.

Во второй главе будет детально рассмотрена феноменология реакторных антиней-

²кит. упр. 大亚湾, пиньинь: Dàyàwān, англ. Daya Bay

тринных экспериментов с короткой базой. Далее будет дано описание АЭС Дая Бей, эксперимента, детекторов. Рассмотрена используемая методика отбора событий и реконструкции энергии. Отдельное внимание уделено учёту систематических неопределённостей. Дано описание основных периодов и наборов данных, используемых в анализе.

2.2. Феноменология эксперимента Daya Bay

2.2.1. Детектирование реакторных нейтрино

Как было показано в разделе 1.3 реакторные антинейтрино рождаются при распаде продуктов деления изотопов урана и плутония в ядерном реакторе и обладают энергиями от, предположительно, нуля до 10 МэВ. Так как порог реакции ОБР $E_{\min}^{\nu} = 1.804$ МэВ (см. раздел раздел 1.4), эксперимент способен видеть только 25 % испускаемых реактором антинейтрино.

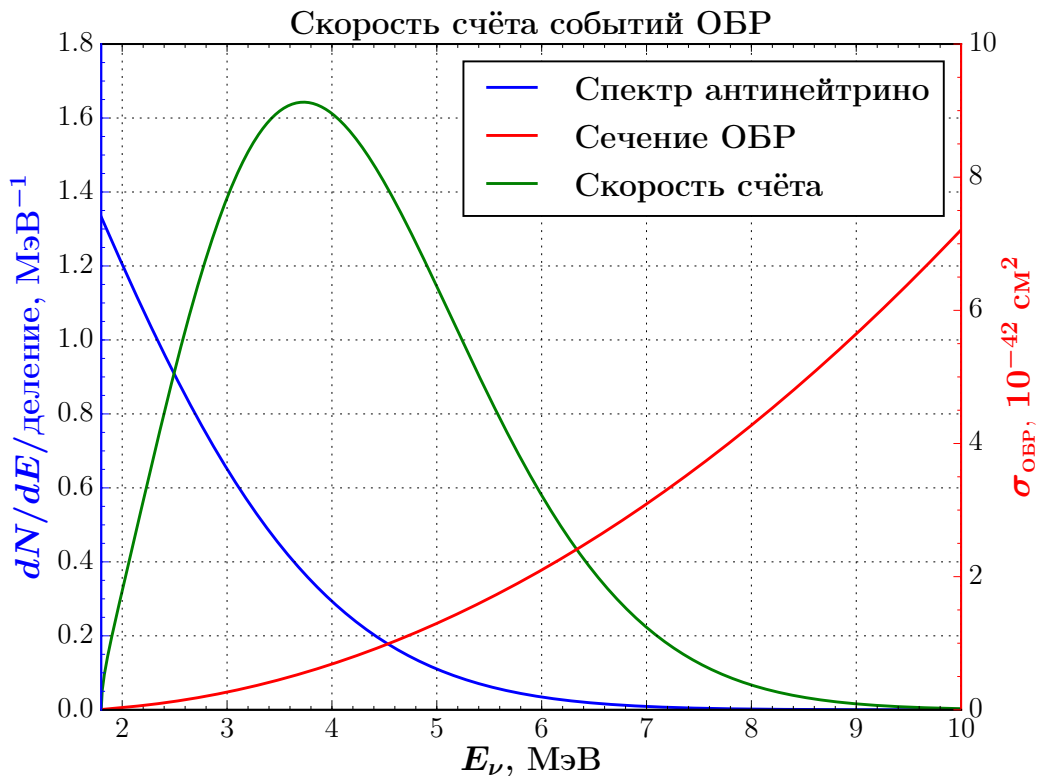


Рис. 2.1. Скорость счёта событий ОБР для эксперимента с реакторными электронными антинейтрино в зависимости от энергии в произвольных единицах. Спектр реакторных антинейтрино. Сечение обратного бета-распада.

На рисунке 2.1 приведены спектр реакторных антинейтрино, сечение и скорость счёта событий ОБР. Видно, что реакторный эксперимент наиболее чувствителен к антинейтрино с энергиями от 3 МэВ до 5 МэВ. Детектор антинейтрино, заполненный 1 т ЖС и находящийся на расстоянии 100 м от реактора, имеющего тепловую мощность 1 ГВт, способен детектировать около 100 событий ОБР в день.

2.2.2. Осцилляции реакторных антинейтрино

Из-за низкой энергии реакторных антинейтрино, только антинейтрино электронного типа могут быть детектированы в реакции ОБР. Соответственно, нет возможности наблюдать переход одного типа нейтрино в другой. В реакторных экспериментах можно исследовать только недостаток потока электронных антинейтрино. Вероятность выживания электронных антинейтрино может быть получена из формулы (1.24) после подстановки элементов матрицы ПМНС в явном виде из (1.12).

$$P_{\text{sur}} = 1 - \sin^2 2\theta_{13} \left(\sin^2 \theta_{12} \sin^2 \frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} + \cos^2 \theta_{12} \sin^2 \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right) - \sin^2 2\theta_{12} \cos^4 \theta_{13} \sin^2 \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E}. \quad (2.1)$$

Расщепления масс нейтрино Δm_{31}^2 и Δm_{32}^2 очень слабо отличаются друг от друга, поэтому формула (2.1) может быть с хорошей точностью упрощена до следующего вида:

$$P_{\text{sur}} = 1 - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \frac{\Delta m_{ee}^2 L}{4E} - \sin^2 2\theta_{12} \cos^4 \theta_{13} \sin^2 \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E}, \quad (2.2)$$

где Δm_{ee}^2 — специальное среднее между Δm_{31}^2 и Δm_{32}^2 , характерное для реакторных экспериментов и определённое следующим образом:

$$\sin^2 \frac{\Delta m_{ee}^2 L}{4E} = \sin^2 \theta_{12} \sin^2 \frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} + \cos^2 \theta_{12} \sin^2 \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}. \quad (2.3)$$

Можно показать [168], что для реакторных экспериментов с короткой и средней базой вместо выражения (2.3) можно использовать следующее приближение:

$$\Delta m_{ee}^2 \approx \sin^2 \theta_{12} \Delta m_{32}^2 + \cos^2 \theta_{12} \Delta m_{31}^2 = \Delta m_{32}^2 \overset{\text{НИ}}{\pm} \overset{\text{ОИ}}{\cos^2 \theta_{12}} \Delta m_{21}^2. \quad (2.4)$$

Таким образом, результат измерения угла параметров смешивания в экспериментах со средней базой не зависит от выбора приближения вероятности осцилляций, а значение Δm_{ee}^2 может быть пересчитано в Δm_{32}^2 и обратно в предположении определённой иерархии простой сдвижкой на $\cos^2 \theta_{12} \Delta m_{21}^2 \approx 5.24 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}^2$. Далее по тексту утверждения об измерении Δm_{ee}^2 и Δm_{32}^2 будут считаться эквивалентными.

Формулы (2.1) и (2.2) являются основными формулами для вероятности перехода, используемыми для анализа данных эксперимента Daya Bay. Следует также отметить, что данные формулы получены в предположении унитарности матрицы ПМНС для трёхнейтринного смешивания. Аргумент синуса в них может быть переписан в размерном

виде, удобном для вычислений:

$$\Delta m^2 \frac{L}{4E} = 1267 \frac{\Delta m^2}{\text{эВ}^2} \frac{L}{\text{км}} \frac{\text{МэВ}}{E} \quad (2.5)$$

Полная вероятность выживания реакторных антинейтрино в зависимости от расстояния между реактором и детектором, учитывающая форму спектра реакторных антинейтрино и сечение ОБР представлена на рисунке 2.2.

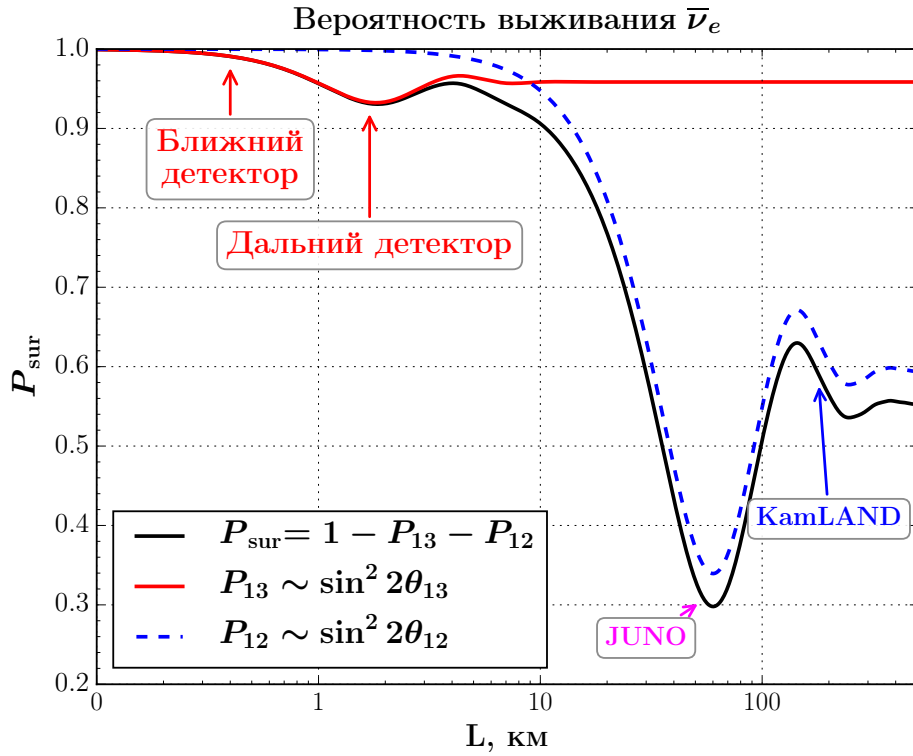


Рис. 2.2. Интегральная вероятность выживания реакторных электронных антинейтрино в зависимости от расстояния между реактором и детектором. Цветом отмечены вклады, соответствующие разным слагаемым вероятности (2.2). Используется значение $\sin^2 2\theta_{13} = 0.083$.

Как видно из рисунка 2.2, максимум вероятности исчезновения и, соответственно, минимум вероятности выживания приходится на расстоянии примерно 2 км, определяемое величиной Δm_{ee}^2 . При этом вклад члена, связанного с Δm_{21}^2 на этом расстоянии очень мал, а вероятность выживания практически полностью определяется величиной $\sin^2 2\theta_{13}$, называемой также амплитудой осцилляций. Другими словами, измерение недостатка потока антинейтрино на расстоянии 2 км относительно потока антинейтрино вблизи реактора позволяет практически напрямую получить искомый угол смешивания θ_{13} .

Выражения (2.1) и (2.2) не чувствительны к значению фазы нарушения CP-инвариантности, а эффект МСВ не даёт существенного вклада на расстояниях порядка несколь-

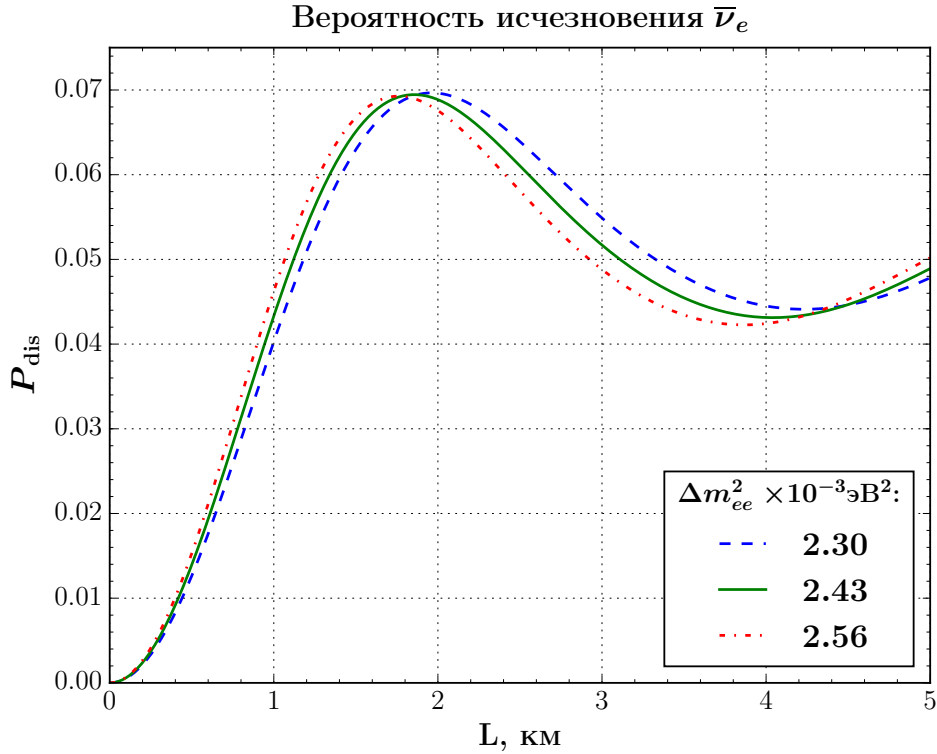


Рис. 2.3. Интегральная вероятность выживания реакторных электронных антинейтрино в зависимости от расстояния между реактором и детектором для разных значений Δm_{ee}^2 в пределах неопределённости. Используется значение $\sin^2 2\theta_{13} = 0.083$.

ких километров [107]. Иерархия масс нейтрино, как и различие между Δm_{32}^2 и Δm_{31}^2 также не вносит заметного вклада. Таким образом, вероятность выживания реакторных электронных нейтрино на расстоянии меньше 5 км зависит в первом приближении от двух параметров: $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{ee}^2 .

Зависимость положения максимума вероятности исчезновения реакторных антинейтрино от значения Δm_{ee}^2 в пределах одного стандартного отклонения представлена на рисунке 2.3. Видно, что положение максимума является довольно стабильной величиной и при расположении детектора на расстоянии около 1.8 км разброс значений Δm_{ee}^2 не будет оказывать заметного влияния на чувствительность эксперимента к θ_{13} .

2.2.3. Наблюдаемый сигнал

Схематическое изображение детектирования нейтрино через ОБР в жидком сцинтиляторе с добавлением гадолиния и без добавления представлен на рисунке 2.4. В нулевом

приближении по обратной массе нуклона³ энергия позитрона в реакции ОБР равна энергии нейтрино за вычетом 1.29 МэВ. При детектировании в сцинтилляторе, позитрон теряет всю кинетическую энергию на возбуждение сцинтиллятора и аннигилирует с электроном из среды, рождая два гамма-кванта, которые всю энергию тратят на ионизацию. Таким образом, полная энергия, наблюдаемая детектором, складывается из полной энергии позитрона и массы электрона:

$$E_{\text{vis}} = E_e + m_e \approx E_\nu - \Delta + m_e = E_\nu - 0.78 \text{ МэВ}. \quad (2.6)$$

Следовательно, спектр наблюдаемой энергии в общем повторяет спектр, представленный на рисунке 2.1, но сдвинутый в область более низких энергий и порогом около 1 МэВ. Данная иллюстрация, однако, не учитывает поправки, связанные с отдачей нуклона, нелинейностью отклика сцинтиллятора и пр.

Нейтрон, рождённый в реакции ОБР, обладает относительно малой кинетической энергией, порядка десятков кэВ, довольно быстро термализуется и захватывается либо на гадолинии (nGd), либо на водороде (nH). При захвате нейтрона на водороде, рождается дейтерий, который излучает гамма-квант с энергией 2.2 МэВ. Натуральный гадолиний состоит из изотопов с атомными массами 154–158 и 160. Однако, наиболее важными являются изотопы ^{155}Gd и ^{157}Gd с распространённостями в природе 14.8 % и 15.65 % соответственно. Они обладают огромными сечениями захвата тепловых нейтронов: 60.9 кбн и 254 кбн [93]. При наличии достаточного количества гадолиния, доля захваченных им нейтронов будет значительно выше, чем у водорода. При релаксации после захвата нейтрона, ядро гадолиния ^{155}Gd (^{157}Gd) испустит несколько гамма-лучей с суммарной энергией 8.53 МэВ (7.94 МэВ).

Таким образом сигнатура события ОБР состоит из двух сигналов: мгновенного⁴ сигнала от позитрона с энергией от 1 МэВ до 10 МэВ и запаздывающего⁴ сигнала с энергией порядка 8 МэВ, разделённых интервалом времени порядка десятков микросекунд.

³см. раздел 1.4.

⁴вариант перевода „мгновенный (запаздывающий) сигнал“ для „prompt (delayed) signal“ выбран по аналогии с переводом „prompt (delayed) neutron“ из ядерной физики.

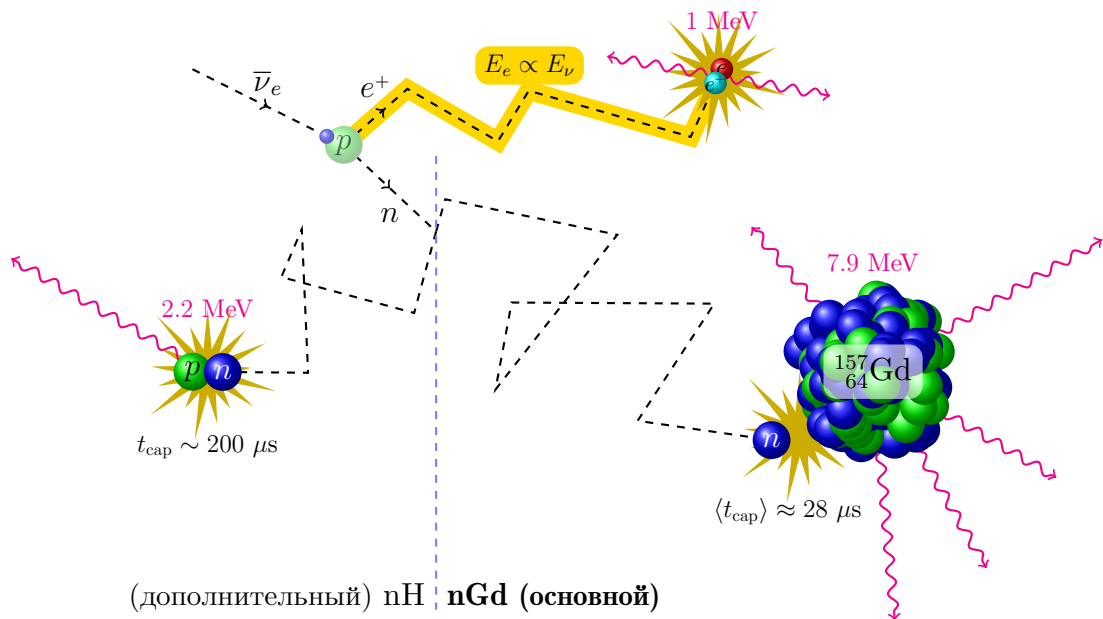


Рис. 2.4. Схематическое изображение процесса детектирования реакторных электронных антинейтрино через процесс ОБР в жидком сцинтилляторе с последующим захватом нейтрона на гадолинии ($n\text{Gd}$) или на водороде ($n\text{H}$). Отмечены времена захвата нейтронов. Отмечена суммарная энергия испущенных гамма-квантов при аннигиляции позитрона и электрона, а также после захвата нейтрона.

2.3. Экспериментальная установка

2.3.1. Комплекс атомных электростанций Дая Бей

Комплекс атомных электростанций состоит из трёх АЭС: Дая Бей, Лин Ао и Лин Ао II, принадлежащих компании China General Nuclear Power Group⁵ (CGN) [169].

Развитие атомной энергетики на полуострове Дяпенг началось в 1987 году строительством первой в Китае АЭС Дая Бей. АЭС содержит два водо-водяных ядерных реактора М310, основанных на французских реакторах СР0–СР2, электрической мощностью 984 МВт каждый [170]. Оба реактора станции были закончены с перерывом в несколько месяцев в 1994 году.

Реакторы второй АЭС, Лин Ао (фаза I), были запущены в 2002 и 2003 годах и представляют собой модификации реакторов М310, электрической мощностью 990 МВт каждый.

АЭС Лин Ао II была введена в эксплуатацию в 2010–2011 годах. На этой станции были установлены новые реакторы CPR-1000, электрической мощностью 1080 МВт каждый. Основанные на усовершенствованной технологии М310, и, как и предыдущие реакторы, рассчитаны на эксплуатацию в течение 40–60 лет.

Все 6 реакторов АЭС Дая Бей, Лин Ао и Лин Ао II при полной загрузке выделяют по 2.9 ГВт тепловой энергии, то есть, суммарно, 17.4 ГВт.

Схематически расположение электростанций показано на рисунке 2.5.

2.3.2. Конфигурация эксперимента

В эксперименте Daya Bay используются восемь идентичных трёх-зонных антинейтринных детекторов [21; 107], дизайн которых является развитием детектора Негг Ауге из первого нейтринного эксперимента Райнеса и Коуэна. Схема детектора представлена на рисунке 2.6.

Детекторы расположены в трёх подземных помещениях, находящихся на различных расстояниях от АЭС: первая экспериментальная площадка ЕН1 (Daya Bay) расположена недалеко от АЭС Дая Бей, вторая экспериментальная площадка ЕН2 (Ling Ao) расположена недалеко от электростанций Лин Ао и Лин Ао II. Площадки ЕН1 и ЕН2 также называются ближними, так как находятся на небольшом расстоянии от АЭС и предназначены

⁵до мая 2013 года компания называлась China Guangdong Nuclear Power Group.

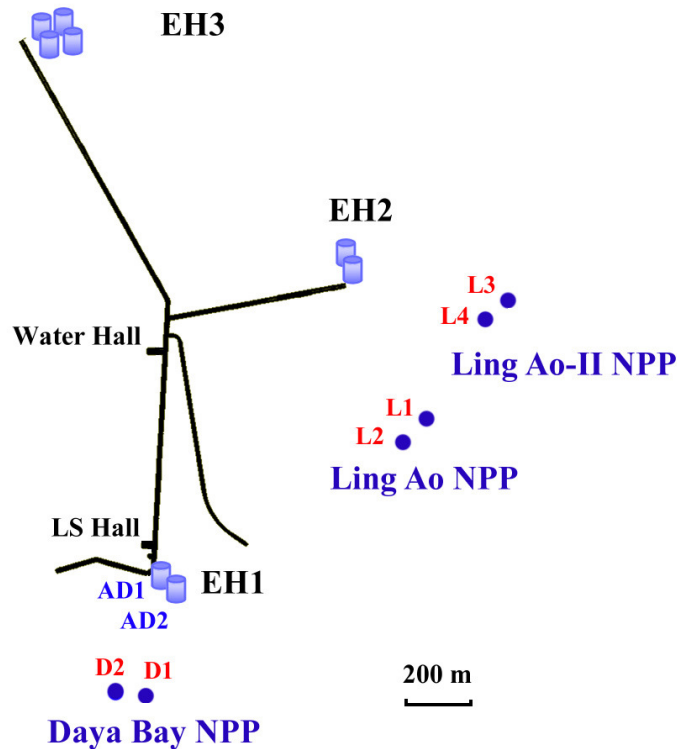


Рис. 2.5. Схема расположения реакторов и детекторов в эксперименте Daya Bay.

в первую очередь для измерения потока и спектра реакторных антинейтрино. Антинейтрино, взаимодействующие в ближних детекторах испытывают малое влияние эффекта нейтринных осцилляций. Третья экспериментальная площадка EN3, дальняя (Far Site), находится в среднем на расстояниях от 1.5 км до 2 км от реакторов всех АЭС. Это расстояние соответствует максимальной вероятности исчезновения реакторных антинейтрино.

На ближних площадках установлено по два детектора. На дальней площадке установлено четыре антинейтринных детектора. В связи с задержкой при производстве части акриловых контейнеров, в 2011 году эксперимент был запущен в эксплуатацию в неполной комплектации: на площадках EN2 и EN3 были установлены один и три детектора соответственно. В данной конфигурации эксперимент набирал данные до июля 2012 года, после чего был остановлен для установки двух недостающих детекторов.

Экспериментальные помещения находятся под землёй, что позволяет достичь хорошего подавления потока космогенных мюонов, а также связанного с ними фона. Средние значения расстояний между площадками и электростанциями, глубины помещений и характеристики потока мюонов приведены в таблице 2.1.

АЭС						
Площадка	Дая Бей,	Лин Ао,	Лин Ао II,	Глубина,	R_μ ,	$\langle E_\mu \rangle$,
	м	м	м	м.в.э.	$\text{с}^{-1} \text{м}^{-2}$	ГэВ
ЕН1	364	857	1307	250	1.27	57
ЕН2	1348	480	528	265	0.95	58
ЕН3	1912	1540	1548	860	0.056	137

Таблица 2.1. Средние расстояния между экспериментальными площадками и АЭС, глубина расположения помещений в метрах водного эквивалента. Поток космогенных мюонов и их средняя энергия для каждой площадки.

2.3.3. Детектор антинейтрино

Отдельный детектор антинейтрино представляет собой три вложенных концентрических цилиндра, ограничивающих три объёма.

Мишень — внутренний объём, ограниченный прозрачным акриловым цилиндром IAV⁶ высотой и диаметром 3 м, толщиной стенок 10 мм и заполненный 20-ю тоннами ЖС с добавлением гадолиния [171]. Водород, в большом количестве содержащийся в сцинтилляторе, служит мишенью для взаимодействия электронных антинейтрино. Одна тонна ЖС содержит приблизительно $7.163 \cdot 10^{28}$ атомов водорода. Содержание гадолиния в сцинтилляторе: 0.1 % от массы ЖС. Гадолиний, с одной стороны, обладает очень большим сечением захвата нейтронов, а с другой, большой энергией релаксации после захвата. Эти свойства позволяют использовать сигнал от захвата нейтрона на гадолинии в качестве метки события ОБР. Поскольку гадолиний ограничен внутренним объёмом, можно с хорошей точностью локализовать доверительный объём детектора, вплоть до геометрической поправки, связанной со смещением точки захвата нейтрона относительно вершины ОБР (см. раздел 2.6.1.2).

Улавливатель гамма-квантов (gamma-catcher) — средний объём, в котором находится цилиндр с мишенью. Объём ограничен прозрачным акриловым контейнером OAV⁷ высотой и диаметром 4 м и толщиной стенок 18 мм. Объём заполнен ЖС массой 20 тонн, по составу идентичным сцинтиллятору мишени, но без добавления гадолиния. Основное назначение

⁶IAV — inner acrylic vessel — внутренний акриловый контейнер.

⁷OAV — outer acrylic vessel — внешний акриловый контейнер детектора антинейтрино.

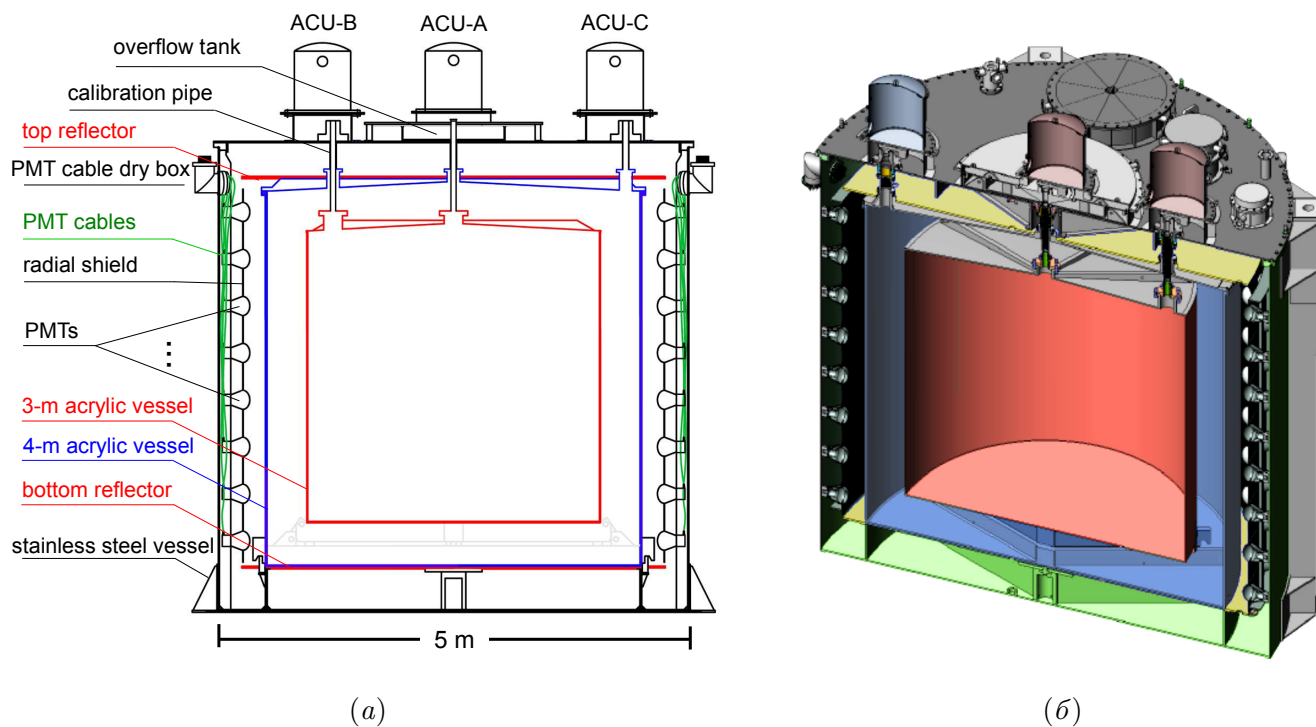


Рис. 2.6. Схематический вид антинейтринного детектора Daya Bay.

данного слоя — конверсия гамма-квантов, рождённых в мишени, в сцинтилляционный свет. Часть высокоэнергетичных гамма-квантов, рождённых при релаксации гадолиния, может пройти значительное расстояние и покинуть сцинтиллирующий объём, что может привести к недооценке выделенной энергии и, соответственно, недооценке энергии нейтрино.

Данный объём также используется в качестве мишени при альтернативном отборе событий, обозначаемом nH , в котором в качестве метки событий ОБР используется сигнал от релаксации дейтерия после захвата нейтрона водородом.

Минеральное масло — внешний объём, в котором находится улавливатель гамма-квантов с мишенью. Минеральное масло массой 37 т находится внутри цилиндра из нержавеющей стали SSV⁸. Масло обладает схожими со сцинтиллятором оптическими свойствами, но при этом не сцинтиллирует. Задача этого слоя — пассивная защита сцинтиллятора от внешнего радиоактивного фона, в частности, исходящего от стекла ФЭУ.

На вертикальной поверхности SSV расположены 192 8-и дюймовых ФЭУ Hamamatsu R5912. Задняя часть ФЭУ закрыта специальным светопоглощающим щитом, который образует цилиндр, проходящий по экватору колб ФЭУ. Поскольку ФЭУ в детекторе установлены только на вертикальных поверхностях, для достижения равномерности светосбора

⁸SSV — stainless steel vessel — контейнер из нержавеющей стали.

сверху и снизу OAV установлены два отражающих диска, диаметром 4.5 м. В среднем светосбор детектора составляет ~ 162 ф.э./МэВ.

В детекторе используется органический сцинтиллятор на основе линейного алкилбензола (LAB), с добавлением 3 г/л PPO⁹ в качестве флюоресцирующего агента и 15 мг/л bis-MSB¹⁰ для смещения спектра излучаемого света в область максимальной чувствительности ФЭУ. PPO общей массой 1.5 т был изготовлен в Харькове в качестве вклада ОИЯИ в эксперимент Daya Bay.

Весь ЖС был изготовлен партиями по 4 т. 200 т безгадолиниевого сцинтиллятора находились в одном бассейне с системой циркуляции. Гадолиниевый сцинтиллятор хранился в 5-и контейнерах по 40 т, каждый с отдельной системой циркуляции жидкости. Каждый антинейтринный детектор заполнялся параллельно из всех контейнеров, что позволило достичь хорошей идентичности химических свойств детекторов.

2.3.4. Калибровочная система

Наверху у детектора расположены три отсека с автоматическими калибровочными устройствами (АКУ/АСУ), способными опускать радиоактивные образцы в детектор и предназначенных для проведения регулярных калибровок его характеристик. Устройство содержит три элемента, каждый из которых может быть опущен в детектор независимо: светодиод и две запечатанные капсулы с радиоактивными источниками. Светодиод используется для калибровки временного отклика и однофотонного отклика ФЭУ, а также их относительной квантовой эффективности. Гамма-источник ⁶⁸Ge активностью 15 Бк, который испускает пары гамма-квантов с энергиями по 511 кэВ и используется для калибровки энергетической шкалы вблизи порога детектирования. Третий совмещённый модуль состоит из гамма-источника ⁶⁰Co и источника нейтронов ²⁴¹Am¹³C. Кобальт, имеющий активность 100 Бк, излучает по два гамма-кванта суммарной энергией 2.506 МэВ и используется для калибровки энергетической шкалы детектора. ²⁴¹Am¹³C с активностью 0.5 Бк испускает нейтроны и используется для оценки времени захвата нейтрона и относительного количества атомов H и Gd.

Как видно из рисунка 2.6а устройства АСУ-А и АСУ-В могут опускать источники в гадолиниевый сцинтиллятор, АСУ-А — по центральной оси, а АСУ-В — по оси, сдвинутой от центра на 135 см. Они используются для калибровки отклика детектора на события

⁹PPO — 2,5-дифенилоксазол, C₁₅H₁₁NO.

¹⁰bis-MSB — 1,4-бис(2-метилстирил)бензол, C₂₄H₂₂.

внутри мишени, исследования однородности отклика и эффектов потери энергии в стенках акрилового контейнера. Источники устройства ACU-C могут быть опущены в OAV по оси, сдвинутой на 177.25 см от центра в сторону, противоположную ACU-B, и используется для калибровки отклика детектора на события в улавливателе гамма-квантов.

Трубки, по которым источники калибровочных устройств опускаются в детектор, соединены с резервуарами для накопления избыточной жидкости. Резервуары оборудованы набором дублирующих друг друга датчиков измерения уровня жидкости: ёмкостный датчик, ультразвуковой датчик, фотокамера. Информация об уровне жидкостей используется для прецизионного определения массы мишени.

2.3.5. Система мюонного вето

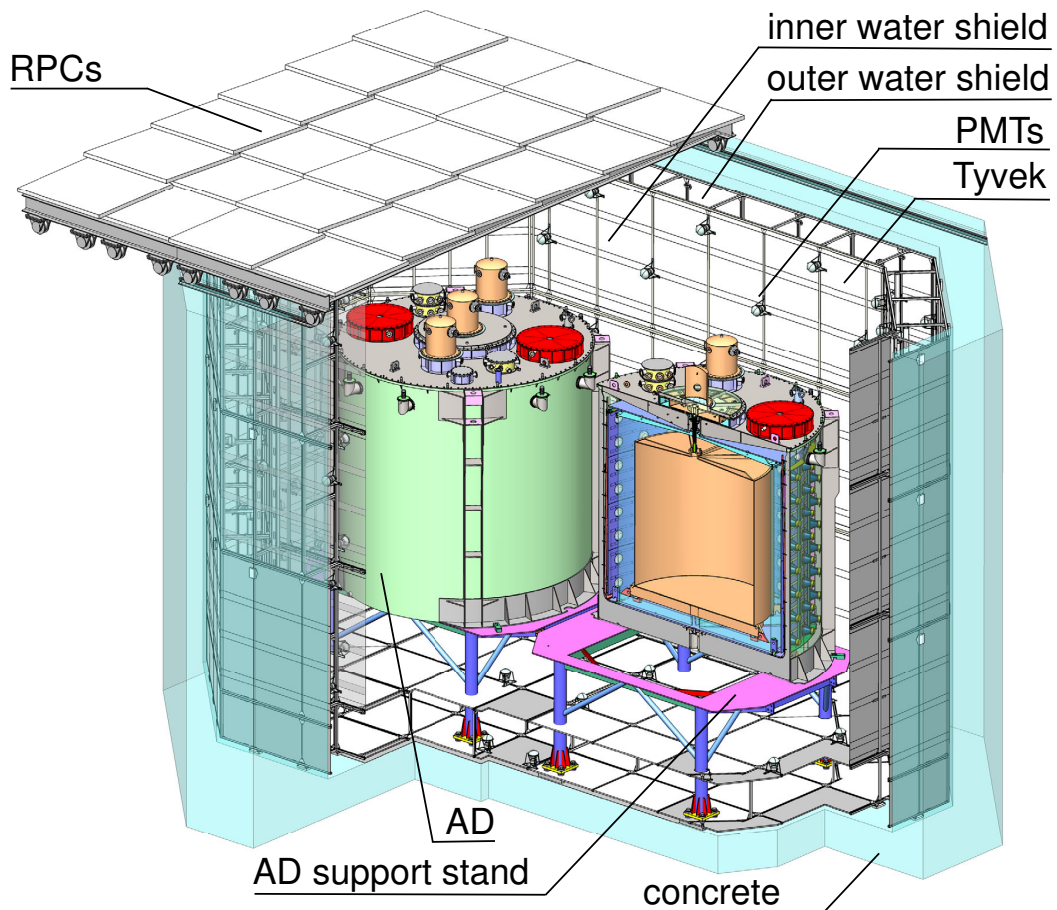


Рис. 2.7. Мюонная вето система эксперимента Daya Bay. Расположение детекторов на ближней площадке.

Детекторы каждой площадки находятся внутри бассейна [21; 24], заполненного очищенной водой (см. рисунок 2.7). Установка спроектирована таким образом, чтобы про-

пространство вокруг каждого детектора было заполнено водой по крайней мере на 2.5 м в каждом направлении. Бассейн является дополнительной пассивной защитой против естественной радиоактивности и внешнего фона. Он также используется в качестве черенковского мюонного детектора. Для этого пространство бассейна поделено на несколько оптически независимых частей при помощи отражающих панелей из тайвека¹¹. Внутренний водяной буфер IWS¹² — внутренняя область, в которой находятся сами детекторы. Внешний водяной буфер OWS¹³ — область, находящаяся между IWS и стенками всего бассейна. Во внутреннем бассейне установлены 121 (160) ФЭУ на ближних (дальних) площадках, во внешних бассейнах — 167 (224) ФЭУ.

Над бассейном установлены многослойные детекторы заряженных частиц на основе резистивных плоских камер (РПК) [24; 172], которые используются в качестве мюонного вето. Отдельный модуль РПК имеет размеры приблизительно 2 м × 2 м, состоит из четырёх слоёв отдельных РПК и позволяет реконструировать положение заряженной частицы с точностью до 8 см в плоскости X-Y. Модули расположены с частичным перекрытием, чтобы избежать потери эффективности на границе.

Комбинированное мюонное вето, включающее черенковские детекторы и РПК, обладает общей эффективностью, превышающей 99.5 %, при неопределённости < 0.25 %.

2.3.6. Триггерная система

Сигналы со всех ФЭУ детектора антинейтрино поступают на систему сбора данных, которая суммирует заряд со всех каналов, определяет каналы ФЭУ с сигналами выше порога 0.25 фотоэлектронов, а также записывает временную информацию и заряд надпороговых каналов.

Полный собранный заряд (ESum) и число надпороговых ФЭУ (NHit) используются для выработки сигнала аппаратного триггера. Триггер срабатывает, если $NHit > 45$ или $ESum \gtrsim 65$ фотоэлектронов, что соответствует энергии около 0.4 МэВ, выделенной в центре детектора [21]. Триггер срабатывает с частотой до 280 отсчётов в секунду. При срабатывании триггера, заряд каждого ФЭУ, накопленного в окне 100 нс и их временная информация сохраняется для дальнейшей обработки.

¹¹Тайвек — прочный материал, изготовленный из полиэтилена высокой плотности.

¹²IWS — inner water shield — внутренний водяной буфер.

¹³OWS — outer water shield — внешний водяной буфер.

С целью максимального уменьшения неопределённостей измерения, для отбора событий используется небольшое количество критериев отбора. Сами критерии отбора подобраны таким образом, чтобы отсекать как можно меньшую долю событий ОБР. Эффективность триггера для пороговой энергии событий ОБР, $E_{\min} = 0.7$ МэВ, практически равна 100 % при пренебрежимо малой неэффективности [21]. Сами критерии отбора подробно рассмотрены в разделе 2.6

2.4. Периоды набора данных

Эксперимент Daya Bay набирает данные с сентября 2011 года. Активность набора данных в эксперименте представлена на рисунке 2.8. С точки зрения физического анализа можно выделить следующие периоды и исследования:

- А. Сравнение детекторов.** Первый период протяжённостью *90 дней* содержит данные, набранные с 23.09.2011 по 23.12.2011 преимущественно с двух детекторов с ближней площадки ЕН1. Данные использовались для характеристики работы детекторов, исследования идентичности их отклика и оценки систематических неопределённостей. Результаты исследований опубликованы в [21].
- Б. Открытие ненулевого значения угла смешивания θ_{13} .** Для осцилляционного анализа используются только данные, набранные, когда все детекторы на всех площадках работают одновременно. Данные, набранные за *55 дней* в период с 24.12.2011 по 17.02.2012 с 6-и антинейтринных детекторов, были использованы для первого измерения значения угла смешивания θ_{13} . При помощи анализа „поток“ было показано, что угол смешивания θ_{13} отличен от нуля со статистической значимостью более 5-и стандартных отклонений. Результаты анализа, основанного на данных о числах взаимодействий в каждом детекторе, опубликованы в [16] и представлены в разделе 5.2.1.
- В. Обновление результата.** После набора дополнительной статистики и увеличения времени набора до *139 дней* (конец периода — 11.05.2012) значимость результата была увеличена до 7.7 стандартных отклонений. Обновлённый анализ с более детальным описанием опубликован в [17], а также представлен в разделе 5.2.2.
- Г. Первый спектральный анализ.** Анализ всех данных, набранных на 6-и детекторах за *217 дней* в период с 24.12.2011 по 28.07.2012 был проведён в режиме „поток+спектр“. Обновлённое значение $\sin^2 2\theta_{13}$, а также первое измерение Δm_{ee}^2 (Δm_{32}^2) в эксперименте Daya Bay были опубликованы в [22]. Кроме того, данные за этот период были использованы для дополнительных исследований. Был проведён осцилляционный анализ пН на основе событий ОБР, меченных захватом нейтрона на водороде [23], были получены ограничения параметров стерильных нейтрино [25] в области расщепления масс $10^{-3} \text{ эВ}^2 < \Delta m_{41}^2 < 10^{-1} \text{ эВ}^2$. Также были измерены спектр и поток реакторных антинейтрино [27].

Д. **Остановка детектора.** В августе 2012-го года набор данных был остановлен на два месяца для установки двух последних детекторов на площадках ЕН2 и ЕН3. В то же самое время на ближней площадке ЕН1 была проведена калибровочная кампания с целью детальной характеристики энергетической шкалы, во время которой при помощи ручной калибровочной системы в детекторы были поочерёдно установлены дополнительные радиоактивные источники ^{137}Cs , ^{54}Mn , ^{40}K , ^{241}Am , ^9Be и Pu^{13}C .

Е. **Второй спектральный анализ.** Презентация нового результата произошла в 2014 году [18; 137; 159] на основе данных, набранных в течение *621 дня*, из которых 404 дня были набраны на всех 8-и детекторах в период с 24.12.2011 по 27.11.2013. Выборка содержит в 4 раза больше данных, чем использовано для предыдущей публикации. На момент публикации результат представляет собой наиболее точное мировое измерение $\sin^2 2\theta_{13}$, а точность измерения Δm_{ee}^2 (Δm_{32}^2) сравнима с измерениями величины $\Delta m_{\mu\mu}^2$ (Δm_{32}^2) [152; 156] в ускорительных экспериментах. Результаты данного измерения представлены в разделе 5.3.

Были также проведены следующие исследования: новый анализ пН [28], новое измерение спектра и потока реакторных антинейтрино [30], получены новые ограничения на параметры стерильных нейтрино [29; 31], получены первые экспериментальные ограничения на параметры декогерентности в нейтринных осцилляциях [32].

Ж. **Третий спектральный анализ.** Данный анализ основан на данных, набранных за *1230 дней* в период с 24.12.2011 по 29.07.2015. Из них данные 1013-и дней были набраны на всех 8-и детекторах эксперимента. Были значительно улучшены систематические неопределённости. Полная статистика теперь составляет более 2.5 миллионов событий, что в два раза больше, чем в предыдущей публикации. После обновления не только $\sin^2 2\theta_{13}$, но и Δm_{ee}^2 (Δm_{32}^2), полученные в Daya Bay, являются наиболее точными измерениями данных величин. Результаты [19] впервые были опубликованы на конференции [173]. Описание нового анализа представлено в разделе 5.4.

В дальнейшем мы будем ссылаться на периоды набора данных по количеству дней, использованных для физического анализа: *55 дней* и *139 дней* для результатов, полученных в режиме „поток“ и *217 дней*, *621 день* и *1230 дней* для результатов, полученных в режиме „поток+спектр“.

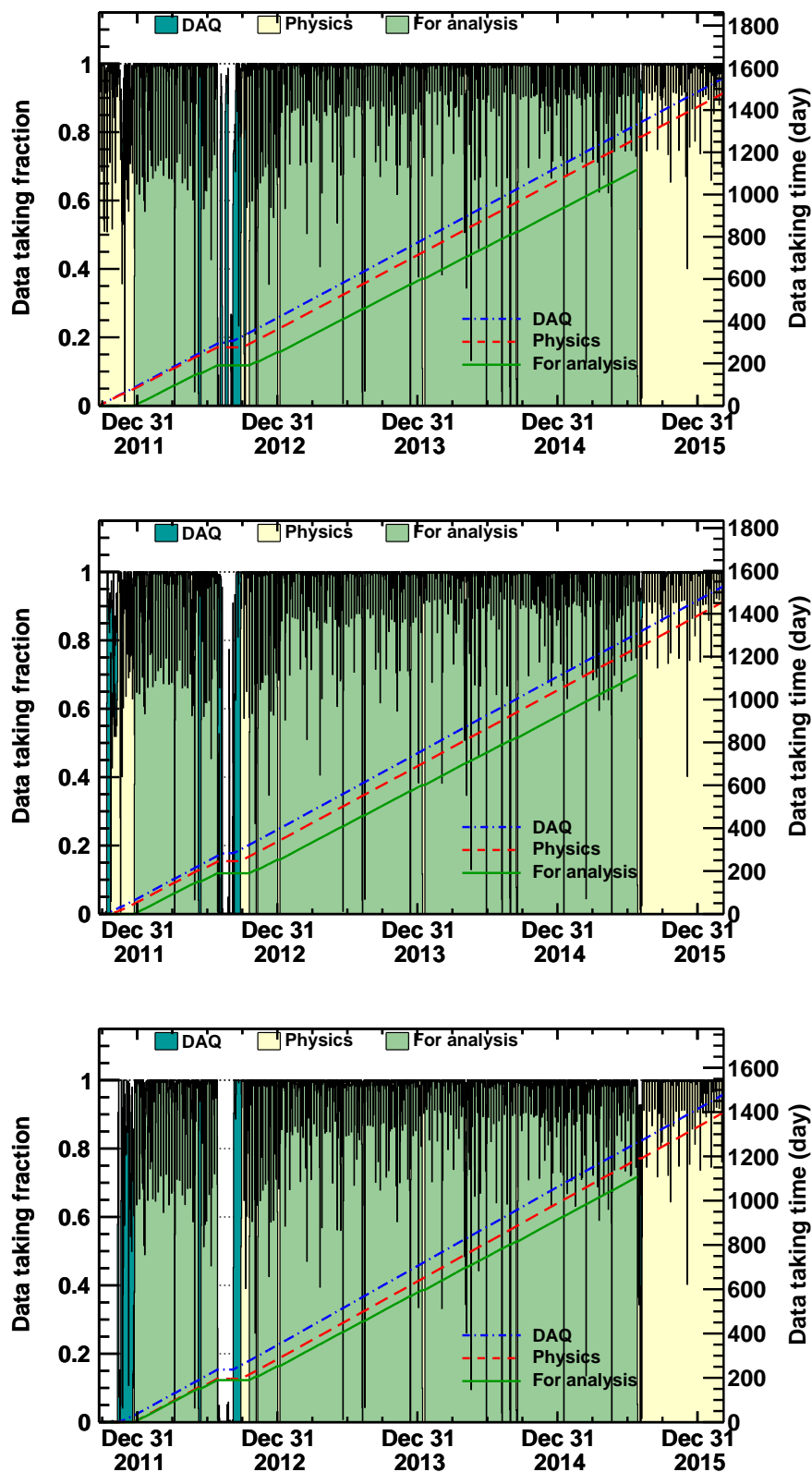


Рис. 2.8. Динамика набора данных в эксперименте Daya Bay за всё время работы эксперимента. По оси абсцисс отмечены календарные дни, по оси ординат — доля времени, в течение которого производился набор данных в каждый день, а по дополнительной оси ординат — кумулятивное время набора данных в днях.

2.5. Отбор событий и реконструкция

2.5.1. Отбор событий

Как было показано в разделе 2.2.3 сигнатура ОБР представляет собой два сигнала: мгновенный и запаздывающий, разделённые интервалом времени в среднем 28 мкс и обладающие энергиями от 1 МэВ до 10 МэВ и около 8 МэВ соответственно. Событием мы будем называть совпадение двух, а иногда и большего количества сигналов, даже если они являются причинно несвязанными.

Для отбора подобных событий используются следующие критерии [22]:

1. Исключение событий, вызванных аппаратным фоном. Исключение производится на основе топологии сигнала (см. раздел 2.5.2).
2. Допустимая реконструированная энергия мгновенного сигнала от 0.7 МэВ до 12 МэВ.
3. Допустимая реконструированная энергия запаздывающего сигнала составляет интервал от 6 МэВ до 12 МэВ.
4. Допустимое время задержки между мгновенным и запаздывающим сигналами от 1 мкс до 200 мкс.
5. Мюонное вето: отбрасываются события, когда запаздывающий сигнал происходит в окне, связанным с прохождением мюона.
 - а. За 2 мкс до и 600 мкс после мюона, вызвавшего срабатывание более 12 ФЭУ из внешнего или внутреннего водяного буфера.
 - б. За 2 мкс до и 1400 мкс после мюона, оставившего сигнал более 3000 фотоэлектронов в детекторе.
 - в. За 2 мкс до и 0.4 с после мюона, оставившего сигнал более $3 \cdot 10^5$ фотоэлектронов в детекторе.
6. Критерий множественности: отбрасываются все неоднозначные события, то есть события, в которых нет возможности однозначно выделить мгновенный и запаздывающий сигналы.
 - а. Не должно быть дополнительных событий с энергией от 0.7 МэВ до 12 МэВ в окне длительностью 400 мкс до запаздывающего сигнала.

- б. Не должно быть дополнительных событий с энергией от 6 МэВ до 12 МэВ в окне длительностью 200 мкс после запаздывающего сигнала.

2.5.2. Фон

Не только события ОБР удовлетворяют критериям отбора. В данном разделе будут рассмотрены основные источники фоновых событий эксперимента Daya Bay. Их можно разделить на две категории. Инструментальный фон, к которому относится спонтанное излучение ФЭУ, может быть с очень высокой эффективностью исключён из наблюдения при помощи специальных критериев отбора. Остальные пять источников фона невозможно отделить событие по событию. Подобные вклады учитываются интегрально, а их величина измеряется напрямую или оценивается на основе моделирования.

В данном разделе представлены описания источников фона. Соответствующие спектры приведены в разделе 3.3.5, а ожидаемые числа событий в разделе 2.4.

Спонтанное излучение ФЭУ

В процессе эксплуатации детекторов оказалось, что некоторые ФЭУ могут спонтанно излучать свет, обеспечивая этим около 5 % от всех триггеров. Как показывает съёмка, вспышка происходит из-за разряда между контактами ФЭУ. Фотоумножители, про которые известно, что они спонтанно излучают свет, называются флешерами¹⁴. Также флешерами называются события, вызванные спонтанным излучением ФЭУ. Наблюдаемая энергия событий-флешеров варьируется в очень широком диапазоне от сотен кэВ до сотен МэВ, поэтому, они могут пройти критерии отбора как мгновенного, так и запаздывающего сигнала.

События-флешеры отличаются от сцинтилляционных событий топологически. Сцинтилляционный свет направлен равномерно во все стороны, поэтому отклик детектора более или менее равномерен. Флешер во время спонтанного излучения, как правило, собирает максимальный заряд. Излучённый свет направлен в противоположную часть детектора и вызывает срабатывания ФЭУ как напротив флешера, так и в непосредственной близости.

Для идентификации событий-флешеров пространство ФЭУ делится на 4 вертикальные зоны по 6 столбцов: центром первой зоны является ФЭУ с максимальным зарядом, 3-я зона находится напротив, а зоны 2 и 4, соответственно, по бокам. Для дискриминации

¹⁴от англ. flash — вспышка

используется следующий фактор:

$$\text{FID} = \log_{10} \left[\left(\frac{1}{0.45} \frac{Q_{\max}}{Q_{\text{tot}}} \right)^2 + (\text{Quad})^2 \right], \quad (2.7)$$

где Q_{\max} — максимальный заряд, собранный одним ФЭУ, Q_{tot} — суммарный заряд, собранный детектором. Величина Quad определена как $\text{Quad} = Q_3 / (Q_2 + Q_4)$, где Q_i полный заряд i -ой зоны. Величина FID тем больше, чем большая доля заряда собрана на одном ФЭУ с максимальным сигналом и на ФЭУ, находящихся напротив него. $\text{FID} > 0$ соответствует событиям-флешерам, $\text{FID} < 0$ событиям в сцинтилляторе. Данный критерий обладает сильной дискриминационной способностью и приводит к неэффективности отбора событий ОБР всего 0.02 %.

Использование данного критерия позволяет проводить набор данных, не отключая ФЭУ-флешеры.

Случайные совпадения

Случайным совпадением называется событие, мгновенный и запаздывающий сигнал которого являются причинно независимы и случайно удовлетворяют критериям отбора ОБР. Такие события обладают достаточной, но не слишком большой энергией и случаются в интервале в 200 мкс. В большинстве случаев данный фон вызывается совпадением распадов радиоактивных элементов, находящихся в сцинтилляторе, акриловых контейнерах, стекле ФЭУ и т. д. К этим элементам относятся в первую очередь ^{238}U , ^{232}Th , ^{208}Tl , ^{40}K , ^{60}Co , ^{232}Rn и ^{85}Kr .

Оценка данного фона происходит полностью на основе данных [77]. Частота случайных событий вычисляется на основе статистической вероятности совпадения изолированных сигналов, удовлетворяющих критериям мгновенного или запаздывающего сигнала. В качестве энергетического спектра событий случайных совпадений используется измеренный спектр изолированных сигналов, удовлетворяющих критериям отбора мгновенного сигнала. Для отбора изолированных сигналов требуется, чтобы в пределах ± 200 мкс отсутствовали другие сигналы.

Для проверки данного метода используются события, набранные методом смещённого окна. Для этого используется обычный набор критериев с единственным изменением: запаздывающий сигнал ищется в окне, смещённом относительно мгновенного сигнала на время $t_{\text{off}} = 600$ мкс, достаточно большом, чтобы мгновенный и запаздывающий сигналы

были причинно не связаны. Набранные таким образом события по определению случайны, а их спектр и частота хорошо согласуются с основной оценкой.

Долгоживущие изотопы ^8He и ^9Li

Долгоживущие изотопы ^8He и ^9Li рождаются во взаимодействиях космогенных мюонов в детекторе. Из-за достаточно больших периодов полураспада 119.1 мс и 178.3 мс [174] часть изотопов способна пережить время мюонного вето.

Оба изотопа являются бета-минус распадчиками. В 50.8% (16%) случаев изотоп ^9Li (^8He) помимо электрона, который имитирует мгновенный сигнал, испускает также нейтрон, который, захватываясь на гадолинии, имитирует запаздывающий сигнал ОБР. Энергия электрона находится в пределах от нескольких кэВ до 12 МэВ с максимумом около 5 МэВ.

Число событий $^8\text{He}/^9\text{Li}$ рассчитывается на основе данных, методом подгонки амплитуды экспоненциального распределения с известными временами жизни к распределениям числа событий по времени после прохождения мюона. Спектр фона оценивается на основе моделирования цепочек распада изотопов ^8He и ^9Li [175]. Относительный вклад изотопа ^9Li в число фоновых событий от $^8\text{He}/^9\text{Li}$ оценивается в $(95 \pm 5)\%$ на основе моделирования и данных [22].

Быстрые нейтроны

Нейтроны высоких энергий или, как их ещё называют, быстрые нейтроны, могут рождаться во взаимодействиях космогенных мюонов как в детекторе, так и за его пределами. Обладая высокой энергией (десятки, сотни МэВ), такие нейтроны могут проходить расстояние в несколько метров до взаимодействия. Мюон, не проходящий через вето-систему, или не зарегистрированный, в силу её неэффективности, может породить быстрый нейтрон, который, попав в детектор, симитирует сигнал от ОБР.

Большую часть своей энергии быстрые нейтроны теряют за время порядка нескольких наносекунд на упругие взаимодействия с ядрами атомов вещества. Передавая энергию свободным протонам, быстрые нейтроны тем самым возбуждают сцинтиллятор, имитируя мгновенный сигнал. Захват на гадолинии, как и в других случаях, является запаздывающим сигналом.

Энергия, наблюдаемая в детекторе от взаимодействия быстрых нейтронов, меняется в широком диапазоне от кэВ до сотен МэВ. Быстрые нейтроны являются единственным есте-

ственным источником фона с максимальной энергией, значительно превышающей энергию антинейтрино.

Основной метод оценки вклада быстрых нейтронов в сигнал — это экстраполяция измеренного спектра с энергиями больше 10 МэВ в область более низких энергий.

При анализе данных периодов длительностью до 621 дня включительно форма спектра быстрых нейтронов предполагается плоской. В новейшем анализе данных для периода 1230 дней для параметризации формы спектра используется функция [19]:

$$f(E) = NC \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-E/E_0}, \quad (2.8)$$

где N — полное количество событий быстрых нейтронов, C — константа, нормирующая площадь под кривой $(E/E_0)^{-E/E_0}$ на единицу в области энергий от 0.7 МэВ до 12 МэВ, а E_0 — спектральный параметр. Спектральный параметр E_0 равен $67.79 \cdot (1 \pm 0.1132)$, $58.30 \cdot (1 \pm 0.0817)$ и $68.02 \cdot (1 \pm 0.0997)$ для экспериментальных площадок ЕН1, ЕН2 и ЕН3 соответственно.

Результаты оценки фона быстрых нейтронов согласуются с исследованием фона быстрых нейтронов после мюонного триггера, а также с результатами моделирования по методу Монте-Карло [17].

Фон от реакции $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$

Источником данных фоновых событий является взаимодействие альфа-частиц с ^{13}C , естественно распространённым изотопом углерода [176]:



В обычном сцинтилляторе основным источником альфа-частиц является ^{210}Po , тогда как в гадолиниевом сцинтилляторе альфа-частицы также рождаются в цепочках распада ^{238}U , ^{232}Th , ^{227}Ac , элементы которых попадают в жидкость вместе с гадолиниевой добавкой. Так как данные элементы обладают сходными с гадолинием химическими свойствами, они не могут быть удалены при очистке гадолиниевой добавки.

Мгновенный сигнал в событиях $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ складывается из сцинтилляции при прохождении альфа-частиц из распада полония и протонов отдачи после упругого рассеяния нейтронов (1–2 МэВ), неупругого рассеяния нейтронов на ^{12}C (~5 МэВ), энергии релаксации кислорода (6–7 МэВ). С учётом ионизационного гашения, наблюдаемый энергетиче-

ский спектр фона от $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ находится в диапазоне энергетического спектра ОБР от порога до ~ 10 МэВ.

Цепочки распада ^{238}U , ^{232}Th , ^{227}Ac содержат последовательные распады висмута и полония с временами полураспада полония 164.3 мкс, 0.3 мкс и 1.781 мс соответственно. Коррелированные сигналы с характерными временами задержки используются для оценки вклада каждой цепочки в поток альфа-частиц. Наблюдаемый спектр оценивается на основе моделирования цепочек распада в детекторе.

Фон от калибровочного источника ^{241}Am ^{13}C

Как было описано в разделе 2.3.4, автоматические калибровочные устройства содержат источник нейтронов ^{241}Am ^{13}C . Во время набора данных радиоактивные источники из калибровочных устройств находятся в верхней части детектора над контейнерами с избыточной жидкостью. Источник ^{241}Am ^{13}C изолирован от сцинтиллятора, излучённые им нейтроны, тем не менее, могут вызывать сигнал, аналогичный сигналу от ОБР.

Нейтроны неупруго рассеиваются на ядрах материалов детектора, испуская при этом гамма-кванты. Эти нейтроны затем могут быть захвачены на ядрах металлов детектора: железа, хрома, марганца и никеля, которые в процессе релаксации также испускают гамма-кванты. Если излучение от обоих процессов попадает в сцинтиллирующую область детектора, вызванные им сигналы могут пройти критерии отбора событий ОБР [177].

Поток и спектр данного фона рассчитывается на основе моделирования. События фона от ^{241}Am ^{13}C в пространстве детектора распределены неравномерно, в основном в его верхней части, что позволяет определить частоту их возникновения на основе данных. Летом 2012 года, на одном из детекторов был временно установлен нейтронный источник ^{241}Am ^{13}C , в 80 раз более мощный, чем обычно использующиеся в эксперименте. Результаты измерения фона от этого источника использовались для калибровки моделирования.

2.5.3. Реконструкция энергии

Энергия сигнала в детекторе реконструируется на основе полного заряда, собранного всеми ФЭУ детектора. Наблюдаемая энергия определена как [21]:

$$E_{\text{vis}} = \frac{Q_{\text{tot}}}{C}, \quad (2.10)$$

где Q_{tot} — полный заряд, а C — калибровочная константа. Основным способом определения константы C — измерение положения пика 1.333 МэВ от калибровочного источни-

ка ^{60}Co , помещённого в центр детектора. Калибровочная константа равна приблизительно 162 ф.э./МэВ и обновляется при еженедельной калибровке.

Несмотря на то, что для отбора событий не используется реконструкция вершины взаимодействия, эта информация является важной для учёта пространственной неоднородности отклика детектора. При изменении положения от центра детектора к его стенке, суммарная эффективная апертура ФЭУ увеличивается, и, соответственно, увеличивается светосбор. Вертикальная нелинейность связана с немного несимметричным положением отражающих поверхностей.

Положение вспышки реконструируется как средневзвешенное с зарядом положение всех ФЭУ с последующей поправкой на неоднородность [21]:

$$r = c_1 R_{\text{COC}} - c_2 R_{\text{COC}}^2, \quad (2.11)$$

$$z = (Z_{\text{COC}} - c_3 Z_{\text{COC}}^3)(c_4 - c_5 R_{\text{COC}}), \quad (2.12)$$

где R_{COC} и Z_{COC} — средневзвешенные цилиндрические координаты, а $(c_1 \dots c_5)$ — нелинейные коэффициенты, определяемые при помощи калибровочного источника ^{60}Co , помещённого в 5 различных точках по оси z детектора каждым калибровочным устройством. Форма поправок (2.11) и (2.12) получена эмпирическим путём на основе моделирования детектора.

Поправки на энергию, связанные с неоднородностью отклика детектора по z и r вычисляются на основе тех же калибровочных данных, что и параметры реконструкции положения:

$$E_{\text{rec}}^{Co} = \frac{E_{\text{vis}}}{C_r^{Co}(r)C_z^{Co}(z)}, \quad (2.13)$$

где $C_r^{Co}(r)$ — линейная функция, а $C_z^{Co}(z)$ — полином третьей степени. Для сцинтиллирующих объёмов суммарная поправка не превышает 10 %.

Существует дополнительный способ реконструкции энергии [21], основанный на измерении положений пиков от захвата нейтронов на гадолинии и водороде. Нейтроны в данном случае рождаются в расщеплениях ядер космогенными мюонами, а также в дочерних процессах. В отличие от калибровки при помощи ^{60}Co , которая происходит еженедельно в определённых точках детектора, мюоны проходят через детектор постоянно и равномерно. Отбор событий в окне от 20 мкс до 200 мкс после мюона даёт для ближнего детектора около 8000 нейтронов в день, распределённых равномерно в пространстве. Недостатком этого метода является разный поток и энергия мюонов на разных экспериментальных площадках. Оба метода хорошо согласуются друг с другом.

Идентичность энергетических шкал разных детекторов проверяется как при помощи регулярных калибровок, так и с использованием идентифицируемых гамма-пигов (^{40}K , ^{208}Tl); пигов от захвата нейтрона на водороде, гадолинии и углероде; а также альфа-пигов (^{212}Po , ^{214}Po и ^{215}Po). Летом 2012 года во время проведения калибровочной кампании в обоих детекторах площадки ЕН1 была проведена калибровка дополнительными источниками: ^{137}Cs , ^{54}Mn , ^{40}K , ^{241}Am , ^9Be и Pu^{13}C .

2.5.4. Эффекты энергетической шкалы

При обработке событий эксперимента используется только простая энергетическая модель, описанная в предыдущем разделе. Дополнительные эффекты, искажающие энергетический отклик детектора, учитываются в модели детектора при анализе данных. Они рассмотрены в данном разделе.

2.5.4.1. Нелинейность энергетического отклика

Зависимость отклика детектора от энергии частицы является линейной лишь приблизительно. Можно выделить два основных источника нелинейности энергетической шкалы детектора: нелинейность отклика ЖС и нелинейность отклика электроники.

Нелинейность сцинтиллятора связана с эффектами ионизационного гашения и вкладом черенковского излучения и различается для разных типов частиц. Дополнительный вклад в нелинейность сцинтиллятора даёт эффект повторного излучения поглощённого черенковского света. Для описания отклика сцинтиллятора используется полуэмпирическая модель на основе формулы Биркса с добавлением вклада от черенковского излучения. Параметры модели ограничиваются методом совместной подгонки реконструированной энергии под известную энергию моноэнергетических сигналов калибровочных и фоновых источников, а также под гамма-спектр распадов ^{12}B , рождающегося при взаимодействии космогенных мюонов.

Нелинейность электроники связана с тем, что эффективность отклика ФЭУ на вторичные фотоны ниже, что может приводить к частичной потере света из хвоста временного распределения световых выходов и к снижению общей эффективности детектирования при увеличении световых выходов. Нелинейность отклика электроники изучается на основе моделирования, а также исследованием отдельных каналов при помощи параллельного аналого-цифрового преобразователя (ПАЦП).

Объединённая модель нелинейности отклика была проверена при помощи доступных фоновых спектров: ^{214}Bi , ^{212}Bi , ^{212}Tl , спектра электронов от распадов мюонов; а также спектра комптоновских гамма-квантов в независимых лабораторных измерениях. Неопределённость абсолютной энергетической шкалы оценивается менее чем в 1 % для характерных энергий реакторных антинейтрино.

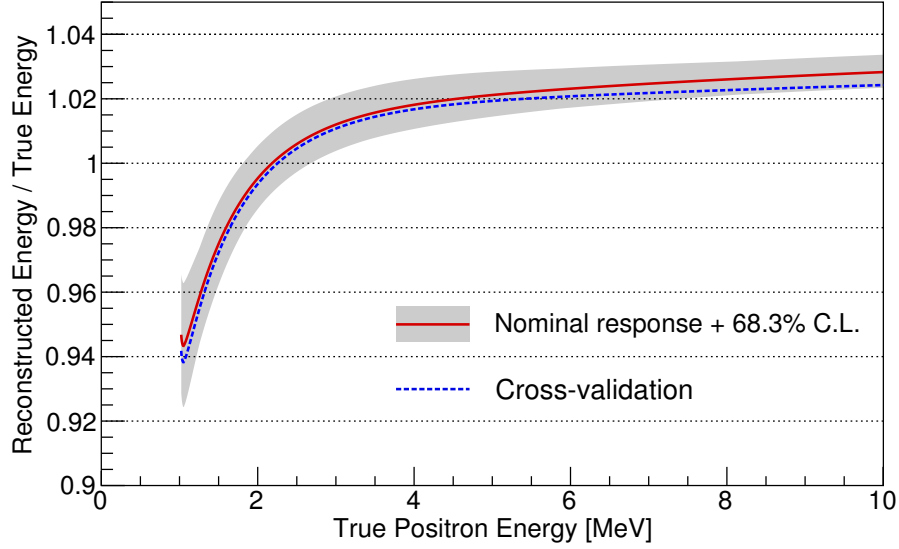


Рис. 2.9. Нелинейность энергетической шкалы детектора для позитронов и её неопределённость [18].

Энергетический отклик детектора на позитроны приведён на рисунке 2.9. Эффекты нелинейности энергетической шкалы детектора являются детерминированными и исследуются независимо от стохастических эффектов, таких как разрешение и эффект IAV, объясняющихся в следующем разделе.

Для описания отклонений энергетической шкалы от номинальной из большого количества модельных кривых, удовлетворяющих калибровочным данным в пределах 68.3%, были выбраны 4 энергетические модели f_i . Они позволяют описать вариацию энергетической модели при помощи параметризации:

$$f(E) = \delta_d \left(f_{\text{nominal}}(E) + \sum_{i=1}^4 a_i (f_i(E) - f_{\text{nominal}}(E)) \right), \quad (2.14)$$

где a_i — параметры модели. Когда все $a_i = 0$, то есть находятся в своих значениях по умолчанию, энергетическая модель совпадает с номинальной. Дополнительные модели f_i отобраны таким образом, что вариация параметров a_i с ошибкой $\sigma_{a_i} = 1$ приводит к вариации энергетической модели в области одного стандартного отклонения. Показано, что 4-х

дополнительных моделей достаточно для параметризации неопределённостей, а использование большего количества моделей f_i приводит к сильным корреляциям между параметрами a_i при анализе данных.

Неопределённости параметров a_i полностью коррелированы между детекторами. Параметры δ_d некоррелированы между детекторами и описывают относительное растяжение энергетической шкалы между отдельными детекторами d .

2.5.4.2. Потеря энергии в несцинтиллирующих материалах

Акрил — прозрачный материал, из которого изготовлены внутренние контейнеры детектора, не является сцинтиллятором. Энергия, выделенная заряженными частицами при переходе между гадолиниевым и негадолиниевым сцинтилляторами, не вызывает свечения и является невидимой для детектора. Это приводит к недооценке полной энергии событий, происходящих на границе объёмов детектора.

Этот эффект называется эффектом IAV и затрагивает примерно 13% событий ОБР. Как и эффект разрешения детектора эффект IAV является стохастическим. Он приводит к слабому смещению видимого спектра в область низких энергий и размытию его нижней границы.

Вероятность перетекания события из одного энергетического интервала в другой из-за эффекта IAV оценивается на основе моделирования независимо от эффектов разрешения энергетической шкалы [178].

2.5.4.3. Энергетическое разрешение

На энергетическое разрешение детектора влияют как свойства сцинтиллятора, так и электроники. В эксперименте Daya Bay разрешение энергетической шкалы оценивается при помощи измерения ширины отклика детектора на моноэнергетические калибровочные источники в центре. Разрешение детектора $\sigma_E/E \approx 8\%$ при энергии $E = 1$ МэВ. Зависимость разрешения от энергии аппроксимируется полуэмпирической функцией 2.15 [179]:

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{a^2 + \frac{b^2}{E} + \frac{c^2}{E^2}}, \quad (2.15)$$

где параметр $a = 0.015$ связан со вкладом пространственного и временного размера сигнала, $b = 0.087 \text{ МэВ}^{1/2}$ — со статистическими флуктуациями числа детектированных фотонов, а $c = 0.027 \text{ МэВ}$ — с темновым счётом ФЭУ и шумом усилителей сигнала.

При анализе данных периода 1230 дней используются обновлённые значения параметров разрешения [19]: $a = 0.016$, $b = 0.081 \text{ МэВ}^{1/2}$ и $c = 0.026 \text{ МэВ}$.

2.6. Систематические неопределённости

В данном разделе будут рассмотрены неопределённости параметров, используемых в анализе данных эксперимента Daya Bay. Основная часть раздела посвящена неопределёностям параметров, используемых в анализе „поток+спектр“. Информация по параметрам, используемых для анализа в режиме „поток“ отмечена особо.

Математическая интерпретация коррелированных и некоррелированных систематических неопределённостей рассмотрена в приложении А. Методика и особенности учёта статистических и систематических неопределённостей в анализе данных рассмотрена в приложении Б.

Измерение параметров осцилляций нейтрино $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 в эксперименте Daya Bay считается „относительным“ измерением, в котором сокращаются коррелированные неопределённости детектирования и реакторного спектра. При этом имеется в виду, что при анализе в качестве свободных параметров совместно с параметрами осцилляций подгоняются нормировка потока реакторных антинейтрино или нормировка и спектр реакторных антинейтрино. То, как это связано с „относительным“ измерением и сокращением коррелированных неопределённостей рассмотрено в разделах А.5 и А.4 в приложении А.

2.6.1. Неопределённости, учитываемые в анализе в режиме „поток+спектр“

В данном подразделе приведён обзор систематических неопределённостей, учитываемых в анализе данных в режиме „поток+спектр“, то есть с учётом потока и спектра антинейтрино. Сопоставление всех источников приведено в таблице 2.6 на странице 103.

2.6.1.1. Неопределённости, связанные с реактором

Сложности предсказания антинейтринных спектров от распадов продуктов деления изотопов ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu описаны в разделе 1.3. При анализе данных эксперимента Daya Bay используются антинейтринные спектры Huber+Mueller.

При использовании ограниченного антинейтринного спектра в анализе учитываются неопределённости спектров из соответствующих публикаций. Они включают в себя как ошибки, некоррелированные между отдельными интервалами энергетических спектров от различных делящихся изотопов, так и коррелированные между ними.

При использовании свободной спектральной модели, описанной в разделе 3.3.6, учитываются только некоррелированные между делящимися изотопами и энергетическими

интервалами поправки. Коррелированная часть полностью реализуется через свободные параметры модели. В качестве основы для свободной спектральной модели также используется модель Huber+Mueller.

Как было отмечено ранее, ограничение общей нормировки и формы спектра в случае относительного измерения могут привести к отклонениям в результатах. Данные отклонения подробно рассмотрены в разделе 4.4.7.

Для предсказания спектров антинейтрино от делящихся изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu учитываются неравновесные поправки из [50] (см. раздел 1.3.3.3). Неопределённость поправки 30 %, коррелированная между энергетическими интервалами и некоррелированная между реакторами и делящимися изотопами.

Основной вклад в неопределённость мощности реактора возникает из ошибки измерения скорости потока воды в охлаждающем контуре реактора. Данная неопределённость является некоррелированной между реакторами и оценивается в 0.5 % [17].

Неопределённости относительных вкладов тяжёлых изотопов ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu в полное число делений в реакторе, некоррелированные между реакторами и частично коррелированные между изотопами в одном реакторе, оцениваются на основе сравнения результатов моделирования работы ядерного реактора, проводимой на АЭС с собственным моделированием коллаборации Daya Bay. При анализе данных, набранных за период 621 день, используется приближённый метод учёта данной неопределённости, заключающийся в вариации абсолютного вклада каждого изотопа в полный поток антинейтрино от реактора. В новом анализе данных периода 1230 дней неопределённость учитывается точно, согласно формуле (3.7). Неопределённости относительных вкладов изотопов в полное число делений оцениваются в 5 % для каждого изотопа, а корреляции между вкладами [180] представлены в уравнении (2.16).

$$C_{\text{Djuric}} = \begin{pmatrix} 1.00 & -0.29 & -0.62 & -0.48 \\ -0.29 & 1.00 & 0.38 & 0.39 \\ -0.62 & 0.38 & 1.00 & 0.84 \\ -0.48 & 0.39 & 0.84 & 1.00 \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

Средняя энергия, выделяемая на один акт деления изотопов ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu в реакторе также известна с ошибкой. Для анализа „поток+спектр“ для средней энергии используются значения и неопределённости из [181]: (201.92 ± 0.46) МэВ, (205.52 ± 0.96) МэВ, (209.99 ± 0.60) МэВ и (213.60 ± 0.65) МэВ для изотопов ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu соответ-

ственно.

Неопределённость потока антинейтрино от ОЯТ оценивается в 100 % [81; 182]. В связи с небольшим вкладом нейтрино от ОЯТ в общий поток, их спектр учитывается без неопределённости. По оценкам, обсуждаемым в разделе 5.4.5, вклад неопределённости нормировки ОЯТ не превышает 1 % от полной ошибки измерения для каждого из осцилляционных параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 .

2.6.1.2. Неопределённость нормировки

Нормировка числа событий ОБР, наблюдаемых в детекторе, складывается из ряда факторов: числа атомов водорода в мишени, эффективности отбора событий, доли захватов нейтрона на гадолинии, эффектов втекания (spill-in) и вытекания (spill-out) нейтронов в/из мишени, нормировки сечения ОБР. С точки зрения оценки значений они делятся на два класса: параметры, оцениваемые на основе моделирования и параметры, оцениваемые из данных. К параметрам, оцениваемым с использованием моделирования относятся: эффективности критериев отбора мгновенной энергии, запаздывающей энергии и времени задержки, доли захвата нейтронов на гадолинии и эффектов втекания/вытекания нейтронов. Для этих параметров коррелированная неопределённость оценивается из отличия между данными и моделированием. Некоррелированные неопределённости оцениваются из асимметрии эффективностей между детекторами. Параметры, связанные с мюонным вето и критерием на множественность, время набора данных и число протонов в мишени определяются на основе калибровочных данных.

Оценки нормировок и эффективностей критериев отбора, а также их коррелированные и некоррелированные неопределённости, используемые для анализа данных периода 621 день [18] представлены в таблице 2.2. Подробное описание способов их оценки можно найти в [17; 21]. Для данных периода 1230 дней оценки тех же параметров приведены в таблице 2.3.

Главным новшеством в таблице 2.3 является значительно улучшенная некоррелированная неопределённость эффективности отбора по отложенной энергии. Кроме того, при анализе данных периода 1230 дней учитывается корреляция между параметрами относительной энергетической шкалы δ_d^u и эффективностью отбора по запаздывающей энергии. Коэффициент корреляции для каждой пары параметров „относительная эффективность“/„относительная энергетическая“ шкала оценивается как $\rho = 0.545$.

Помимо значений указанных в таблицах, в коррелированную неопределённость нормировки также даёт вклад неопределённость нормировки сечения 0.2 %.

	ε , %	Корр., %	Некорр., %
Число протонов в мишени		0.47	0.03
Исключение флэшеров	99.98	0.01	0.01
Отбор по мгновенной энергии	99.8	0.10	0.01
Отбор по запаздывающей энергии	92.7	0.97	0.12
Отбор по времени задержки	98.7	0.12	0.01
Отбор по множественности		0.02	<0.01
Доля захватов на Gd	84.2	0.95	0.1
Эффект втекания нейтронов	104.9	1.5	0.02
Время набора данных	100.0	0.002	<0.01
Суммарно	80.6	2.1	0.2

Таблица 2.2. Эффективности критериев отбора и их относительные неопределённости. Данные неопределённости и эффективности были использованы для осцилляционного анализа [22] в режиме „поток+спектр“ для данных, набранных за период 621 день.

Из таблиц 2.2 и 2.3 видно, что общая коррелированная неопределённость нормировки детектора значительно выше некоррелированной, однако, при относительном измерении коррелированная неопределённость значительно сокращается. Точно так же, абсолютное значение эффективности детектора не является критичным, так как общая нормировка является свободным параметром подгонки и определяется из данных с хорошей точностью за счёт большой статистики на ближних детекторах.

Таким образом, вклад неопределённости нормировки детектора в неопределённость результата практически полностью определяется некоррелированной ошибкой нормировки, доминантный вклад в которую связан с отбором по запаздывающей энергии и долей захватов на гадолинии.

Среди значительных изменений между коррелированными ошибками для периодов 621 день и 1230 дней следует отметить изменение неопределённостей числа протонов и эффекта втекания нейтронов. Неопределённость числа протонов в мишени 0.47 %, использованная в анализе [18], в результате нового вычисления [30] оказалась выше и равняется

	ε , %	Корр., %	Некорр., %
Число протонов в мишени		0.92	0.03
Исключение флэшеров	99.98	0.01	0.01
Отбор по мгновенной энергии	99.8	0.10	0.01
Отбор по запаздывающей энергии	92.7	0.97	0.08
Отбор по времени задержки	98.7	0.12	0.01
Отбор по множественности		0.02	0.01
Доля захватов на Gd	84.2	0.95	0.10
Эффект втекания нейтронов	104.9	1.0	0.02
Время набора данных	100.0	0.002	0.01
Суммарно	80.6	1.93	0.13

Таблица 2.3. Эффективности критериев отбора и их относительные неопределённости. Данные неопределённости и эффективности были использованы для осцилляционного анализа [19] в режиме „поток+спектр“ для данных, набранных за период 1230 дней.

0.92 %. Неопределённость втекания нейтронов улучшена в следствие хорошего согласия моделирования с новыми калибровочными данными.

Для оценки неопределённости эффективности отбора событий не-флэшеров, исследуются отличия в количестве отброшенных событий ОБР вблизи порога ($FID=0$) в разных детекторах (см. раздел 2.5.2) [17].

Некоррелированные неопределённости критериев энергетического отбора связаны с различиями энергетических шкал детекторов. Некоррелированная ошибка отбора по времени задержки вызвана различиями плотностей гадолиниевого сцинтиллятора в детекторах, и, как следствие, с различием времён захвата нейтрона.

Эффект втекания нейтронов связан с пробегом нейтрона между точками рождения и захвата. Нейтрон, родившийся в зоне с негадолиниевым сцинтиллятором, может, тем не менее, проникнуть в гадолиниевый сцинтиллятор и захватиться на ядре гадолиния, вызвав срабатывание триггера. Этот эффект приводит к появлению дополнительных событий и, соответственно, приводит к значению эффективности более 100 %. Под эффективностью в данном случае понимается отношение количества наблюдаемых событий ОБР с захватом нейтрона на гадолинии к количеству событий ОБР в гадолиниевом сцинтилляторе. Некор-

релированная ошибка на эту величину связана с различиями в плотностях и толщинах стенок внутреннего акрилового контейнера, через которые нейтрон попадает в гадолиниевый сцинтиллятор, а также в разнице времён захвата нейтронов.

Доля захвата нейтронов на гадолинии определяется как отношение количества захватов на гадолинии к полному числу нейтронов от ОБР, рождённых в гадолиниевом сцинтилляторе. Эта эффективность также учитывает нейтроны, рождённые в гадолиниевом сцинтилляторе, но в процессе рассеяния покинувшие его (эффект вытекания нейтронов).

Количество протонов в мишени определяется на основе данных о плотности и количестве гадолиниевого сцинтиллятора, залитого в детектор, а также от текущего уровня жидкости, которое зависит от состояния окружающей среды и измеряется рядом дублирующих сенсоров. Коррелированная ошибка этого параметра связана с неопределённостью отношения числа атомов водорода к числу атомов углерода в жидкости до заливания в детекторы. Некоррелированная ошибка связана с дрейфом показаний взвешивающего устройства, используемого при заполнении детектора.

Эффективность отбора, связанная с критерием на множественность отличается для каждого детектора и зависит от времени. Она определяется вероятностью того, что сигнал случайного радиоактивного фона произойдёт в одном окне с событием ОБР, которая уменьшается по мере распада короткоживущих изотопов. Данная эффективность вычисляется статистически на основе измеренной частоты изолированных одиночных сигналов от радиоактивного фона. Как коррелированная, так и некоррелированная неопределённости данного параметра связаны с оценкой среднего времени захвата нейтрона в детекторах, определяющей размер окна события.

Время вето после мюонов определяется и вычитается из времени набора данных с пренебрежительно малой ошибкой.

2.6.1.3. Неопределённости энергетической шкалы

Эффект IAV. Неопределённости параметров эффекта IAV связаны с вариацией толщины и плотности стенок внутреннего акрилового контейнера и являются некоррелированными между детекторами. Для разных периодов набора данных используются различные методы для учёта данной неопределённости.

Для периода 1230 дней неопределённость накладывается на параметр $N_d^{IAV'} = 1 \pm 0.04$, масштабирующий вклад недиагональных элементов матрицы IAV для каждого детектора.

Для предыдущего периода, длительностью 621 день, используется более простой метод: неопределённость накладывается на параметр, масштабирующий результат применения матрицы IAV. Неопределённость оцениваются в 4% для интервалов с энергией до 1.25 МэВ и в 0.1% для интервалов больших энергий. Данная неопределённость является коррелированной между энергетическими интервалами одного детектора и некоррелированной между отдельными детекторами.

Разрешение детектора. В качестве неопределённостей параметров a , b и c энергетического разрешения детектора из раздела 2.5.4.3 используется консервативная оценка в 30%, некоррелированная между параметрами и коррелированная между всеми детекторами [183].

Энергетическая шкала. Коррелированные между детекторами параметры энергетической шкалы из раздела 2.5.4.1 определены как $a_i = 0 \pm 1$. Некоррелированные между детекторами отклонения энергетической шкалы $\delta_d^u = 1$ известны с неопределённостью 0.35% для периода 621 день. Для периода 1230 дней помимо улучшенной неопределённости 0.2% учитывается также связь отклонения $\delta_d^u = 1$ с отклонением эффективности детектора с коэффициентом корреляции $\rho = 0.545$.

2.6.1.4. Неопределённости фона

Ожидаемое количество фона и его неопределённость отличаются для каждого периода набора данных, поэтому отдельные данные для каждого детектора для каждого периода приведены в таблицах 5.1–5.4.

Основным источником фона в эксперименте является фон от случайных совпадений, спектр и частота которых измеряется из данных. В анализе учитывается некоррелированная между детекторами неопределённость количества событий случайных совпадений 0.4%, определяемая статистической ошибкой.

Остальные источники фона дают заметно меньший вклад, однако, так как в оценке их параметров используется моделирование, нормировкам этих фонов приписываются консервативные ошибки.

Неопределённость нормировки спектра быстрых нейтронов 10%–17% (30%) для периодов 1230 дней (621 день) является некоррелированной между площадками.

Неопределённость нормировки спектра фона ${}^8\text{He}/{}^9\text{Li}$ оценивается в 32%–38% (30%) для периодов 1230 дней (621 день) и является некоррелированной между площадками.

Доля событий от ${}^9\text{Li}$ оценивается в $(95 \pm 5) \%$ [22].

Неопределённость нормировки фона от ${}^{241}\text{Am}$ ${}^{13}\text{C}$ оценивается в 40 %–45 % (40 %) для периодов 1230 дней (621 день) и является некоррелированной между всеми детекторами.

Неопределённость нормировки фона от ${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$ оценивается в 50 % и является некоррелированной между всеми детекторами.

Поскольку в предыдущих исследованиях было продемонстрировано, что вклад неопределённости формы спектра имеет пренебрежимо малое влияние на результат, форма спектра большинства источников фона учитывается без неопределённости. При анализе данных периода 1230 дней учитывается неопределённость параметра E_0 формы спектра быстрых нейтронов¹⁵ 8 %–11 %, некоррелированная между экспериментальными площадками.

2.6.1.5. Параметры осцилляций нейтрино

В расчётах также учитываются неопределённость осцилляционных параметров по данным PDG2014 [88] и PDG2016 [38]: $\Delta m_{21}^2 = (7.53 \pm 0.18) \cdot 10^{-5} \text{ эВ}^2$ и $\sin^2 2\theta_{12} = 0.846 \pm 0.021$. За интересующий нас период времени оценки данных параметров не изменились.

2.6.1.6. Выводы

Таким образом, в анализе „поток+спектр“ в общей сложности учитываются неопределённости 237-и (234) параметров для периода 1230 дней (621 день). Сводная информация по параметрам представлена в таблице 2.6 на странице 103.

2.6.2. Неопределённости, учитываемые в анализе в режиме „поток“

2.6.2.1. Неопределённости, связанные с реактором

В таблице 2.4 приведены неопределённости полного потока реакторных антинейтрино, коррелированные и некоррелированные между отдельными реакторами [16].

На результат относительного измерения оказывают влияние преимущественно некоррелированная между реакторами неопределённость, равная 0.8 %.

Коррелированные		Некоррелированные	
	%		%
Энергия/деление	0.2	Тепловая мощность	0.5
Кол-во реакций ОБР/деление	3	Относительный вклад в число распадов	0.6
		ОЯТ	0.3
Суммарно	3	Суммарно	0.8

Таблица 2.4. Вклад неопределённостей, связанных с реакторами, в неопределённости полного потока антинейтрино. Данные значения были использованы для осцилляционного анализа в режиме „поток“.

2.6.2.2. Неопределённости нормировки детекторов

Неопределённости, связанные с эффективностью детектора и используемые в осцилляционном анализе „поток“, представлены в таблице 2.5.

2.6.2.3. Неопределённости фона

Относительные неопределённости вклада различных источников фона представлены в таблицах 5.1 и 5.2 на страницах 167 и 170 соответственно. В отличие от анализа „поток+спектр“, все источники фона, кроме $^{241}\text{Am}^{13}\text{C}$ считаются некоррелированными между всеми детекторами. Неопределённость фона от $^{241}\text{Am}^{13}\text{C}$, наоборот, считается общей для всех детекторов, так как вызвана наличием одинаковых автоматических калибровочных устройств.

2.6.2.4. Выводы

Таким образом для осцилляционного анализа в режиме „поток“ учитываются неопределённости 37-и параметров: 6 нормировок потоков от 6-и реакторов, эффективности 6-и детекторов, нормировки 4-х источников фона в каждом детекторе и общая нормировка фона от автоматических калибровочных устройств.

¹⁵см. выражение (2.8) на странице 86.

	ε , %	Корр., %	Некорр., %
Число протонов в мишени		0.47	0.03
Исключение флэшеров	99.98	0.01	0.01
Отбор по мгновенной энергии	99.88	0.10	0.01
Отбор по запаздывающей энергии	90.9	0.6	0.12
Отбор по времени задержки	98.6	0.12	0.01
Отбор по множественности		0.02	<0.01
Доля захватов на Gd	83.8	0.8	<0.1
Эффект втекания нейтронов	105.0	1.5	0.02
Время набора данных	100.0	0.002	<0.01
Суммарно	78.8	1.9	0.2

Таблица 2.5. Эффективности критериев отбора и их неопределённости. Данные неопределённости и эффективности были использованы для осцилляционного анализа [16; 17] в режиме „поток“ для данных, набранных за периоды 55 дней и 139 дней.

	Параметры	Кол-во.	Некорр.	Ошибка	Источник	Комментарий
Свободн.	Параметры осцилляций (реакт.)	2	П			
	Параметры спектра антинейтрино	15	П			
Реактор	Параметры осцилляций (сол.)	2	П		PDG2015, [184]	(мал.)
	Тепловая мощность	6	Р	0.5%	АЭС	
	Доля распадов	6×4	РИ*	5%	АЭС, [180]	
	Средняя энергия деления	4	И	0.12% – 0.25%	[185]	
	Неравновесный вклад	6×3	РИ	30%	[50]	
	Вклад ОЯТ	6	Р	50%	[80]	
	Спектры $\bar{\nu}_e$	4×28	ИЭ	2% – 30%	[47; 50]	
Детектор	Относительная эффективность	8	Д	0.13%	[186–188]	отн. шкала.*
	Относительная энергетическая шкала	8	Д	0.2%	[186]	отн. эфф.*
	Нелинейность энергетической шкалы	4	П	<1%	[189]	
	Энергетическое разрешение	3	П	30%	[183]	(мал.)
	Поправка IAV	8	Д	4%	[178]	
Фон	Случайные совпадения	8	Д	0.4%		
	Вклад ${}^8\text{He}/{}^9\text{Li}$	3	С	32% – 38%	[186; 190]	
	Доля ${}^9\text{Li}$ в ${}^8\text{He}/{}^9\text{Li}$	1		5%	[22]	(мал.)
	Вклад быстрых нейтронов	3	С	10% – 17%	[191]	
	Форма спектра быстрых нейтронов	3	С	8% – 11%	[191]	(мал.)
	Вклад ${}^{241}\text{Am}$ ${}^{13}\text{C}$	8	Д	40% – 45%	[186; 192]	
	Вклад ${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$	8	Д	50%	[186; 193]	
	Форма спектра ${}^9\text{Li}$			нет	[175; 194]	(мал.)
	Форма спектра ${}^{241}\text{Am}$ ${}^{13}\text{C}$			нет	[177]	(мал.)
	Форма спектра ${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$			нет		(мал.)
Спектр случайных совпадений			нет		(мал.)	

Таблица 2.6. Параметры и их корреляции, учитываемые в анализе данных в ПО *dybOscar* в режиме „поток+спектр“ для периода 1230 дней. Если не приведено никаких отметок, параметры считаются полностью коррелированными. В столбце „некорр.“ указано, между какими элементами отсутствует корреляция: П для отсутствия корреляции между параметрами в группе, Р — между реакторами, И — между делящимися изотопами, Э — между энергетическими интервалами, Д — между детекторами, С — между экспериментальными площадками. Звёздочкой (*) отмечено наличие частичной корреляции, учитываемой посредством корреляционной матрицы. Отметка (мал.) означает, что данная неопределённость вносит пренебрежимо малый вклад в результаты осцилляционного анализа.

2.7. Обработка данных

Для достижения достоверного и стабильного результата, политика обработки данных в коллаборации Data Bay предусматривает следующие обязательные пункты.

Параллельный анализ. Основные исследования, в том числе все публичные результаты, использующие данные эксперимента, проводятся несколькими группами исследователей, использующих независимое программное обеспечение и собственные методы анализа данных.

Слепой анализ. Часть входных данных, используемых группами для анализа, является предварительно изменённой или скрытой от участников анализа. Изменённые данные включают в себя положения¹⁶ реакторов и детекторов, массу¹⁶ сцинтиллятора в каждом детекторе, информацию о мощности и изотопном составе реакторов.

Скрытые данные открываются только после того, как группы исследователей достигнут хорошего согласия как при анализе промежуточных данных, так и в конечном результате. Критерии согласия выбираются предварительно соответственно с ожидаемой точностью результата. Например, для последней публикации требования включали допустимые различия в наблюдаемом потоке событий ОБР не более 0.1 % для каждого детектора и отличие в результатах осцилляционного анализа не более 0.2σ для перекрёстной проверки на модельных данных.

После процедуры „открытия“ данных методика и параметры анализов считаются замороженными. Внесение изменений после открытия допускается только в случае обнаружения явных ошибок.

Данные меры позволяют перепроверять все этапы обработки данных и гарантировать надёжность публикуемых данных.

Представляемое в данной работе ПО имеет название `dybOscar`. Оно было разработано для анализа данных эксперимента в рамках независимой группы со стороны ОИЯИ. Помимо участия в основном осцилляционном анализе группа является инициатором нескольких дополнительных исследований (см. раздел 3.8).

¹⁶ Данные пункты были скрыты только при анализе первых 55-и дней набора данных.

2.8. Заключение ко второй главе

В данной главе приведено описание физики нейтринных осцилляций в применении к экспериментам с реакторными антинейтрино со средней базой и описан наблюдаемый в подобных экспериментах сигнал.

Приведено описание АЭС Дая Бей, Лин Ао и Лин Ао II, являющихся источником антинейтрино в эксперименте Daya Bay. Дано подробное описание эксперимента и используемых в нём детекторов. Показано, что эксперимент удовлетворяет необходимым требованиям для измерения угла смешивания нейтрино θ_{13} .

Описаны используемые методы реконструкции сигналов и критерии отбора событий, основные источники фоновых событий. Подробно рассмотрены источники систематических неопределённостей. Показано, что для осцилляционных экспериментов с несколькими идентичными детекторами коррелированные систематические неопределённости в значительной степени подавляются. Приведены значения систематических неопределённостей, учитываемых в осцилляционном анализе данных с целью измерения угла смешивания θ_{13} и расщепления масс Δm_{32}^2 .

В общих чертах описаны основные периоды набора данных эксперимента Daya Bay и политика их обработки.

3. Программное обеспечение для анализа данных эксперимента Daya Bay

3.1. Введение

В главе представлено описание ПО `dubOscar`, разработанного автором данной работы при участии коллег Дмитрия Наумова и Вея Вана. Помимо общего описания, подробно представлен процесс вычисления предсказания спектра антинейтрино, наблюдаемого в эксперименте Daya Bay, описаны технические особенности и оптимизации, позволившие в значительной степени упростить и ускорить процесс анализа. Для отражения личного вклада в разработку в общих чертах в отдельном разделе описана история развития ПО `dubOscar` и исследования, в котором оно используется.

3.2. dybOscar — ПО для анализа данных эксперимента Daya Bay

Для анализа данных эксперимента Daya Bay Дубненской группой¹ коллаборации было разработано ПО dybOscar. Основные возможности ПО включают:

- Предсказание наблюдаемого спектра событий в сцинтилляторных экспериментах с реакторными электронными антинейтрино. В частности, предсказание наблюдаемых спектров в эксперименте Daya Bay.
- Возможность переключения между различными приближениями вероятности осциллирующих нейтрино.
- Использование различных параметризаций спектров реакторных антинейтрино.
- Учёт эффектов детектора.
- Предсказание спектров фоновых событий.
- Выполнение вспомогательных вычислений, таких как учёт систематических неопределённостей модельных параметров, вычисление матрицы производных и ковариационной матрицы для многомерных векторов.
- Нахождение наилучших значений параметров методом минимизации, определение доверительных интервалов.
- Возможность использования различных функций для задачи минимизации: функция хи-квадрат со штрафными членами и/или ковариационной матрицей, эстиматор максимума правдоподобия.

ПО dybOscar используется для ряда различных исследований, предполагающих большое количество вычислений. Поэтому при его разработке особое внимание уделено оптимизации вычислений. Важной особенностью также является модульность, то есть возможность заменить большую часть компонентов вычислений для учёта различных моделей осциллирующих нейтрино, нейтринных спектров и пр.

ПО написано на языках программирования C++ и Python с использованием библиотек ROOT [195] (хранение данных, численные методы), SciPy/NumPy [196] (численные

¹при участии Веза Вана, подробности в разделе 3.7

методы) и Matplotlib [197] (графическое оформление). Для задач оптимизации используется MINUIT [198]. C++ используется как основной язык для программирования низкоуровневых вычислений. При помощи Python производится конфигурация, управление, описываются вспомогательные функции, не требующие больших временных затрат, а также производится графическое оформление результатов.

Схема получения предсказаний для эксперимента Daya Bay будет подробно рассмотрена в разделе 3.3. В данном разделе мы рассмотрим некоторые особенности ПО dybOscar.

3.2.1. Виртуализация модельных параметров

Как показано в разделе 2.6, в осцилляционном анализе данных эксперимента Daya Bay необходимо учитывать неопределённости порядка 500 отдельных параметров. Для работы с большим числом варьируемых параметров, как свободных, так и ограниченных разработана библиотека виртуализации параметров `Parameters`. Каждая переменная или набор переменных представлены экземпляром класса, наследующего от класса `VParameter`, который может реализовывать как одномерные, так и многомерные параметры. Класс `VParameter` обеспечивает единый интерфейс для работы с разнообразными переменными и позволяет:

- варьировать абсолютное значение переменных;
- варьировать относительные значения переменных с учётом её среднего значения и неопределённости;
- работать с набором частично коррелированных переменных с заданной ковариационной/корреляционной матрицей;
- хранить историю изменений значений и неопределённостей переменных с возможностью восстановления предыдущих значений.

3.2.2. Вычисление ковариационных матриц

Подход, реализованный в dybOscar позволяет переходить от любого набора зависимых параметров η , со средними значениями η_0 и матрицей ошибок V_η к набору нормированных независимых переменных z . В приложении Б подробно объяснена связь между данными наборами переменных и описан используемый математический аппарат.

Для вычисления ковариационных матриц используется линейное приближение:

$$[V_{\text{сист.}}(\theta)]_{km} = \sum_i \frac{d\mu_k(\theta)}{dz_i} \frac{d\mu_m(\theta)}{dz_i}, \quad (3.1)$$

где $\mu(\theta)$ — вектор, описывающий наблюдаемый спектр, а θ — неизвестные модельные параметры. Причины выбора данного приближения обоснованы в приложении Б.4 и продемонстрированы в разделе 4.4.

В ПО `dubOscar` реализован функционал для численного вычисления производных от предсказания μ по параметрам типа `VParameter`, необходимый для расчёта выражения (3.1). Для вычисления производных по умолчанию используется четырёх-точечный метод конечных разностей с возможностью увеличения/уменьшения точности.

Кроме того, предусмотрен способ более точного вычисления ковариационной матрицы методом интегрирования с плотностью вероятности:

$$[V_{\text{сист.}}(\theta)]_{km} = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} (\mu_k(\theta, z) - \langle \mu_k(\theta, z') \rangle_{z'}) (\mu_m(\theta, z) - \langle \mu_m(\theta, z') \rangle_{z'}) \times \\ \times f(z) dz_1 dz_2 \dots dz_N, \quad (3.2)$$

где $f(z)$ — нормальная плотность вероятности, описывающая вероятность отклонения z от 0 с единичными дисперсиями. Для взятия многомерного интеграла (3.2) реализованы два метода: метод Гаусса-Эрмита и статистический метод Монте-Карло. Однако, в силу причин, указанных в приложении Б.4, методы интегрального расчёта ковариаций в задачах оптимизации в `dubOscar`, были использована только на стадии перепроверки.

3.2.3. Метод подгонки параметров

Для поиска значений параметров методом минимизации реализована функция хи-квадрат со штрафными членами и ковариационной матрицей:

$$\chi^2(x, \theta, \zeta) = (x - \mu(\theta, \zeta, \eta_0))^T V^{-1} (x - \mu(\theta, \zeta, \eta_0)) + (\zeta - \zeta_0)^T V_\zeta^{-1} (\zeta - \zeta_0), \quad (3.3)$$

где x — это наблюдаемый спектр, μ — предсказание модели, θ — неизвестные параметры, η и ζ — параметры, известные с неопределённостями, $V = V(\theta, \zeta)$ — ковариационная матрица со статистической и систематической частью (см. выражение (Б.8)), причём в систематическую часть входят только переменные η :

$$V(\theta, \zeta) = V_{\text{стат.}} + D_\eta V_\eta D_\eta^T. \quad (3.4)$$

V_η и V_ζ — ковариационные матрицы параметров η и ζ , V_{stat} — это матрица статистических ошибок, а D_η — матрица производных предсказания μ по переменным η , определённая аналогично (Б.6).

Вывод и подробное описание формул (3.3) и (3.4) рассмотрены в приложении Б. Параметр, известный с ошибкой, попадает в группу параметров η , в случае если его неопределённость мала и зависимость предсказания от него может быть приближена линейной функцией. В противном случае, параметр учитывается в группе ζ посредством штрафных членов. Система работы с переменными позволяет гибким образом менять конфигурацию задачи минимизации и определять к какой группе η или ζ принадлежит переменная.

В процессе поиска минимума ковариационная матрица рассчитывается перед минимизацией и остаётся фиксированной. В качестве альтернативы для задачи оптимизации также реализован эстиматор максимума правдоподобия (Б.21) с ковариационной матрицей, зависящей от параметров минимизации.

Так как матрица ошибок в процессе подгонки остаётся фиксированной, производится несколько циклов минимизации. После первой подгонки с ковариационной матрицей, посчитанной для номинальных значений параметров, производится повторный расчёт ковариационной матрицы для оптимальных значений параметров, полученных на текущем шаге. После обновления ковариационной матрицы производится повторная подгонка, обновление ковариационной матрицы и так далее. На каждом шаге рассчитывается относительное смещение параметров, минимизирующих функцию хи-квадрат (3.3).

$$\delta_i^2 = \sum_j \frac{(\vartheta_j^i - \vartheta_j^{i-1})^2}{(\sigma_j^i)^2}, \quad (3.5)$$

где ϑ^i — это вектор параметров $\{\theta, \zeta\}$, минимизирующих функцию хи-квадрат на i -ом шаге, а σ^i — вектор его ошибок. Итерационная подгонка останавливается, когда относительное смещение оптимальных параметров становится достаточно малым: $\delta_i < 10^{-3}$.

3.3. Предсказание наблюдаемого спектра

В данном разделе приведены вычисления и формулы, используемые для предсказания потока реакторных антинейтрино в эксперименте Daya Bay. Для того, чтобы не перегружать формулы дополнительными обозначениями, принято следующее правило использования индексов: индексы проименованы и несут семантическую нагрузку. Выделены следующие индексы: **(i)**sotope, **(r)**eactor, **(d)**etector, **(s)**ite обозначающие соответственно делящийся изотоп, реактор, детектор и экспериментальную площадку, **(t)**ime для порядкового обозначения дня набора данных и **(b)**ackground для нумерования источников фона. Для обозначения энергетических интервалов используются индексы **(j)** и **(k)**, причём при преобразованиях индекс **(j)** используется для объектов до преобразования, индекс **(k)** для преобразованных объектов. Для компонент выражения вероятности выживания используется индекс **(c)**omponent. Также используется глобальный индекс **(g)**lobal, уникально нумерующий энергетические интервалы во всех детекторах: каждой паре индексов dj соответствует уникальный индекс g . Для нумерации параметров используется индекс **(p)**arameter. Для весовых коэффициентов и опорных точек квадратуры Гаусса-Лагранжа используется индекс **(w)**eight и **(v)**.

Таким образом, роль индекса определяется его „названием“, а порядок, в котором индексы указаны не важен. Одна и та же переменная, указанная с разными наборами индексов имеет разный физический смысл. Например, $\langle e \rangle_i$ — средняя энергия, выделяемая при делении изотопа i (распаде дочерних изотопов и т.д.), а $\langle e \rangle_{rt}$ — средняя энергия, выделяемая при делении изотопа в реакторе r в день t . Во избежание неопределённости, смысл переменных будет объяснён в тексте.

Индексы, которые заданы в левой части уравнения, в правой части будут указаны сверху. Индексы, определённые только в правой части, по которым, как правило, происходит суммирование, указаны снизу. В связи с необходимостью „поднимать“ и „опускать“ индексы, текстовые идентификаторы, такие как **fission**, **vis** и другие, перемещаются соответственно.

3.3.1. Спектр реакторных антинейтрино

Информация, передаваемая в коллаборацию со стороны АЭС, содержит ежедневную сводку о производительности всех реакторов комплекса: средняя тепловая мощность W_{rt} , выделяемая реактором r в день t , полученная непосредственным измерением, а также

относительный вклад f_{ti} делящегося изотопа i в полное число делений в реакторе в день t .

При известной средней энергии $\langle e \rangle_i$ [181; 185], выделяемой на один акт деления делящегося изотопа, принимая во внимание, что средняя энергия деления в реакторе r в день t определяется как $\langle e \rangle_{rt} = \sum_i f_i^{rt} \langle e \rangle_i$, количество делений в секунду R_{rt}^{fission} в реакторе r в день t может быть определено следующим образом:

$$R_{rt}^{\text{fission}} = \frac{W^{rt}}{\sum_i f_i^{rt} \langle e \rangle_i}. \quad (3.6)$$

Тогда количество делений в секунду изотопа i в реакторе r в день t будет:

$$R_{rit}^{\text{fission}} = \frac{W^{rt} f_{rit}}{\sum_{i'} f_{i'}^{rt} \langle e \rangle_{i'}}. \quad (3.7)$$

При умножении на безразмерный относительный вклад f_{rit} в полное число делений и спектр $S_i(E_\nu)$ изотопа, имеющий размерность количества нейтрино на единицу энергии, рождённых в среднем при одном делении изотопа, выражение (3.6) даст количество нейтрино в секунду в интервале энергии антинейтрино шириной 1 МэВ. Суммарный поток нейтрино в секунду на МэВ, порождаемый реактором r в день t может быть записан следующим образом:

$$\left(\frac{dR_\nu(E_\nu)}{dE_\nu} \right)_{rt} = \frac{W^{rt}}{\sum_{i'} f_{i'}^{rt} \langle e \rangle_{i'}} \left[\sum_i f_i^{rt} S_i(E_\nu) C_i(E_\nu) \right] + F^r(E_\nu), \quad (3.8)$$

где $S_i(E_\nu)$ — спектр нейтрино от делящегося изотопа i , а $C_i(E_\nu)$ — соответствующая неравновесная поправка (см. раздел 1.3.3.3). Величина $C(E_\nu)$ определена для изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu , чьи спектры измерены экспериментально. Для изотопа ^{238}U поправка C принята равной единице. Величина $F^r(E_\nu)$ — это поток антинейтрино от ОЯТ (см. раздел 1.3.4), которое находится в специальном помещении возле каждого реактора. Вклад в поток антинейтрино от ОЯТ не зависит от текущей мощности реактора и учитывается в среднем.

Для детектора d находящегося на расстоянии L_{dr} от реактора r , наблюдаемый поток нейтрино в единице телесного угла складывается из потоков от отдельных реакторов:

$$\left(\frac{dR_\nu(E_\nu)}{dE_\nu} \right)_{dt} = \sum_r \frac{P(E_\nu, L_r^d)}{4\pi (L_r^d)^2} \left(\frac{dR_\nu(E_\nu)}{dE_\nu} \right)_r, \quad (3.9)$$

где $P(E_\nu, L_{rd})$ — вероятность выживания реакторных электронных антинейтрино (2.1), подробно рассмотренная в разделе 2.2.1.

3.3.2. Полный поток реакторных антинейтрино

Как было показано в разделе 2.3, отличие эффективности отбора событий ОБР от 100 % связано в основном с детектированием запаздывающего сигнала и не зависит от энергии мгновенного сигнала, то есть не зависит от энергии нейтрино. При этом, порог детектирования значительно ниже порога реакции ОБР. Следовательно, детектор видит все провзаимодействовавшие нейтрино с поправкой на общую эффективность, не зависящую от энергии. Таким образом, полный поток реакторных антинейтрино, взаимодействующих на одном протоне мишени детектора d в день t определяется полным интегралом от выражения (3.9):

$$R_{td}^\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} dE_\nu \left(\frac{dR_\nu(E_\nu)}{dE_\nu} \right)^{td} \int_{-1}^{+1} d \cos \theta \frac{d\sigma(E_\nu, \cos \theta)}{d \cos \theta}, \quad (3.10)$$

где θ — это угол между направлениями импульсов нейтрино и позитрона. Полное количество нейтрино, детектированное в детекторе d складывается из чисел нейтрино по дням:

$$N_d^\nu = \sum_t \varepsilon_t^d T_t^d M_t^d (R_\nu)_t^d, \quad (3.11)$$

где ε_{td} — эффективность детектора d в день t , а T_{td} — время в секундах, в течение которого детектор d набирал данные в день t . Величина M_{td} обозначает количество протонов в мишени детектора d в день t .

3.3.3. Наблюдаемый спектр антинейтрино

Как было показано в разделе 2.2.3 наблюдаемый сигнал в детекторе складывается из полной энергии позитрона и массы электрона: $E_{\text{vis}} = E_e + m_e$. Для перехода к наблюдаемому спектру, необходимо перейти от энергии нейтрино к энергии позитрона. Из точной кинематики реакции ОБР получаем:

$$E_\nu(E_e, \cos \theta) = \frac{E_e + \tilde{\Delta}}{1 - \frac{E_e}{m_p}(1 - v_e \cos \theta)}, \quad (3.12)$$

где $\tilde{\Delta} = (m_n^2 - m_p^2 - m_e^2)/2m_p$, а v_e — модуль скорости позитрона. Якобиан перехода от E_ν к E_{vis} даётся выражением:

$$\frac{dE_\nu(E_e, \cos \theta)}{dE_{\text{vis}}} = \frac{1 + \frac{E_\nu}{m_p}(1 - \frac{1}{v_e} \cos \theta)}{1 - \frac{E_e}{m_p}(1 - E_e \cos \theta)}, \quad (3.13)$$

$$E_e = E_{\text{vis}} - m_e. \quad (3.14)$$

Якобиан перехода от E_e к E_ν линеен по энергии в большей части интересующего нас энергетического интервала, за исключением области порога ОБР, что видно из рисунка 3.1.

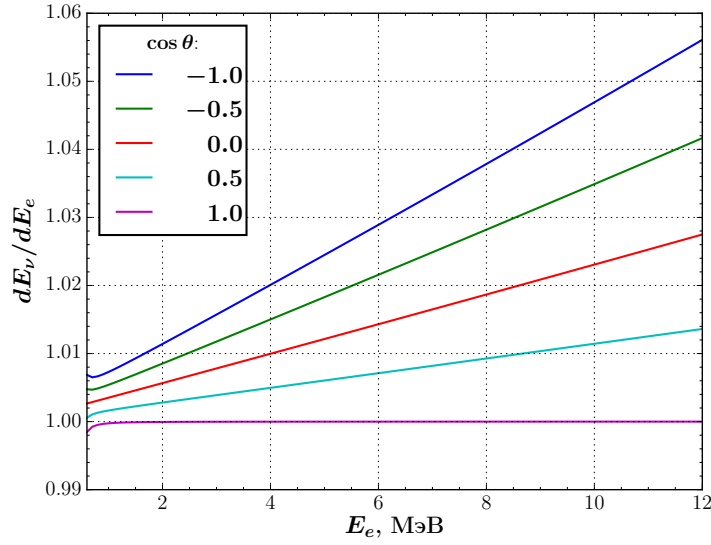


Рис. 3.1. Якобиан перехода от E_e к E_ν как функция энергии и угла вылета позитрона.

Количество нейтрино, взаимодействующих в день t за одну секунду на одном протоне мишени детектора d в интервале энергий $(E_j^{\text{vis}}, E_{j+1}^{\text{vis}})$, определяется следующим выражением:

$$R_{tdj}^\nu = \int_{-1}^{+1} d \cos \theta \int_{E_{\text{vis}}^j}^{E_{\text{vis}}^{j+1}} dE_{\text{vis}} \left(\frac{dR_\nu(E_\nu)}{dE_\nu} \right)^{td} \frac{d\sigma(E_\nu, \cos \theta)}{d \cos \theta} \frac{dE_\nu(E_{\text{vis}}, \cos \theta)}{dE_{\text{vis}}}, \quad (3.15)$$

где $E_\nu = E_\nu(E_{\text{vis}}, \cos \theta)$, определяемая выражением (3.12). Полное количество нейтрино, наблюдаемое за время набора данных в интервале энергий (E_e^j, E_e^{j+1}) в детекторе d определяется суммой по дням набора данных:

$$N_{dj}^\nu = \sum_t \tilde{T}_t^d M_t^d (R_\nu)_t^{dj}, \quad (3.16)$$

где $\tilde{T}_{td} = \varepsilon^{td} T^{td}$ — это эффективное время набора данных.

3.3.4. Учёт эффектов детектора

В случае идеального детектора с абсолютно точной реконструкцией N_{dj}^ν будет описывать ожидание среднего количества детектированных нейтрино для реальных данных. Однако, при реконструкции энергии возникает ряд эффектов, приводящих к искажению

спектра. Данные эффекты описаны в разделе 2.5.3 и учитываются посредством линейных преобразований.

Наблюдаемый спектр событий ОБР в отдельном детекторе d без учёта эффектов детектора определим как столбец N_ν^d , с элементами $(N_\nu^d)_j = (N_\nu)^{dj}$ из выражения (3.16). Наблюдаемый спектр с учётом эффектов детектора может быть представлен в следующем виде:

$$N_{\nu,\text{vis}}^d = RC^{\text{Res}}C^{\text{NL}}C^{\text{IAV}}N_\nu^d, \quad (3.17)$$

где R и C — матрицы преобразований.

Матрица C^{IAV} — это матрица поправки на потерю энергии в несцинтиллирующих материалах (см. раздел 2.5.4.2). Данная поправка имеет матричную, а не аналитическую форму, так как определяется на основе моделирования. Из-за наличия матричной поправки IAV нелинейность энергетической шкалы и энергетическое разрешение учитываются также в матричном виде. Кроме того, размеры энергетических интервалов матрицы C^{IAV} определяют размеры энергетических интервалов $(E_j^{\text{vis}}, E_{j+1}^{\text{vis}})$: равномерные интервалы шириной 0.05 МэВ от 0 МэВ до 12 МэВ.

Матрица C^{IAV} представлена на рисунке 3.2а. На рисунке 3.2б показано влияние данной поправки на наблюдаемый спектр антинейтрино для нескольких выбранных энергий. Данная поправка приводит к небольшому расплыванию наблюдаемого спектра в область более низких энергий.

Поправка на нелинейность энергетического отклика C^{NL} рассчитывается на основе функции отклика (2.14), определённой в разделе 2.5.4.1. Для определения элемента матрицы перехода C_{kj}^{NL} границы энергетического интервала (E_j, E_{j+1}) деформируются с помощью функции отклика $f(E)$ в интервал $(f(E_j), f(E_{j+1}))$. Элемент матрицы определён как доля интервала $(f(E_j), f(E_{j+1}))$, попавшая в интервал (E_k, E_{k+1}) :

$$C_{kj}^{\text{NL}} = \frac{(E_2 - E_1)}{f(E_{j+1}) - f(E_j)}, \quad (3.18)$$

$$(E_1, E_2) = (E_k, E_{k+1}) \cap (f(E_j), f(E_{j+1})), \quad (3.19)$$

где \cap обозначает область пересечения.

Матрица C^{NL} представлена на рисунке 3.3а. На рисунке 3.3б показано влияние данной поправки на наблюдаемый спектр антинейтрино для нескольких выбранных энергий. Данная поправка является детерминированной и не приводит к расплыванию наблюдаемого спектра, а только к его искажению.

Матрица C^{Res} реализует эффект разрешения детектора, описанный в разделе 2.5.4.3. Она строится на основе размывания содержимого интервала при помощи функции Гаусса шириной (2.15), зависящей от энергии. Так как размеры интервалов заметно меньше энергетического разрешения, вычисление, учитывающее только центры интервалов даёт очень хорошее приближение:

$$C_{kj}^{\text{Res}} = (E_{j+1} - E_j) P_{\text{norm}}(E_k - E_j^c, \sigma = \sigma(E_j^c)), \quad (3.20)$$

где $E_j^c = (E_{j+1} - E_j)/2$ — центр интервала, а P_{norm} — плотность вероятности нормального распределения.

Матрица C^{Res} представлена на рисунке 3.4а. На рисунке 3.4б показано влияние данной поправки на наблюдаемый спектр антинейтрино для нескольких выбранных энергий. Из рисунка 3.4б видно, что используемое приближение для вычисления данной поправки хорошо подходит для нашей задачи.

Размеры интервалов, используемые при вычислениях выбираются малыми исходя из требований к точности расчётов, а также ограничиваются входящими в задачу поправками, такими как поправка IAV. Размеры интервалов, используемые для сравнения с данными и подгонки параметров, как правило, больше. Для перехода от внутренних интервалов к внешним используется прямоугольная матрица R вида:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.21)$$

объединяющая содержание последовательных интервалов, а также исключая предсказание ниже порога.

Все матрицы R , C^{Res} , C^{NL} и C^{IAV} определяют только перетекание событий между различными интервалами и вычисляются таким образом, чтобы сохранять полное количество событий, с поправкой на события, попавшие в интервал ниже порога либо за пределы верхней границы.

Ожидаемые энергетические спектры событий ОБР $N_{\nu, \text{vis}}^d$ для каждого детектора эксперимента Daya Bay для номинальных параметров представлены на рисунках 3.5а и 3.5б. Спектры детекторов AD11² и AD12, находящихся на одной ближней площадке очень похожи и различаются в основном за счёт того, что детектор AD12 находится в среднем на

²первая цифра означает номер площадки, вторая — номер детектора

меньшем расстоянии от реакторов АЭС Дая Бей, чем детектор AD11. Спектры детекторов AD31, AD32 и AD33, находящихся на дальней площадке также практически совпадают. Отличия в предсказаниях между AD21 и AD22, а также между AD34 и другими детекторами дальней площадки вызваны тем, что детекторы AD22 и AD34 были установлены через полгода после начала набора данных и имеют меньшую статистику.

3.3.5. Вклад фона

Окончательный наблюдаемый сигнал складывается из чисел событий ОБР и фона:

$$N_{\text{vis}}^d = N_{\nu, \text{vis}}^d + \sum_b (B_{\text{vis}}^d)_b, \quad (3.22)$$

где $(B_{\text{vis}}^d)_b$ вклад в спектр от источников фона: случайных совпадений, быстрых нейтронов, долгоживущих космогенных изотопов $^8\text{He}/^9\text{Li}$, реакции $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ и инструментального фона, вызванного калибровочным источником $^{241}\text{Am}^{13}\text{C}$.

Вклады в общий спектр от всех перечисленных источников фона представлены на рисунках 3.6а и 3.6б. Видно, что наибольший вклад вносит фон от случайных совпадений, известный с очень хорошей точностью. Другие источники фона, известные с большей неопределённостью, дают значительно меньший вклад. Кроме того, на большей части энергетического спектра общий вклад от фоновых событий на несколько порядков меньше ожидаемого сигнала.

3.3.6. Параметризация спектра антинейтрино от реактора

Как будет показано в разделе 4.4.7 существует необходимость параметризации среднего антинейтринного спектра от реактора. Причём, так как при вычислении предсказания используются численные методы взятия интегралов, данная параметризация должна быть непрерывной.

В `dybOscar` антинейтринный спектр для каждого изотопа i аппроксимируется состав-

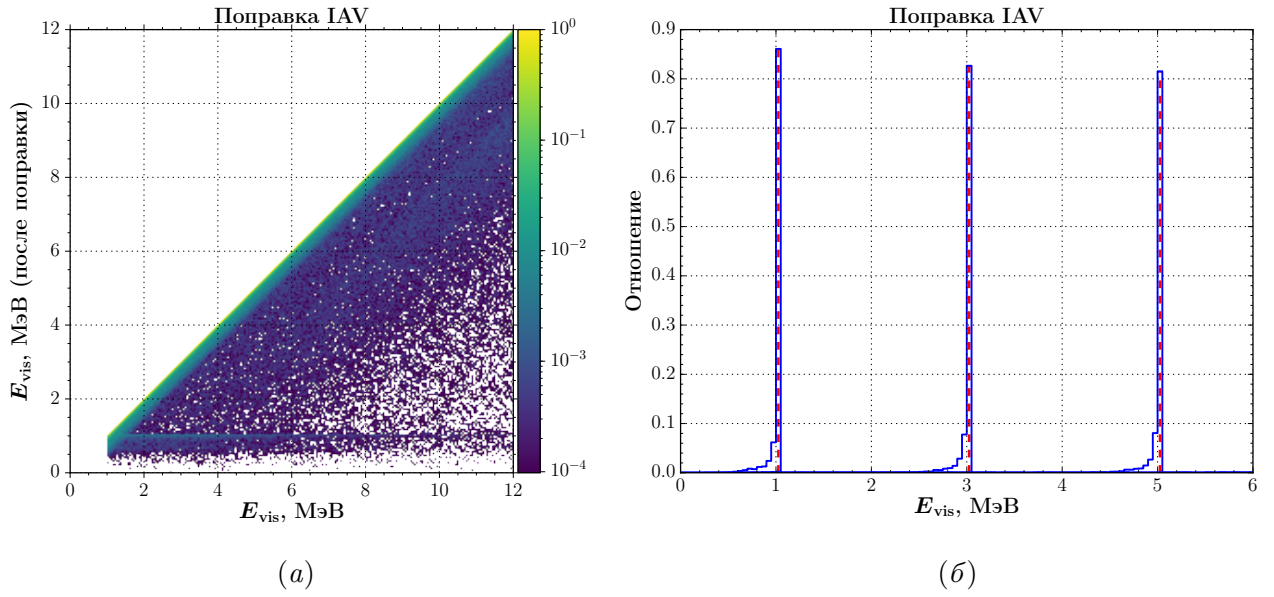


Рис. 3.2. Матрица поправки IAV (а). Влияние поправки IAV на отдельные интервалы наблюдаемого спектра (б): красной линией отмечен центр интервала, к которому применяется поправка, синим цветом — результат применения поправки. На рисунке (б) представлена только часть спектра с энергиями до $E = 6 \text{ МэВ}$. Характер поправки для энергий более 6 МэВ полностью повторяет характер поправки для меньших энергий.

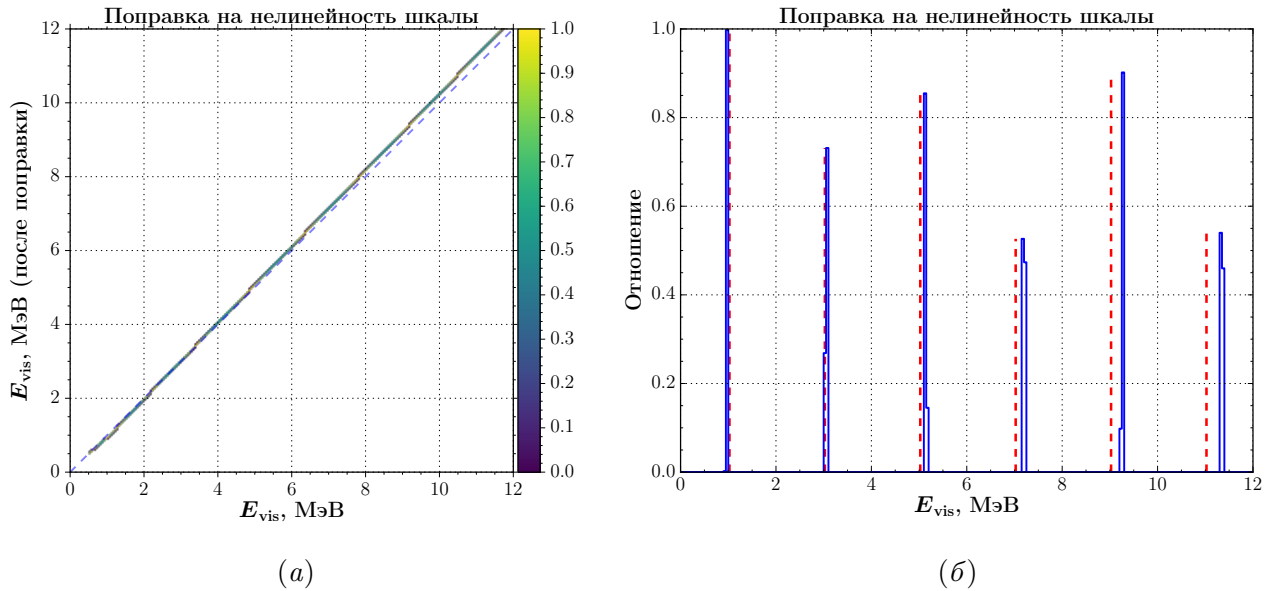


Рис. 3.3. Матрица поправки на нелинейность энергетической шкалы (а), пунктирная линия соответствует линейному отклику. Влияние поправки C^{NL} на отдельные интервалы наблюдаемого спектра (б): красной линией отмечен центр интервала, к которому применяется поправка, синим цветом — результат применения поправки.

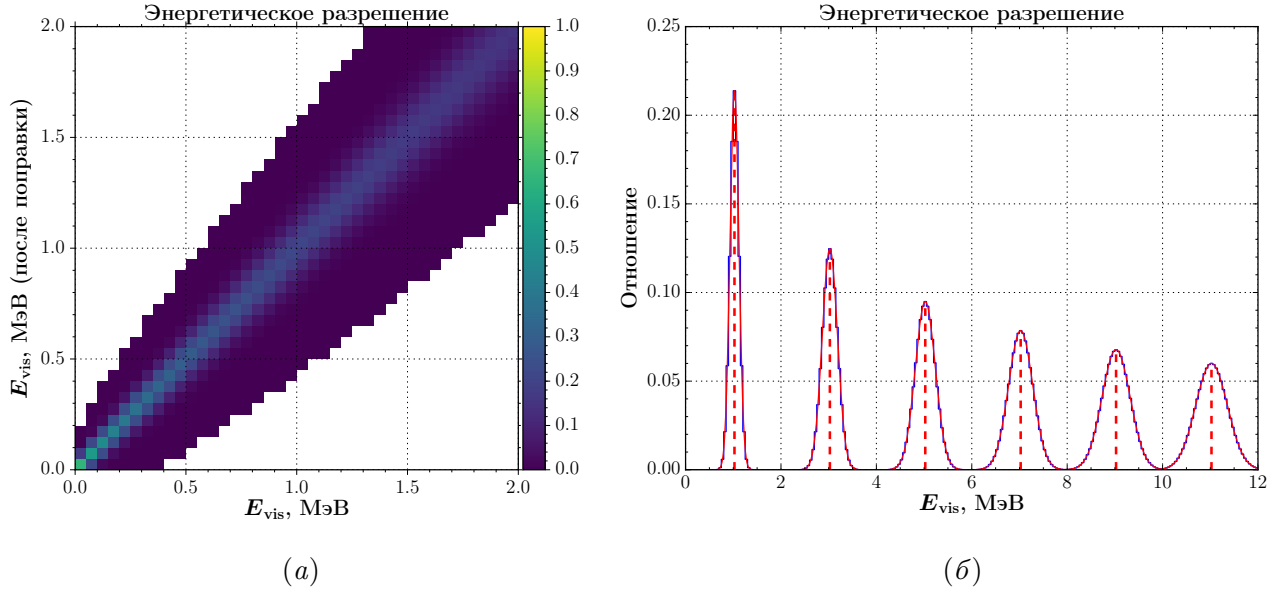


Рис. 3.4. Матрица энергетического разрешения (а). Влияние разрешения детектора на отдельные интервалы наблюдаемого спектра (б): красной линией отмечен центр интервала, к которому применяется поправка, синим цветом — результат применения поправки. Красной кривой изображён Гауссов отклик в непрерывном случае, поправленный на ширину интервала. На рисунке (а) показана только часть от 0 МэВ до 2 МэВ. Поведение матрицы разрешения для более высоких энергий сохраняет Гауссов вид на всём промежутке энергий.

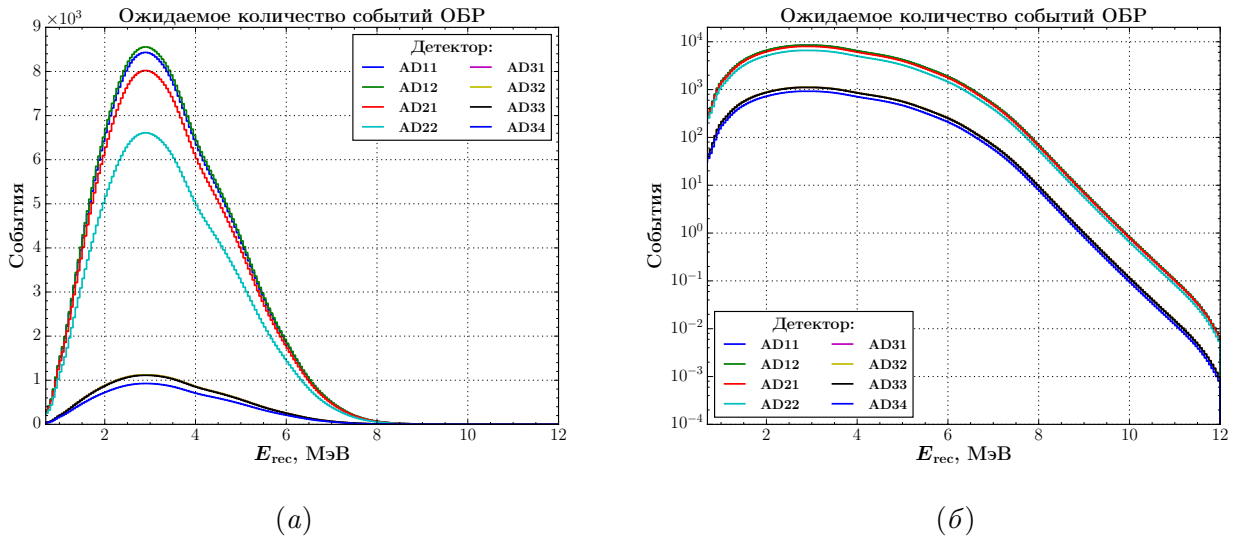


Рис. 3.5. Ожидаемые энергетические спектры событий ОБР в детекторах эксперимента Daya Bay для периода набора данных 1230 дней в обычной (а) и логарифмической (б) шкале.

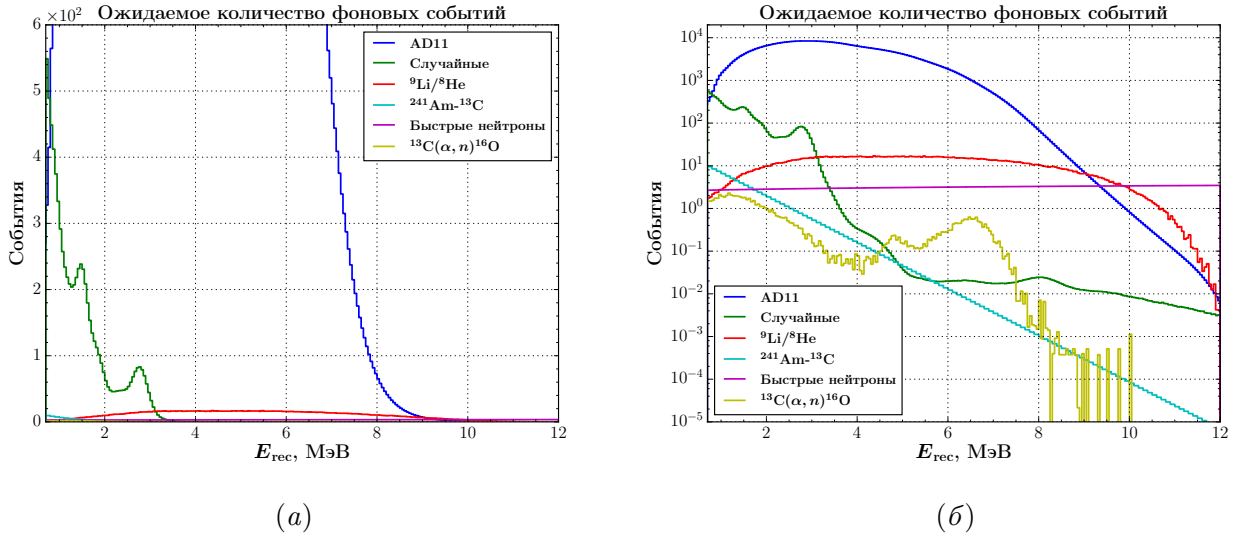


Рис. 3.6. Ожидаемые энергетические спектры фоновых событий в детекторе AD11 эксперимента Daya Bay для периода набора данных 1230 дней в обычной (а) и в логарифмической (б) шкале. Для сравнения, также приведён ожидаемый спектр от ОБР.

ной непрерывной функцией:

$$S_i(E_\nu) = \begin{cases} S_1^i(E_\nu), & E_\nu \in (E_1^\nu, E_2^\nu), \\ S_2^i(E_\nu), & E_\nu \in (E_2^\nu, E_3^\nu), \\ \dots, & \\ S_j^i(E_\nu), & E_\nu \in (E_j^\nu, E_{j+1}^\nu), \\ \dots. & \end{cases} \quad (3.23)$$

каждый сегмент j которой приближен экспонентой от линейной функции энергии:

$$S_{ij}(E_\nu) = n_j S_{\text{tot}}^{ij} e^{-b_{ij}(E_\nu - E_\nu^j)}, \quad E_\nu \in (E_\nu^j, E_\nu^{j+1}), \quad (3.24)$$

где S_{ij}^{tot} — количество нейтрино с энергией E_ν^j в интервале dE_ν , рождаемых при делении изотопа i . Коэффициент b_{ij} определяется из условия непрерывности на границах интервалов E_ν^j . Общая нормировка энергетического интервала n_j применяется к спектрам всех изотопов одновременно. Коэффициенты S_{ij}^{tot} и b_{ij} получаются из существующих спектров антинейтрино, измеренных или полученных из первых принципов (см. раздел 1.3).

Все $n_j = 1$ по умолчанию. Величины n_j можно также рассматривать как отношение среднего антинейтринного спектра, наблюдаемого в эксперименте Daya Bay к среднему спектру, ожидаемому на основе модели, используемой для получения коэффициентов S_{ij}^{tot} и b_{ij} .

Таким образом, подгонка значений параметров n_j позволяет подогнать усреднённый антинейтринный спектр под спектр, наблюдаемый в эксперименте. При этом, различия в спектрах отдельных реакторов, связанные с различиями в изотопном составе и историями выгорания естественным образом учитываются в формуле (3.8) посредством относительных вкладов f_{ti} , неравновесных поправок, а также при помощи некоррелированных между реакторами неопределённостями этих величин.

При подобной параметризации спектра у результатов подгонки всё ещё остаётся модельная зависимость, связанная с различиями в относительных спектрах антинейтрино от разных делящихся изотопов. Как показано в [199], отношения спектров отдельных делящихся изотопов друг к другу устойчиво к методике расчёта, включая также метод конверсии. Описанный выше метод параметризации можно рассматривать как вариант идеи измерения спектров от делящихся изотопов, предложенный в [199].

3.4. Предсказание ожидаемого числа взаимодействий антинейтрино в детекторах

Несмотря на сходную структуру, первые версии `dybOscar`, использовавшиеся для осцилляционного анализа данных эксперимента Daya Bay на основе информации о числах событий в детекторах, были значительно проще, чем версия, описанная в разделах 3.3 и 3.5. Далее будут перечислены основные отличия.

В версии `dybOscar 2012-го года (dybOscar12)` была использована двух-нейтринная вероятность выживания (2.2). Для описания спектров антинейтрино были использованы спектры $PLL+Vogel$.

В `dybOscar12` не производится предсказание потока антинейтрино от ОЯТ³. Учёт вклада ОЯТ осуществляется посредством увеличения некоррелированной неопределённости нормировки потока реактора.

Как было показано в разделе 2.3.6 детекторы Daya Bay обладают практически сто-процентной эффективностью регистрации антинейтрино, начиная с энергии $E_{vis} = 0.7$ МэВ. Это соответствует энергии антинейтрино $E_\nu = 1.5$ МэВ, что заметно ниже порога реакции ОБР. Кроме того, поток электронных антинейтрино пренебрежимо мал при энергиях $E_\nu \gtrsim 9$ МэВ. Из-за того, что детекторы Daya Bay способны наблюдать энергетический интервал, в котором находятся все реакторные антинейтрино, для предсказания полного потока антинейтрино нет необходимости учитывать энергетические эффекты детектора. Следовательно, все вычисления можно проводить в терминах энергии антинейтрино, и, как следствие, вместо двухмерного интеграла по наблюдаемой энергии (3.15), используется одномерный интеграл по энергии нейтрино:

$$R_{td}^\nu = \int_{1.5 \text{ МэВ}}^{12.8 \text{ МэВ}} dE_\nu \left(\frac{dR_\nu(E_\nu)}{dE_\nu} \right)^{td} \frac{d\sigma(E_\nu, \cos \theta)}{d \cos \theta}. \quad (3.25)$$

Полное число событий ОБР, ожидаемых в детекторе d вычисляется из R_{td}^ν по формуле (3.11). Полное же число событий складывается из событий ОБР и фоновых:

$$N_d = N_\nu^d + \sum_b B_b^d, \quad (3.26)$$

где B_{bd} — число событий в детекторе d от источника фона b .

Как уже было отмечено, при предсказании чисел событий эффекты энергетической шкалы не учитываются.

³Слагаемое $F_r(E_\nu)$ в выражении (3.8)

В представленной версии `dybOscar12` реализована возможность учёта неопределённостей в линейном приближении:

$$N_d = \sum_r (N_\nu)_r^d (1 + \eta + \eta_r + \eta^d) + \sum_b B_b^d (1 + \eta_b^d), \quad (3.27)$$

где η — относительное отклонение общей нормировки потока антинейтрино, η_r — относительное отклонение нормировки потока антинейтрино от реактора r , η_d — относительное отклонение эффективности детектора d , а η_b^d — относительно отклонение количества событий фона b в детекторе d .

Как видно из выражения (3.27), используемая запись позволяет напрямую вычислять производные по каждому отклонению η_p . Полученная матрица производных предсказаний N_d по η_p используется для реализации аналитического решения для минимума функции хи-квадрат со штрафными членами (Б.29).

Методы оптимизации вычислений, описанные в разделе 3.5, относятся целиком к версии `dybOscar`, используемой в анализе спектральных данных.

3.5. Оптимизация вычислений

ПО для вычисления спектров событий по алгоритмам, описанным в разделах 3.2–3.4, используется в задаче многомерной оптимизации с большим количеством параметров, поэтому отдельное внимание было уделено оптимизации вычислений.

3.5.1. Методика интегрирования

Выражение (3.8) может быть представлено в следующем виде:

$$\left(\frac{dR_\nu(E_\nu)}{dE_\nu} \right)_{rt} = \sum_i \lambda_i^{rt} \tilde{S}_i(E_\nu), \quad (3.28)$$

где $\tilde{S}_i(E_\nu) = S_i(E_\nu)C_i(E_\nu)$ — спектр изотопа i с учётом неравновесной поправки, где i теперь также включает спектр от ОЯТ в качестве дополнительного пятого элемента.

Вероятность выживания электронных нейтрино (2.1), подробно рассмотренная в разделе 2.2.1 может быть представлена в виде суммы:

$$P_{\text{sur}}(E_\nu, L) = \sum_{c=0}^{N_c} \omega_c P_c(E_\nu, L), \quad (3.29)$$

где для двух-нейтринной формулы выживания (2.2) компоненты записываются следующим образом:

$$\omega_0 = 1 \quad P_0 = 1, \quad (3.30)$$

$$\omega_1 = -\sin^2 2\theta_{13} \quad P_1 = \sin^2 \frac{\Delta m_{ee}^2 L}{4E}, \quad (3.31)$$

$$\omega_2 = -\sin^2 2\theta_{12} \cos^4 \theta_{13} \quad P_2 = \sin^2 \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E}. \quad (3.32)$$

Двух-нейтринная формула осцилляций выбрана только для иллюстрации принципа. В данном подходе важно то, что компоненты P_c , зависящие от энергии, расстояний и расщеплений масс нейтрино входят в подинтегральное выражение (3.15), тогда как веса ω_c , зависящие только от углов смешивания, могут быть вынесены за знак интеграла.

С учётом выражений (3.28) и (3.29) предсказание для ожидаемого количества событий ОБР (3.16) может быть записано следующим образом:

$$N_{dj}^\nu = \sum_t \tilde{T}_t^d M_t^d \times \int_{-1}^{+1} d \cos \theta \int_{E_{\text{vis}}^j}^{E_{\text{vis}}^{j+1}} dE_{\text{vis}} \frac{d\sigma(E_\nu, \cos \theta)}{d \cos \theta} \frac{dE_\nu(E_{\text{vis}}, \cos \theta)}{dE_e} \times \\ \times \sum_r \frac{1}{4\pi (L_r^d)^2} \sum_c \omega_c P_c(E_\nu, L_r^d) \sum_i \lambda_{irt} \tilde{S}_i(E_\nu), \quad (3.33)$$

и приведено к виду:

$$N_{dj}^\nu = \sum_c \omega_c (N_\nu)_c^{dj}, \quad (3.34)$$

где:

$$N_{djc}^\nu = \frac{1}{4\pi} \sum_r \frac{1}{(L_r^d)^2} \sum_i \times \\ \times \int_{-1}^{+1} d \cos \theta \int_{E_{\text{vis}}^j}^{E_{\text{vis}}^{j+1}} dE_{\text{vis}} \frac{d\sigma(E_\nu, \cos \theta)}{d \cos \theta} \frac{dE_\nu(E_{\text{vis}}, \cos \theta)}{dE_e} P^c(E_\nu, L_r^d) \tilde{S}_i(E_\nu) \times \\ \times \sum_t \tilde{T}_t^d M_t^d \lambda_{irt}. \quad (3.35)$$

Вся зависимость от времени в (3.35) факторизуется в весовой множитель $\sum_t \tilde{T}_{td} M_{td} \lambda_{tir}$, отражающий эффективное время набора данных в детекторе d для потока антинейтрино от изотопа i из реактора r . Интегральная часть несёт спектральную информацию и описывает вклад в число событий в детекторе d в интервале j потока от изотопа i с учётом компоненты (c) вероятности выживания нейтрино от реактора r .

Выражение (3.17), учитывающее детекторные эффекты записывается следующим образом:

$$N_{\nu, \text{vis}}^d = \sum_c \omega_c R C^{\text{Res}} C^{\text{NL}} C^{\text{IAV}} (N_\nu^d)_c. \quad (3.36)$$

Выражения (3.34)–(3.36) эквивалентны выражениям (3.8)–(3.17) из предыдущего раздела и отличаются только тем, что отражают реальный порядок получения предсказания в ПО `dubOscar`. Полное предсказание числа событий происходит для каждой компоненты вероятности выживания по отдельности. Для каждого такого предсказания отдельно учитываются детекторные эффекты, а веса вероятностей осцилляций, определяемые углами смешивания, учитываются только в конце. Поскольку углы смешивания нейтрино влияют только на веса ω_c , достигается максимальная эффективность вычислений при их вариации.

Дополнительным преимуществом данного подхода стала возможность реализации эффективной системы кеширования предсказания.

3.5.2. Адаптивное интегрирование

Интегральная часть из формулы (3.35) вычисляется численно по методу Гаусса-Лежандра с заранее заданным количеством опорных точек:

$$\begin{aligned}
 I_{dr cij} &= \int_{-1}^{+1} d \cos \theta \int_{E_{\text{vis}}^j}^{E_{\text{vis}}^{j+1}} dE_{\text{vis}} \frac{d\sigma(E_\nu, \cos \theta)}{d \cos \theta} \frac{dE_\nu(E_{\text{vis}}, \cos \theta)}{dE_e} P^c(E_\nu, L^{rd}) \tilde{S}^i(E_\nu) = \\
 &= \int_{-1}^{+1} d \cos \theta \int_{E_{\text{vis}}^j}^{E_{\text{vis}}^{j+1}} dE_{\text{vis}} f^{dr ci}(E_{\text{vis}}, \cos \theta) = \sum_{wv} \omega_w \omega_v f^{dr ci}(E_w^{\text{vis}}, \cos \theta_v), \quad (3.37)
 \end{aligned}$$

где ω_w и E_w^{vis} — это веса и опорные точки по переменной E_{vis} , а ω_v и $\cos \theta_v$ — веса и опорные точки по переменной $\cos \theta$. Количество опорных точек выбирается индивидуально для каждого энергетического интервала, каждой осцилляционной компоненты и каждой пары детектор-реактор. Эта величина связана со скоростью осцилляций множителя $P_c(E_\nu, L_{dr}) = \sin^2(\Delta m_c^2 L_{dr}/4E_\nu)$. С ростом аргумента синуса количество точек интегрирования по переменной E_{vis} меняется от 2 до 25, а по переменной $\cos \theta$ от 2 до 4. Значения весовых коэффициентов ω_w и положения опорных точек однозначно определяются их количеством.

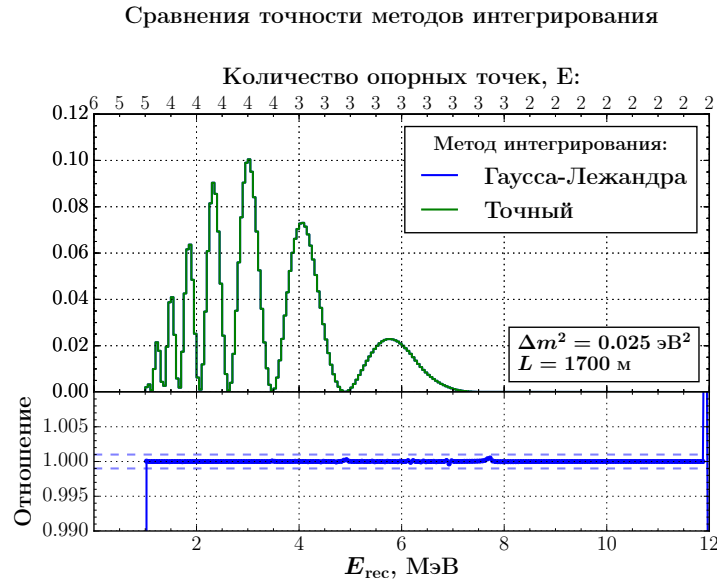


Рис. 3.7. Проверка точности интегрирования для метода Гаусса-Лежандра с количеством опорных точек, определяемых частотой осцилляций в интервале для одной компоненты вероятности выживания с $\Delta m^2 = 0.025 \text{ эВ}^2$ для детектора на расстоянии 1.7 км от источника.

Необходимое количество опорных точек подобрано эмпирически таким образом, чтобы относительное отклонение интеграла, посчитанного по методу Гаусса-Лежандра, от интеграла, посчитанного по адаптивному численному методу не превышало 10^{-3} . На рисунке 3.7 представлены результаты проверки точности интегрирования для одной компоненты вероятности осцилляций с $\Delta m^2 = 0.025 \text{ эВ}^2$ для детектора на расстоянии 1.7 км от источника. В качестве эталонного, точного, метода используется адаптивный метод интегрирования, разбивающий интервал интегрирования до тех пор, пока относительные флуктуации результата не будут меньше 10^{-12} . На дополнительной оси указано количество опорных точек E_ν , используемых для вычисления интегралов.

Видно, что для выбранных параметров интегрирования отклонения незначительны и случаются в основном в областях, где абсолютное значение интеграла близко к нулю. Отклонение для первого ненулевого интервала в области $\sim 1 \text{ МэВ}$ связано с эффектом порога: для применения метода Гаусса-Лежандра необходимо, чтобы функция была гладкой, чего сложно достичь в области порога. Поэтому для пороговой области используется более медленное адаптивное интегрирование независимо от скорости осцилляций функции. Отклонения на верхнем конце спектра также связано с разрывом, но отдельно не учитывается в связи с пренебрежительно малым потоком в этой области.

Для очень больших значений $\sin^2(\Delta m_c^2 L_{dr}/4E_j^\nu)$, приводящих к быстрым осцилляциям, используется усреднённое выражение для вероятности перехода, где $P_c(E_\nu, L_{dr}) = 1/2$. В этом режиме используется минимальное количество опорных точек.

Данный подход позволяет оптимизировать время вычислений интегралов с учётом того факта, что разные части спектра требуют разной точности вычислений. Подход позволяет эффективно работать в широком диапазоне энергий, расстояний и расщеплений масс нейтрино. Данная техника также используется для более сложных вариантов вероятности осцилляций, получаемых, например, в квантово-волновом подходе.

3.5.3. Отслеживание изменений и кеширование

В ПО `dybOscar` происходит отслеживание изменений: все элементы промежуточных вычислений (3.6)–(3.37) обновляются только в том случае, если изменились необходимые для их вычисления величины. Это позволяет существенно сократить время, необходимое для расчётов. В таблице 3.1 представлены характерные времена, затрачиваемые на предсказание наблюдаемых спектров при вариации различных параметров.

Для особо времязатратных вычислений, как, например, определение доверительных интервалов по методу Фельдмана-Казинса предусмотрена возможность кешировать зависимость предсказания или отдельных его частей с возможностью интерполяции предсказания между соседними значениями. В программе, в частности, реализована возможность кеширования матрицы $RC^{\text{Res}}C^{\text{NL}}C^{\text{IAV}}(\mathbf{N}_{\nu}^d)_c$ из выражения (3.36) в зависимости от Δm_c^2 , где Δm_c^2 — расщепление масс нейтрино, характерное для компоненты вероятности перехода P_c . Подобный подход позволяет эффективно параметризовать модель, зависящую от шести параметров: трёх углов смешивания, двух расщеплений масс и общей нормировки потока; что позволяет сократить время вычисления предсказания до 2 мкс.

Переменная	Время, с
Полное вычисление	$4 \cdot 10^{-1}$
Изменение Δm_{32}^2 в области $2 \cdot 10^{-3}$ эВ ²	$3 \cdot 10^{-1}$
Параметры энергетической шкалы	$3 \cdot 10^{-2}$
Изменение угла смешивания	$1 \cdot 10^{-2}$
Нормировка сигнала от реакторов	$2 \cdot 10^{-4}$
Угол смешивания или Δm_c^2 , с кешем	$2 \cdot 10^{-6}$

Таблица 3.1. Характерные времена вычисления ожидаемого в эксперименте Daya Bay спектра в ПО `dybOscar`.

3.6. Матрицы ошибок

В данном разделе будет представлена информация о рассчитанных ошибках и ковариационных матрицах для ожидаемых спектров в эксперименте Daya Bay. Ковариационные матрицы получены по формуле (3.1) на основе неопределённостей, рассмотренных в разделе 2.6. В качестве модельных данных используется предсказание чисел событий для периода набора данных периода 1230 дней (см. раздел 2.4). Для параметров осцилляций используются значения $\sin^2 2\theta_{13} = 0.084$ и $\Delta m_{32}^2 = 2.45 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$.

Определение и физический смысл матриц ковариации и корреляции описан в приложении А.3. Матрицы ошибок построены для ожидаемого спектра μ_g . Так как $\mu_g = \mu_{dj}$ представляет собой объединение наблюдаемых спектров на каждом детекторе, матрицы имеют блочную структуру.

В применении к данным эксперимента Daya Bay можно ожидать ряд корреляций. В первую очередь это корреляции между одинаковыми энергетическими интервалами в разных детекторах, связанных с неопределённостями общих параметров энергетической шкалы и систематическими неопределённостями потока реакторных антинейтрино, также общих для всех детекторов.

3.6.1. Неопределённости ожидаемого спектра

На рисунке 3.8 представлены полные относительные ошибки для ожидаемого числа событий в каждом энергетическом интервале, отмечен вклад статистической и систематической части в полную ошибку. Ошибки для ближних (дальних) детекторов различаются слабо, поэтому на рисунке они усреднены.

Из рисунка 3.8 видно, что в измерениях ближних детекторов, обладающих большой статистикой, доминирует систематическая ошибка. В наблюдениях дальних детекторов ошибки на данный момент разделяются примерно поровну.

Следует отметить, что разложение на систематическую и статистическую части относится исключительно к ожидаемым спектрам и не применимо к результату осцилляционного анализа. В случае осцилляционных параметров вклад от неопределённостей, коррелированных между различными детекторами, сильно подавлен. Оценка вкладов источников систематических неопределённостей в ошибку параметров осцилляций приведён в разделе 5.4.5.

Вклад различных источников систематических неопределённостей в неопределённость ожидаемых спектров событий представлены на рисунках 3.9. Видно, что доминирующими источниками флуктуаций являются неопределённости потока реакторных антинейтрино и энергетической шкалы детекторов. Вклад неопределённости фона заметен только в области высоких энергий, где поток антинейтрино становится очень мал.

Неопределённости реактора и энергетической шкалы в первую очередь определяются неопределённостями спектра реакторных антинейтрино и нелинейностью отклика жидкого сцинтиллятора.

3.6.2. Матрицы ошибок

На рисунке 3.10 представлена систематическая часть ковариационной матрицы и соответствующая корреляционная матрица. Полный наблюдаемый спектр эксперимента содержит восемь спектров от отдельных детекторов, что приводит к блочной структуре матрицы ошибок. Измерение одного детектора составляет 35 энергетических интервалов. Всего, в общей сложности — 280 наблюдаемых интервалов. Часть систематических неопределённостей, таких как неопределённость нелинейности энергетической шкалы и неопределённость потока и спектра реакторных антинейтрино, являются коррелированными между детекторами, что приводит к сильным корреляциям между одинаковыми энергетическими интервалами.

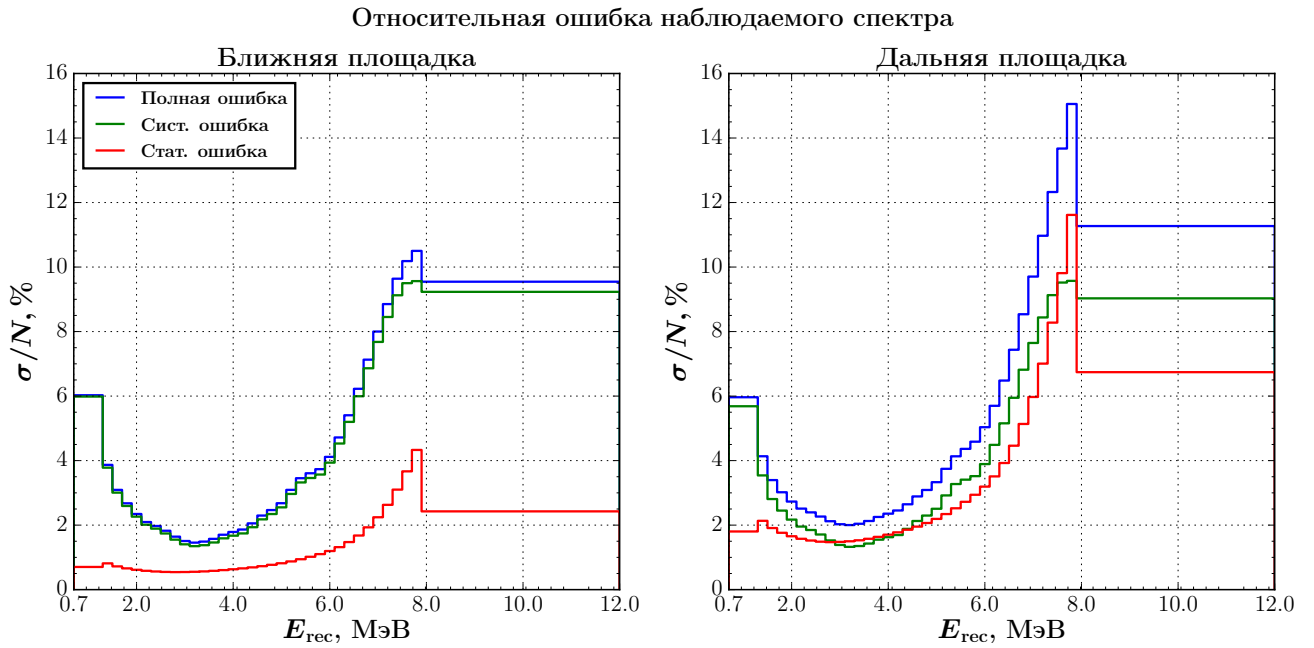


Рис. 3.8. Относительные ошибки наблюдаемых спектров для детекторов на ближних и дальней площадках для периода набора данных 1230 дней. Ошибки усреднены между ближними (дальними) детекторами.

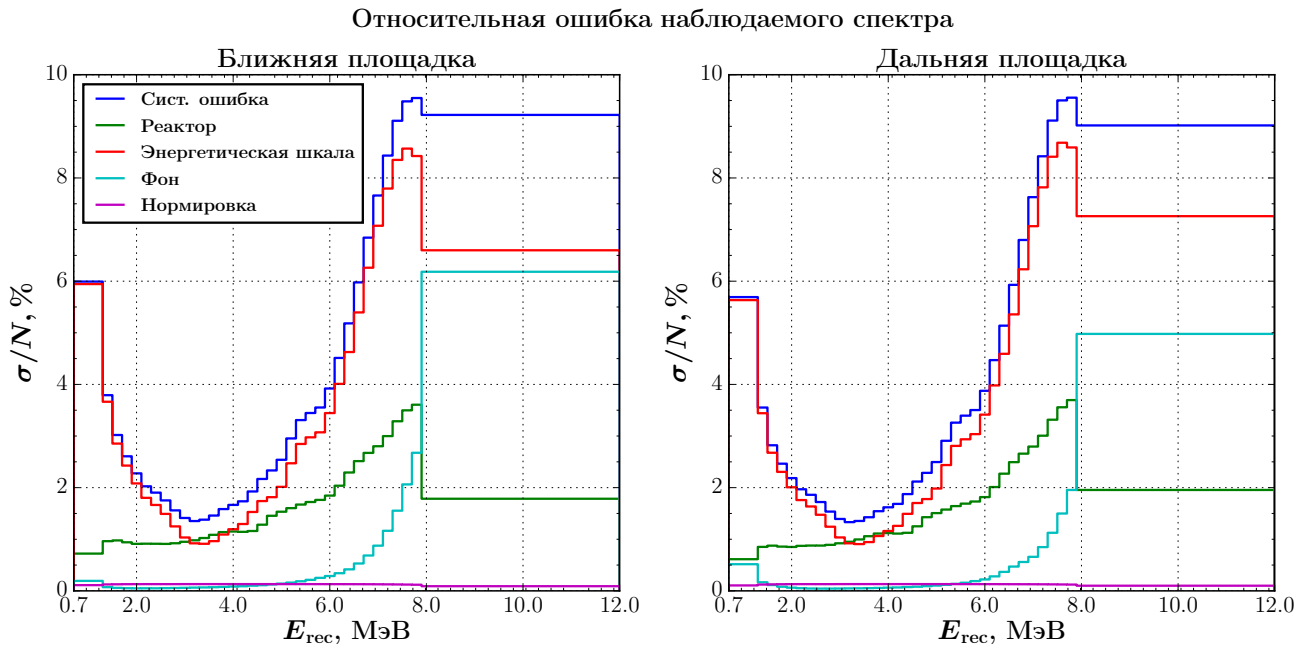


Рис. 3.9. Вклад различных источников неопределённостей в полную систематическую ошибку наблюдаемого спектра для детекторов на ближних и дальней площадках для периода набора данных 1230 дней. Ошибки усреднены между ближними (дальними) детекторами.

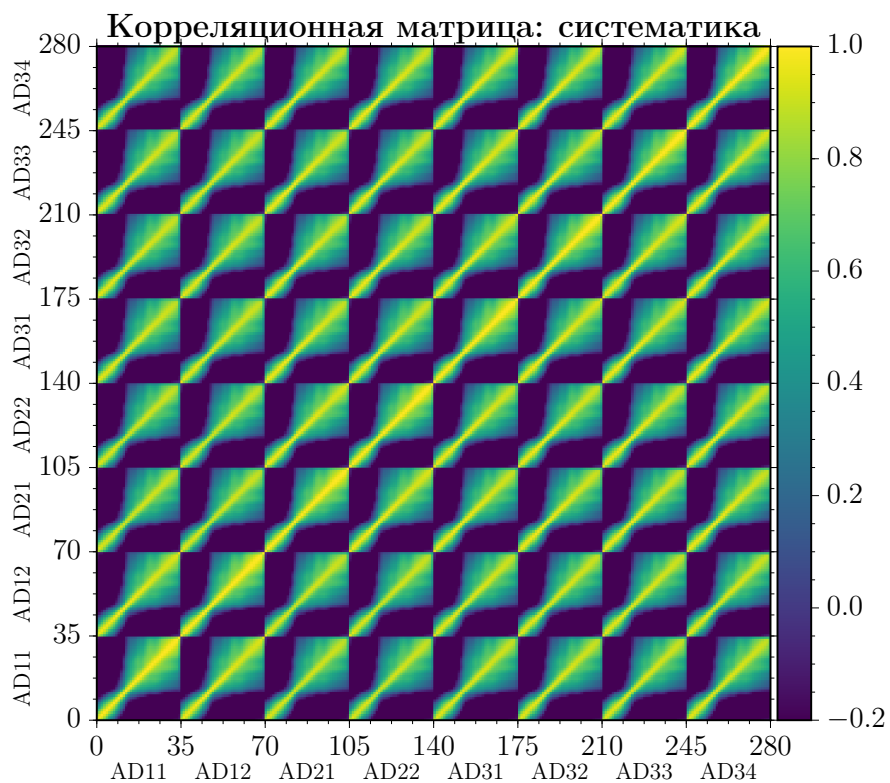
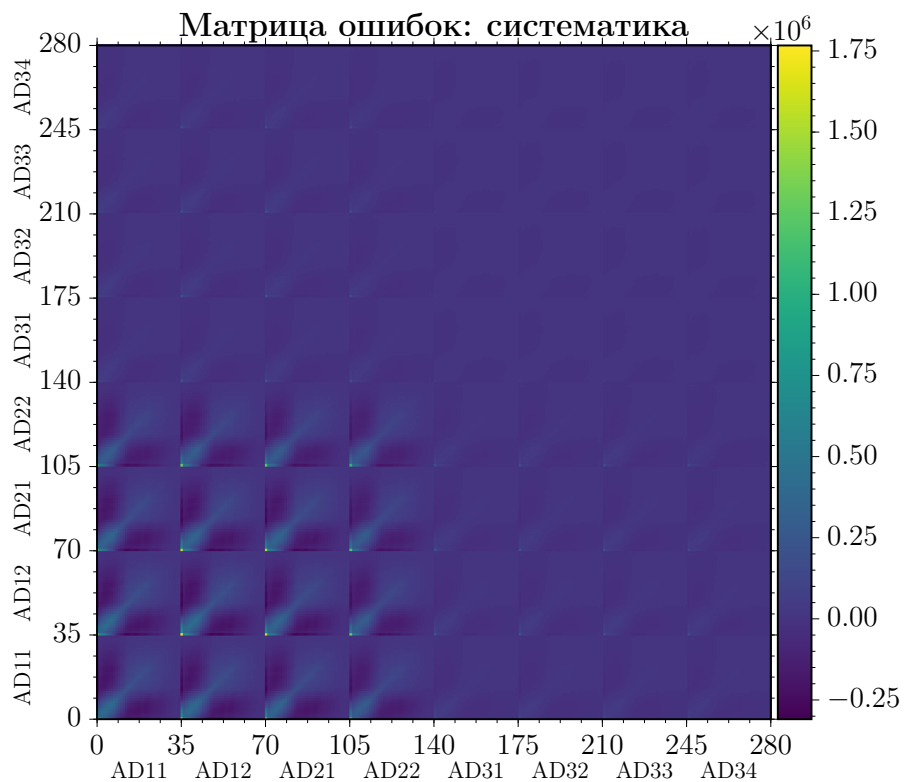


Рис. 3.10. Систематическая часть ковариационной матрицы (а) и соответствующая матрица корреляций (б), посчитанные для периода набора данных 1230 дней.

3.7. Этапы развития ПО `dybOscar`

Первая версия ПО `Oscar` для предсказания количества наблюдаемых нейтрино была разработана нашим коллегой Веем Ваном (Wei Wang). ПО представляло в себя частично объектно-ориентированный набор программ на языке C++ для выполнения в интерпретаторе ROOT и имело следующие возможности:

1. Описание спектра реакторных электронных антинейтрино и сечения взаимодействия ОБР на основе табулированных функций с линейной интерполяцией между точками.
2. Отдельный макрос для расчёта сечения ОБР и сохранения в текстовой файл.
3. Отдельный макрос для расчёта спектров антинейтрино по аналитическому приближению [51].
4. Двух-нейтринная формула для вероятности выживания электронных антинейтрино (2.2).
5. Предсказание полного количества антинейтрино, наблюдаемого каждым детектором от каждого реактора в каждый день набора данных на основе информации о тепловой мощности и изотопического состава реактора, а также времени набора данных и массы детектора.

После начала совместной работы в начале 2012 года ПО было переработано в полностью объектно-ориентированный вид и переименовано в `dybOscar`. С этого времени ПО `dybOscar` представляет собой набор библиотек, используемых при помощи программ на языке Python. Практически все физические сущности, такие как сечение ОБР, спектр антинейтрино, поток антинейтрино, детектор и т. д. получили объектно-ориентированное представление, что позволило гибким образом менять их реализации.

Были добавлены следующие элементы:

- Предсказание фона в каждом детекторе.
- Добавление линейных поправок ко всем ключевым элементам вычислений.
- Вычисление якобиана по всем параметрам, известным с неопределённостью.
- Получение минимума функции хи-квадрат аналитически.

— Модули для кеширования предсказаний и проведения модельных экспериментов.

В таком виде `dybOscar` был использован для перепроверок с другими группами и получения первого результата (см. разделы 4.3 и 5.2.1).

Впоследствии модуль `dybOscar`, занятый в предсказании количества событий был значительно обновлён с целью оптимизации вычислений, описанной в разделе 3.5.1, что позволило в 20 раз повысить скорость расчётов. Улучшенная версия была использована для получения нового результата в мае 2012 (см. раздел 5.2.2).

Структура ПО на тот момент плохо подходила для реализации анализа с учётом спектра. Это связано, во-первых, с ограниченностью модели данных, а во-вторых, с необходимостью анализировать большое количество переменных, зависимость модели от которых нельзя было свести к линейному случаю. Поэтому `dybOscar` был практически полностью переписан. Возможности и особенности новой версии уже были подробно рассмотрены в данной главе. Единственным компонентом, практически без изменений сохранившимся с самого начала, является класс для вычисления сечения ОБР. Данная версия `dybOscar` была использована для анализа в режиме „поток+спектр“, результаты которого представлены в разделе 5.3.

3.8. Области применения `dubOscar`

ПО `dubOscar` используется не только для оценки значений параметров осцилляций нейтрино $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 , но также и для ряда других исследований:

1) Осцилляционный анализ данных Daya Bay с целью измерения значений параметров смешивания нейтрино $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{ee}^2 . Это исследование является главной темой данной работы.

2) Исследование эффектов квантовой декогеренции в нейтринных взаимодействиях на основе данных экспериментов Daya Bay и KamLAND. Данное исследование проводится при помощи `dubOscar` параллельно двумя группами: группой из ОИЯИ и группой из SYSU⁴. Следует отметить, что группа из ОИЯИ является инициатором данного исследования.

Подобные эффекты возникают при описании нейтринных осцилляций при помощи волновых пакетов в рамках квантово-полевого подхода. Нейтринные пакеты имеют конечный пространственный размер и область интерференции, которая уменьшается по мере расхождения пакетов в пространстве. Уменьшение интерференции, приводит к подавлению нейтринных осцилляций, которое выражается в разной степени для разных энергий. Соответственно, наблюдая за спектром реакторных антинейтрино, можно ограничить или измерить параметры декогеренции. На основе данных реакторных экспериментов Daya Bay и KamLAND можно впервые получить экспериментальные ограничения на параметры декогеренции в нейтринных осцилляциях.

По данной теме в 2014 году была защищена бакалаврская дипломная работа [200] Долгаревой М. А. „Исследования эффекта декогерентности в нейтринных осцилляциях“, руководитель: Гончар М. О. Ею же под руководством Гончара М. О. в 2016 году была защищена дипломная работа магистра [201] „Исследование эффектов декогерентности волновых пакетов в нейтринных осцилляциях на основе данных экспериментов KamLAND и Daya Bay“.

Результаты исследования эффектов декогерентности на основе данных эксперимента Daya Bay были опубликованы от имени коллаборации в архиве препринтов [32] и приняты к печати в журнале.

Публикация результатов анализа данных эксперимента KamLAND планируется в 2017 году.

⁴Sun Yat-Sen University, Гуанчжоу, Китай.

3) Исследование стерильных нейтрино. Эксперимент Daya Bay использует восемь детекторов для регистрации электронных антинейтрино от шести реакторов, располагающихся на эффективных расстояниях 512 м, 561 м и 1579 м. Вследствие этого эксперимент чувствителен к нейтринным осцилляциям в широкой области L/E , или, с учётом спектра реакторных антинейтрино, в области $10^{-3} \text{эВ}^2 \lesssim \Delta m^2 \lesssim 0.1 \text{эВ}^2$. Первые ограничения на параметры стерильных нейтрино на основе данных эксперимента Daya Bay [25] были получены, в том числе, группой из ОИЯИ при помощи ПО `dybOscar`.

4) Реконструкция антинейтринных спектров от делящихся изотопов. По мере работы изотопный состав реактора меняется: выгорает ^{235}U , а ^{239}Pu и ^{241}Pu накапливаются. Соответственно вкладу делящегося изотопа меняется и суммарный спектр антинейтрино. Таким образом, сгруппировав данные по временным периодам с различным изотопным составом реактора можно, предположительно, измерить антинейтринные спектры от делящихся изотопов, по крайней мере, в области низких энергий (порядка 2 – 4 МэВ). Над исследованием возможности подобных измерений в реакторных экспериментах вообще и в эксперименте Daya Bay, в частности, работает группа из ОИЯИ при помощи ПО `dybOscar`.

3.9. Заключение к третьей главе

В данной главе был детально представлен процесс предсказания наблюдаемого спектра для эксперимента Daya Bay, описаны основные технические данные ПО `dybOscar`, необходимые для анализа данных эксперимента. Также описаны приёмы, позволившие достигнуть высокой эффективности работы ПО.

Для отражения личного вклада в разработку кратко приведена история развития ПО `dybOscar`.

Помимо осцилляционного анализа данных с целью оценки параметров осцилляций нейтрино $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 `dybOscar` используется для ряда других исследований, кратко описанных в конце главы.

4. Исследование смещения оценки параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 , получаемой при минимизации функции χ^2

4.1. Введение

Перед тем, как переходить к анализу реальных данных, необходимо показать, что используемое ПО способно получить достоверный результат и оценить его статистическую значимость. В данной главе представлены результаты исследования ПО `dybOscar` на модельных данных. За описанием общей методики следуют два раздела с результатами тестов для двух разных версий ПО, используемых для исследований в режимах „поток“ и „поток+спектр“.

Отдельная глава посвящена исследованию отклонений, возникающих при подгонке параметров методом минимизации функции хи-квадрат в случае, когда ошибки зависят от параметров подгонки. Наличие данных отклонений стало неожиданностью на первых этапах проверки ПО `dybOscar`, предназначенного для анализа „поток+спектр“. Причины возникновения данных отклонений подробно описаны как в данном разделе так и в приложении Б.

4.2. Методика тестирования

Цель данного тестирования — на основе включающих флуктуации модельных данных показать, что ПО `dybOscar` может адекватно оценивать как исследуемые величины, так и их неопределённости.

Исследование проводится следующим образом. Имеется вектор параметров θ , номинальное значение которого θ^0 используется в модели. Также θ^0 мы иногда будем называть истинным значением θ . К предсказанию модели добавляются статистические и систематические флуктуации. Данные с флуктуациями используются для подгонки параметров θ .

Данная процедура повторяется достаточное количество раз N для получения распределений значений параметров $\hat{\theta}$, минимизирующих функцию хи-квадрат на каждой итерации. В области минимума функции хи-квадрат вычисляются производные по параметрам подгонки, на основе чего производится оценка дисперсии $\hat{\sigma}$ каждого параметра.

В результате серии „экспериментов“ имеем распределение оценок параметров $\hat{\theta}$ со средним $\langle \hat{\theta} \rangle$ и стандартным отклонением σ^0 . Стандартное отклонение среднего s определяется в нормальном приближении как σ^0/\sqrt{N} .

При подгонке параметра θ в каждом эксперименте производится оценка его неопределённости $\hat{\sigma}$. Распределение оценок $\hat{\sigma}$ имеет среднее $\langle \hat{\sigma} \rangle$ и стандартное отклонение ς .

В дополнение к оценкам проверяется также распределение значений функции хи-квадрат в минимуме, полученных в каждом эксперименте.

К полученным величинам предъявляются следующие требования:

1. Средние значения распределений восстановленных параметров $\langle \hat{\theta} \rangle$ должны быть достаточно близки к истинным значениям θ^0 . Формально, отклонение $\langle \hat{\theta} \rangle$ от θ^0 должно быть меньше десятой доли стандартного отклонения σ^0 :

$$\frac{|\langle \hat{\theta} \rangle - \theta^0|}{\sigma^0} < 0.1. \quad (4.1)$$

В случае полностью линейной модели отклонение $\langle \hat{\theta} \rangle$ от θ^0 должно быть в пределах ошибки на среднее s .

Величина (4.1) выбрана вручную и считается достаточно консервативной. Отклонения, меньшие чем 0.1, при квадратичном складывании со статистическими и систематическими погрешностями пренебрежительно малы.

2. Среднее значение полученной оценки дисперсии $\langle \hat{\sigma} \rangle$ должно адекватно оценивать ширину распределения σ^0 . Формально, отклонение должно быть в пределах стандартного отклонения ς .

$$|\langle \hat{\sigma} \rangle - \sigma^0| < \varsigma. \quad (4.2)$$

4.3. Проверка ПО для анализа данных в режиме „поток“

4.3.1. Методика тестирования

Данное тестирование проводилось на `dybOscar12`, предназначенной для анализа данных в режиме „поток“ и используемого для получения результатов, описанных в разделах 5.2.1 и 5.2.2.

Для анализа „поток“ достоверность результата была исследована с учётом статистических флуктуаций модели. В силу текущих ограничений `dybOscar12`, флуктуаций систематических параметров модели не проводилось.

В процессе оптимизации участвовало два свободных параметра: нормировка потока и $\sin^2 2\theta_{13}$; а также 37 параметров, неопределённость которых учитывалась посредством добавления штрафных членов в функцию хи-квадрат.

Оптимальные значения нормировки потока и систематических параметров находились аналитически в линейном приближении. Оптимальное значение $\sin^2 2\theta_{13}$ находилось численно по методу Брента, реализованного в ПО ROOT [195]. Дисперсия $\hat{\sigma}$ параметра $\sin^2 2\theta_{13}$ оценивается методом поиска значения $\Delta\chi^2 = 1$, то есть численным решением следующего уравнения:

$$\chi^2(\widehat{\sin^2 2\theta_{13}} \pm \hat{\sigma}) - \chi^2(\widehat{\sin^2 2\theta_{13}}) = 1. \quad (4.3)$$

Были исследованы два случая: с учётом систематических неопределённостей параметров, и без учёта.

4.3.2. Входные параметры

В качестве исследуемых параметров θ , используются следующие переменные:

— n — нормировка потока реакторных антинейтрино с номинальным значением

$$n^0 = 1, \quad (4.4)$$

— $\sin^2 2\theta_{13}$ — амплитуда смешивания нейтрино с номинальным значением

$$(\sin^2 2\theta_{13})^0 = 0.05, \quad (4.5)$$

— Δm_{ee}^2 — расщепление масс нейтрино с номинальным значением

$$(\Delta m_{ee}^2)^0 = 2.23 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2. \quad (4.6)$$

В анализе „поток“ значение Δm_{ee}^2 не восстанавливалось. Для проверки стабильности результата, анализ проводился с использованием значений расщепления масс нейтрино, отличных от истинного на $\pm 1\sigma$: $2.1 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$ и $2.36 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$. Для проверки `dybOscar12` в качестве номинальных заведомо выбраны такие значения $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{ee}^2 , к которым у эксперимента меньше чувствительность.

4.3.3. Результаты

На рисунке 4.1а представлено распределение оценок $\sin^2 2\theta_{13}$ в модели со статистическими флуктуациями и без учёта систематических погрешностей при оптимизации. На рисунке построены три гистограммы, соответствующие распределению оценок при использовании истинного значения Δm_{ee}^2 при подгонке (толстая линия), а также при значениях $(\Delta m_{ee}^2)^0 \pm 1\sigma$. Среднее значение отмечено для каждой гистограммы синей вертикальной линией. Во вкладке представлено смещение среднего значения относительного истинного для случая $(\Delta m_{ee}^2)^0$. Цветом отмечены области стандартного отклонения среднего (внутренняя) и 0.1 ширины распределения (внешняя). Во второй вкладке отмечена дисперсия полученного распределения (красный) и среднее значение оценки дисперсии. Из рисунка видно, что процесс подгонки позволяет получить несмещённую оценку искомого параметра, а также получить адекватную оценку дисперсии. Также видно, что полученное значение $\sin^2 2\theta_{13}$ практически не зависит от значения Δm_{ee}^2 в области погрешности.

На рисунке 4.1б представлено соответствующее распределение значения функции хи-квадрат в минимуме, хорошо описываемое функцией хи-квадрат с четырьмя степенями свободы: шесть детекторов минус два свободных параметра, $\sin^2 2\theta_{13}$ и n .

Результат исследования, учитывающего также систематические погрешности при оптимизации представлен на рисунке 4.2. В данном случае при моделировании используются только статистические флуктуации, однако, при подгонке учитываются как статистические, так и систематические ошибки.

В связи с тем, что ошибки, учитываемые при подгонке, больше неопределённостей флуктуаций модели, распределение значений функции хи-квадрат в минимуме смещено

в область меньших значений относительно функции хи-квадрат с четырьмя степенями свободы (см. рисунок 4.2б). Отчасти этот же факт приводит к тому, что оценка дисперсии $\hat{\sigma}$ величины $\sin^2 2\theta_{13}$ в среднем больше, чем реальная ширина σ^0 распределения оценок $\sin^2 2\theta_{13}$ (см. нижнюю вкладку рисунка 4.1а).

Учёт систематики при подгонке в среднем не смещает оценку значения $\sin^2 2\theta_{13}$. Исследуемый параметр также не зависит от значения Δm_{ee}^2 , используемого при анализе, по крайней мере в области его погрешности.

4.3.4. Заключение

В результате проверки показано, что используемый метод позволяют получить несмещённую оценку $\sin^2 2\theta_{13}$ для достаточного интервала значений Δm_{ee}^2 . Методика даёт адекватную оценку погрешности. Учёт систематики при подгонке, как и ожидается, приводит к уменьшению значений функции хи-квадрат в минимуме, но в среднем не приводит к смещению оценки.

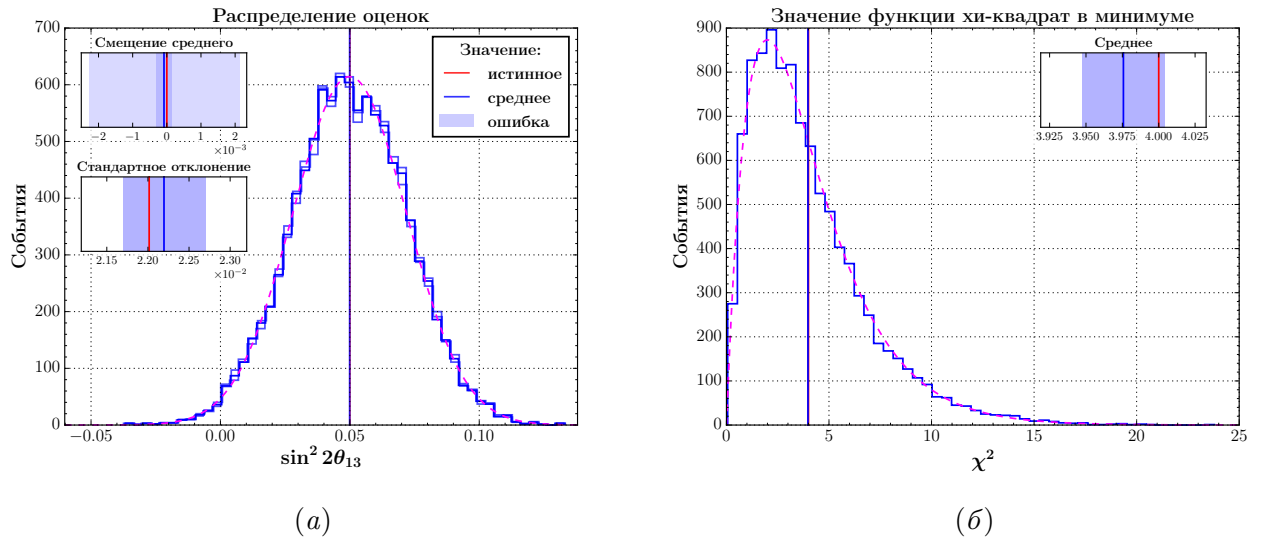


Рис. 4.1. Распределение оценок $\sin^2 2\theta_{13}$ (а) для модельных экспериментов со статистическими флуктуациями. Систематические погрешности при подгонке не учитываются. Соответствующее распределение значений функции хи-квадрат в минимуме (б). Синей линией отмечена средняя оценка параметра, а красной — его истинное значение. Пунктирным графиком изображены отмасштабированные плотности вероятности: нормального распределения (а) и распределения хи-квадрат с четырьмя степенями свободы (б).

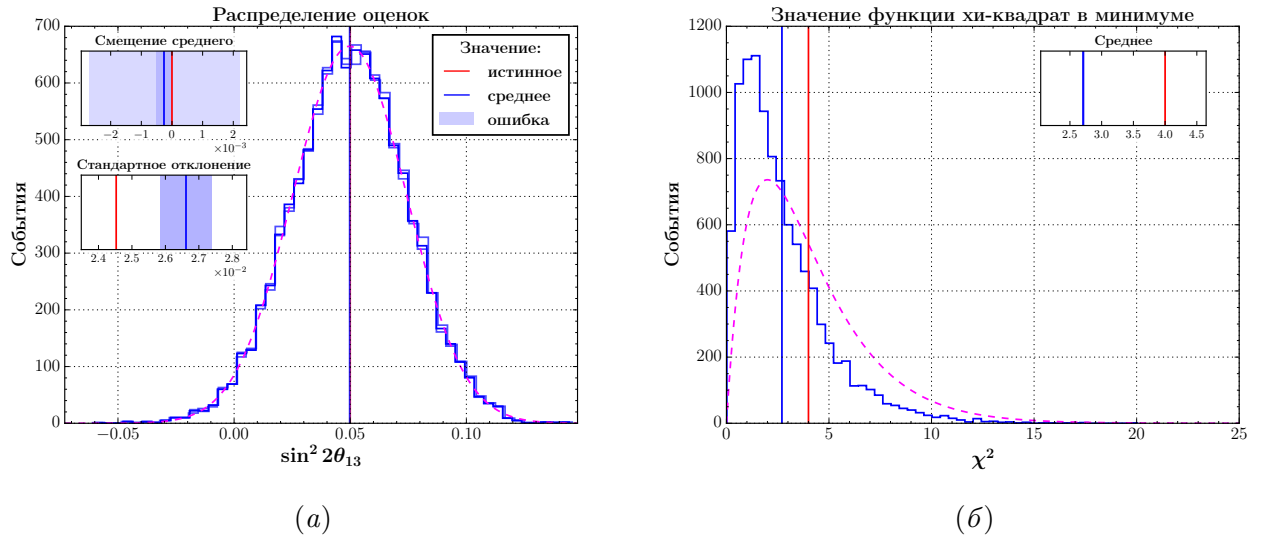


Рис. 4.2. Распределение оценок $\sin^2 2\theta_{13}$ (а) для модельных экспериментов со статистическими флуктуациями. При подгонке учитываются систематические погрешности. Соответствующее распределение значений функции хи-квадрат в минимуме (б). Синей линией отмечена средняя оценка параметра, а красной — его истинное значение. Пунктирным графиком изображены отмасштабированные плотности вероятности: нормального распределения (а) и распределения хи-квадрат с четырьмя степенями свободы (б).

4.4. Проверка ПО для спектрального анализа

4.4.1. Методика тестирования

Данное тестирование проводилось для версии `dybOscar`, используемой для анализа данных с учётом наблюдаемого спектра. В качестве номинальной используется модель эксперимента `Daya Bay`, соответствующая периоду 621 день. Результаты анализа данных эксперимента `Daya Bay` при помощи данной версии ПО приведены в разделах 5.3 и 5.4.

Для подгонки и оценки дисперсии используется ПО `Minuit` [198], включённое в ПО `ROOT` [195].

В первом тесте для подгонки используется ковариационная матрица, вычисленная для номинальных значений параметров. Также для исследования влияния точки расчёта ковариационной матрицы на результат подгонки тестирование проводится для нескольких дополнительных ковариационных матриц. В качестве альтернативных используются ковариационные матрицы, полученные, когда один или два осцилляционных параметра $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 смещены в положительную или отрицательную сторону на одно стандартное отклонение.

4.4.2. Флуктуации модельных параметров

Основной метод добавления случайных флуктуаций к модели — это вариация модельных параметров. В каждом эксперименте перед вычислением предсказания варьируются все модельные параметры. Предполагается, что все параметры в модели эксперимента `Daya Bay` имеют нормальное распределение вокруг среднего значения. Сами параметры и их неопределённости описаны в разделе 2.6. Плотность вероятности для наблюдаемых данных в данном случае описывается формулой (Б.1).

После добавления флуктуаций к параметрам и вычисления предсказания модели, к результату добавляются статистические флуктуации, ширина которых равна корню из количества событий в интервалах.

На рисунках 4.3–4.11 результаты, полученные при помощи флуктуаций параметров идут под отметкой (б).

4.4.3. Флуктуации наблюдаемых спектров в гауссовом приближении

Как показано в приложении Б, в случае, когда неопределённости модельных параметров достаточно малы и предсказание может быть разложено в ряд Тейлора по ним до линейных членов, флуктуации этих параметров приводят к нормальным флуктуациям наблюдаемых спектров. Тогда, для описания плотности вероятности наблюдать определённый спектр достаточно средних значений (предсказание при номинальных параметрах) и ковариационной матрицы, систематическая часть которой получается методом дифференцирования предсказания по параметрам, известным с неопределённостью.

Для заданного среднего μ_0 и полной ковариационной матрицы V , предсказание с флуктуациями получается следующим образом:

$$\mu = \mu_0 + \delta, \quad (4.7)$$

$$\delta = V^{\frac{1}{2}} z, \quad (4.8)$$

где μ_0 — ожидаемое среднее при номинальных параметрах, z — столбец независимых нормально распределённых величин с единичными дисперсиями $\sigma_i = 1$. Размерность z равна размерности μ . Матрица $V^{\frac{1}{2}}$ считается при помощи разложения Холецкого [202].

На рисунках 4.3–4.11 результаты, полученные при помощи флуктуаций наблюдаемых идут под отметкой (а).

4.4.4. Входные параметры

В качестве исследуемых параметров θ , используются следующие переменные:

— n — нормировка потока реакторных антинейтрино с номинальным значением

$$n^0 = 1, \quad (4.9)$$

— $\sin^2 2\theta_{13}$ — амплитуда смешивания нейтрино с номинальным значением

$$(\sin^2 2\theta_{13})^0 = 0.1, \quad (4.10)$$

— Δm_{32}^2 — расщепление масс нейтрино с номинальным значением

$$(\Delta m_{32}^2)^0 = 2.32 \cdot 10^{-3} \text{ МэВ}^2, \quad (4.11)$$

4.4.5. Пояснения к оформлению результатов

На рисунках 4.3–4.5 представлены полученные распределения для исследуемых параметров. На основном графике красной линией отмечено номинальное значение параметра в модели θ^0 , синей линией отмечено среднее распределения измеренных значений $\langle \hat{\theta} \rangle$; закрашенная синим область отражает интервалы $\langle \hat{\theta} \rangle \pm s$ (внутренний) и $\langle \hat{\theta} \rangle \pm 0.1\sigma^0$ (внешний). То же самое изображено во вкладке „смещение среднего“ с единственным отличием: изображены *смещения* относительно номинального значения, а не *абсолютные* значения. Во второй вкладке „стандартное отклонение“ красным отмечено стандартное отклонение σ^0 восстановленного значения, синим отмечено среднее значение оценки дисперсии $\langle \hat{\sigma} \rangle$, а закрашенная область соответствует его стандартному отклонению ς . Пунктирной линией изображена плотность вероятности нормального распределения со средним значением $\langle \hat{\theta} \rangle$ шириной σ^0 , нормированная на число событий и ширину интервала.

На рисунке 4.6 изображено двухмерное распределение оценок. Отмечены номинальное и среднее значение. Границы прямоугольной области соответствуют одномерным интервалам, отражающим одно стандартное отклонение для каждой из переменной независимо от остальных. Отмеченная прямоугольная область, следовательно, *не соответствует* двумерной области той же значимости.

На рисунке 4.8 изображены отклонения средних значений оценок от номинальных. Ошибки соответствуют стандартному отклонению среднего $\langle \hat{\theta} \rangle \pm s$. Синей областью отмечены интервалы, соответствующие $\langle \hat{\theta} \rangle \pm 0.1\sigma^0$ для каждого параметра в отдельности. Данная область *не соответствует* двумерной области той же значимости.

Графики представлены парами: (а) соответствует гауссовым флуктуациям наблюдаемых спектров (см. раздел 4.4.3), (б) соответствует гауссовым флуктуациям параметров (см. раздел 4.4.2). Как уже было описано, подход (а) является приближённым следствием подхода (б).

4.4.6. Результаты исследования процесса подгонки

На рисунках 4.3–4.5 представлены распределения оценок параметров $\sin^2 2\theta_{13}$, Δm_{32}^2 и n соответственно. Видно, что во всех случаях распределения очень близки к нормальному. Кроме того, результаты для метода флуктуации наблюдаемых спектров хорошо согласуются с результатами метода флуктуации параметров. Это говорит о том, что линейное приближение по систематическим параметрам работает хорошо, и, следовательно приме-

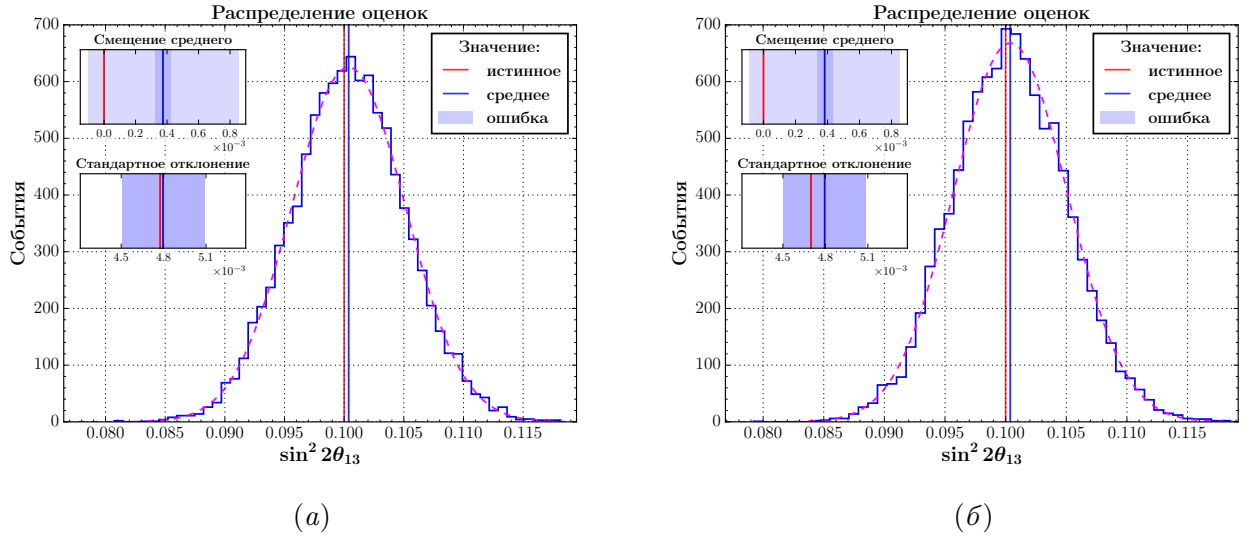


Рис. 4.3. Распределение оценок параметра $\sin^2 2\theta_{13}$. Флуктуации наблюдаемых спектров (а), флуктуации модельных параметров (б). Подробное описание дано в разделе 4.4.5.

нение функции хи-квадрат с ковариационной матрицей для поиска оптимальных значений параметров в данном случае оправдано.

Для всех параметров среднее значение находится в пределах $0.1\sigma^0$, а для параметров Δm_{32}^2 и n также в пределах стандартного отклонения среднего. В случае $\sin^2 2\theta_{13}$ присутствует незначительный систематический сдвиг среднего значения. Оценки дисперсий параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 , полученные в процессе подгонки хорошо согласуются с модельными дисперсиями распределений этих параметров. Оценки дисперсии нормировки сильно отклоняется от ширины распределения в относительном смысле, однако, в абсолютных значениях отклонение порядка 10^{-4} представляется несущественным.

На рисунке 4.6 представлено двухмерное распределение для восстановленных параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 . Можно отметить отсутствие особенностей в распределениях и слабую корреляцию между параметрами.

На рисунке 4.7 изображены распределения значений функции хи-квадрат в минимуме. Пунктиром отмечена плотность вероятности хи-квадрат с 253 степенями свободы, нормированная на число событий и ширину интервала. Количество степеней свободы определяется как $8 \times 32 - 3$: для каждого из 8-и детекторов используется по 32 энергетических интервала, минус 3 степени свободы по числу свободных параметров.

Видно, что в гауссовом пределе распределение хорошо соответствует плотности вероятности хи-квадрат. В более точной модели флуктуаций модельных параметров, как и

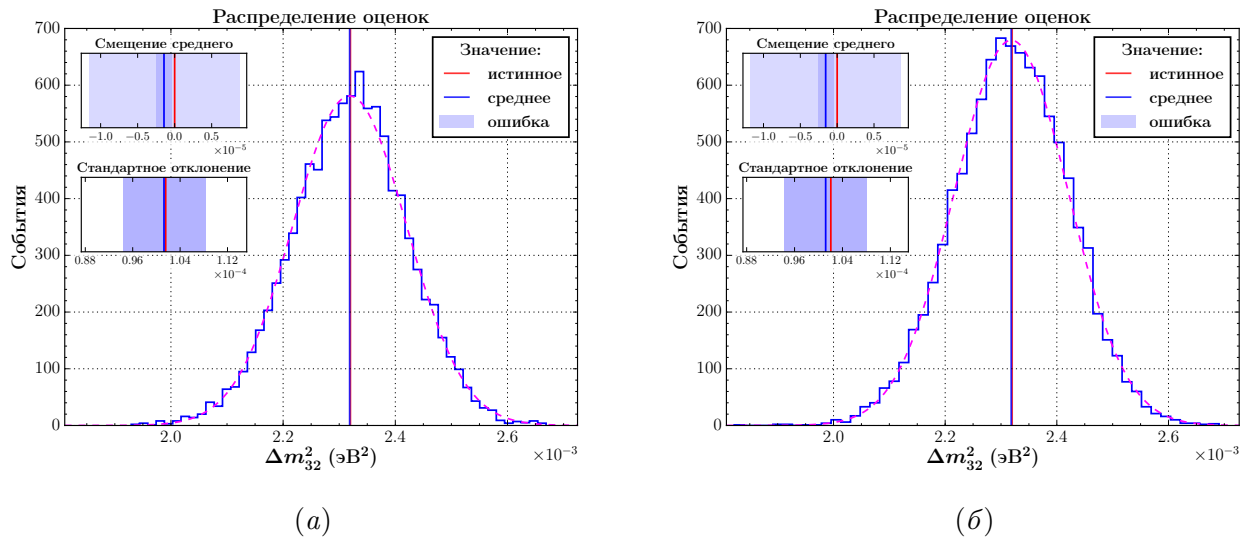


Рис. 4.4. Распределение оценок параметра Δm_{32}^2 . Флуктуации наблюдаемых спектров (а), флуктуации модельных параметров (б). Подробное описание дано в разделе 4.4.5.

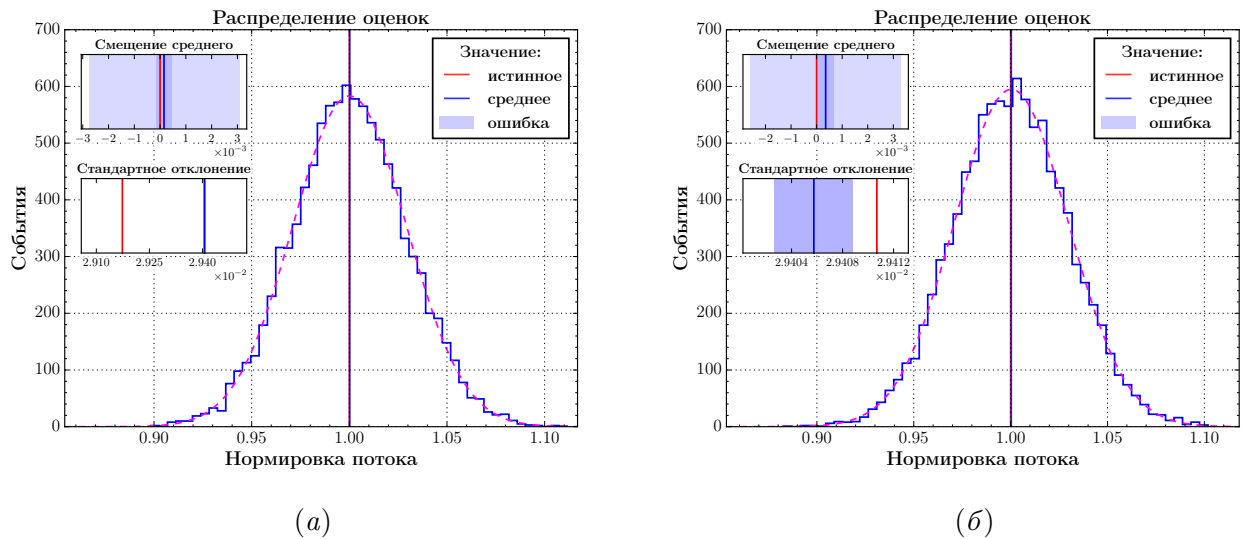


Рис. 4.5. Распределение оценок нормировки потока n . Флуктуации наблюдаемых спектров (а), флуктуации модельных параметров (б). Подробное описание дано в разделе 4.4.5.

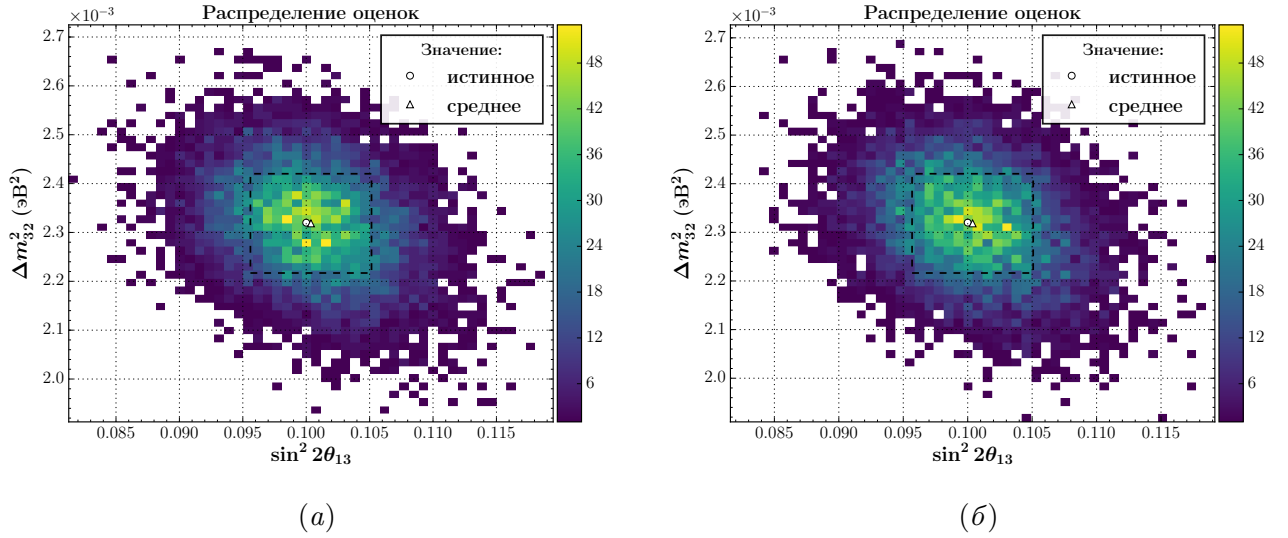


Рис. 4.6. Распределения оценок параметров Δm_{32}^2 и $\sin^2 2\theta_{13}$. Флуктуации наблюдаемых спектров (а), флуктуации модельных параметров (б). Подробное описание дано в разделе 4.4.5.

ожидается, между распределениями присутствуют отклонения. Тем не менее, как видно из рисунков 4.3–4.6, в этом случае результат оценки параметров также хорошо согласуется с номинальными значениями, а оценка дисперсии соответствует реальной ширине распределений.

Для исследования влияния точки расчёта ковариационной матрицы на результат, тестирование проводилось для восьми дополнительных ковариационных матриц, рассчитанных для значений параметров $\sin^2 2\theta_{13} = (\sin^2 2\theta_{13})^0 \pm \sigma^0$ и $\Delta m_{32}^2 = (\Delta m_{32}^2)^0 \pm \sigma^0$. Средние значения для девяти экспериментов по 10000 тестов, включающих также эксперимент с номинальной ковариационной матрицей, представлены на рисунке 4.8. Видно, что результат достаточно слабо зависит от выбора значения параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 при вычислении ковариационной матрицы, по крайней мере в пределах ошибок параметров подгонки. Для результатов всех тестов присутствует незначительное, менее $0.1\sigma^0$, смещение параметра $\sin^2 2\theta_{13}$, которое объясняется ниже.

Была также проведена дополнительная проверка, в которой использовалась линейная по исследуемым параметрам модель, полученная при помощи численного разложения в ряд Тейлора. Для этого использовался якобиан модели по всем систематическим параметрам, полученный при помощи существующего функционала `dybOscar`. В этом случае решение может быть получено аналитически, как описано в разделе Б.3. Результаты представлены на рисунке 4.9. Данные распределения демонстрируют смещение, находящееся в пределах

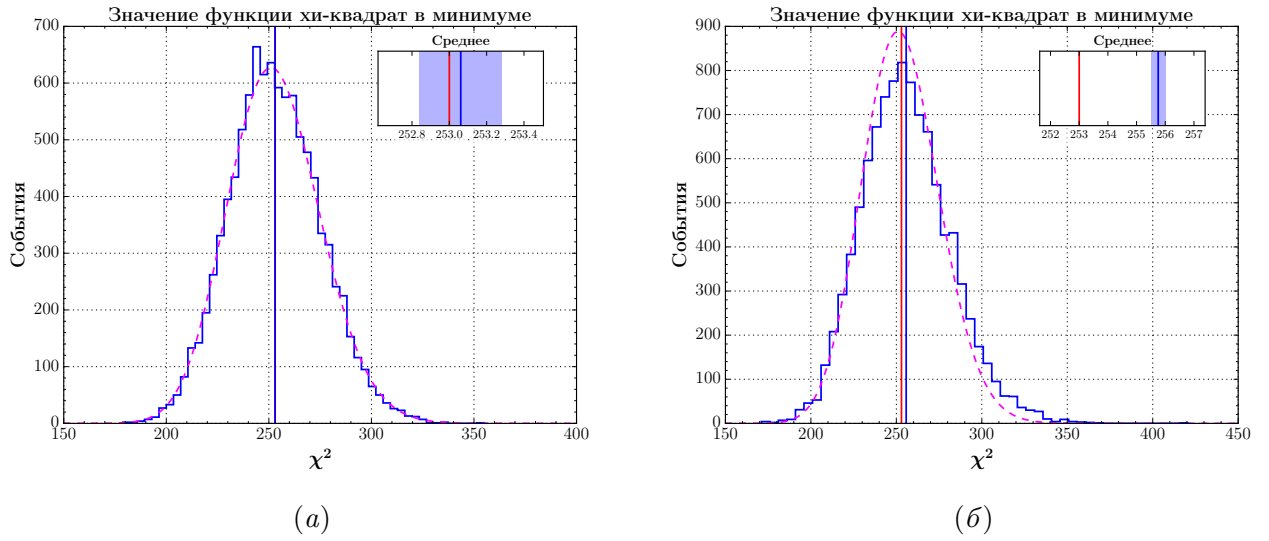


Рис. 4.7. Распределение значений функции хи-квадрат в минимуме. Флуктуации наблюдаемых (а), флуктуации параметров (б).

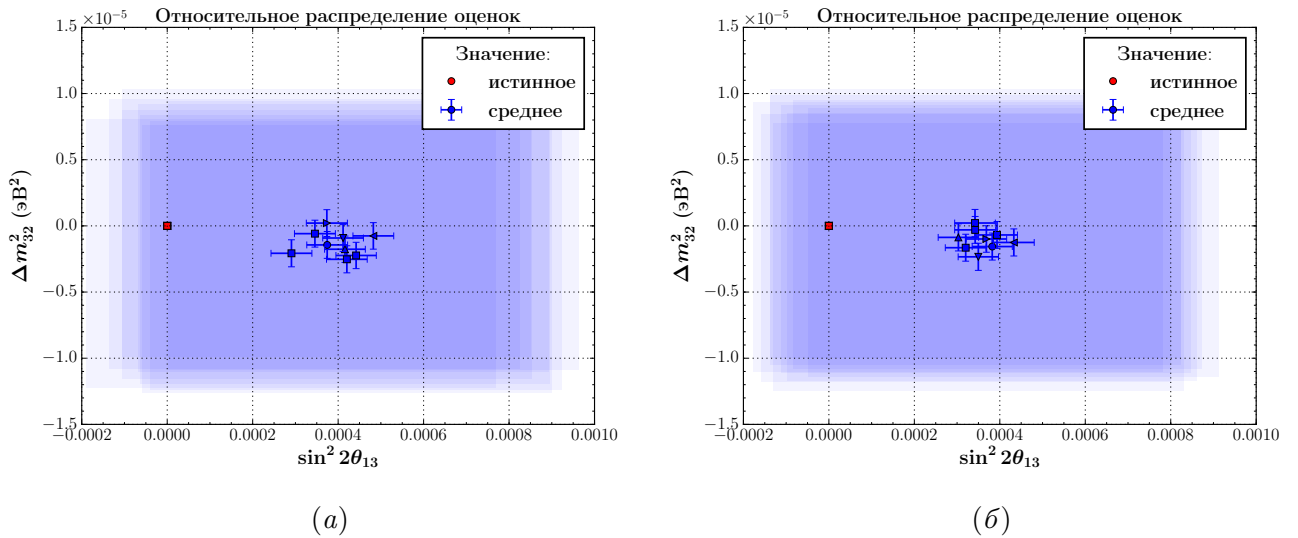


Рис. 4.8. Средние значения распределений оценок параметров Δm_{32}^2 и $\sin^2 2\theta_{13}$ для функций хи-квадрат с ковариационной матрицей. Отдельные точки соответствуют подгонкам с использованием ковариационных матриц, посчитанных для восьми не номинальных значений параметров Δm_{32}^2 и $\sin^2 2\theta_{13}$ и для одного номинального.

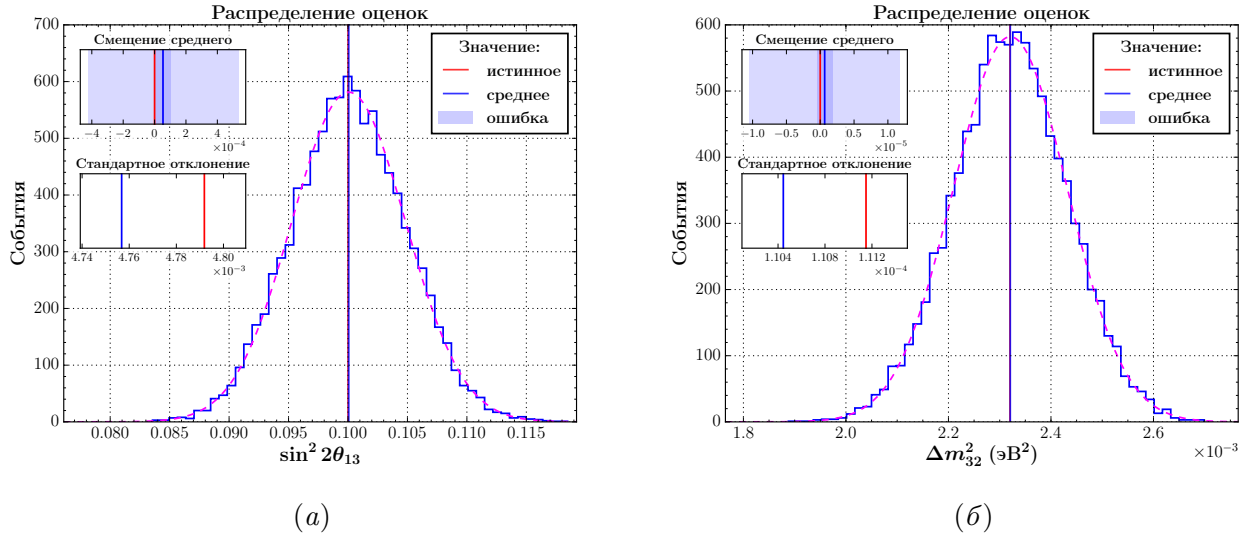


Рис. 4.9. Распределения оценок параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ (а) и Δm_{32}^2 (б), полученные в линейной модели.

стандартного отклонения среднего. Можно сделать вывод, что наблюдаемое в случае реалистичной модели смещение связано с нелинейной зависимостью модели от параметров Δm_{32}^2 и $\sin^2 2\theta_{13}$ в области минимума.

4.4.7. Влияние модели спектра антинейтрино от реактора на оценку осцилляционных параметров

Отдельное внимание было уделено используемой модели антинейтринного спектра. Для осцилляционного анализа используются антинейтринные спектры Huber+Mueller с соответствующими неопределённостями (см. раздел 1.3). В связи сложностями предсказания реакторного антинейтринного спектра, а также указаний последних результатов экспериментов Double CHOOZ, Reno и Daya Bay на наличие отклонений модели от наблюдения в области 6 МэВ [27; 77; 203], необходимо рассмотреть случай использования отличающихся антинейтринных спектров при подгонке. Отклонения в спектральных моделях рассмотрены в разделах 1.3.3.5 и 1.3.3.6

Данное исследование полностью повторяет методику, описанную в предыдущем разделе с единственной разницей: в качестве модельных, используются антинейтринные спектры Fallot, а для подгонки спектры Huber+Mueller. Были рассмотрены два подхода к учёту неопределённостей моделей антинейтринных спектров при подгонке: а) используются неопределённости, указанные в соответствующих работах и б) используется свободный усреднённый спектр реакторных антинейтрино. Методика подгонки свободного усреднённого

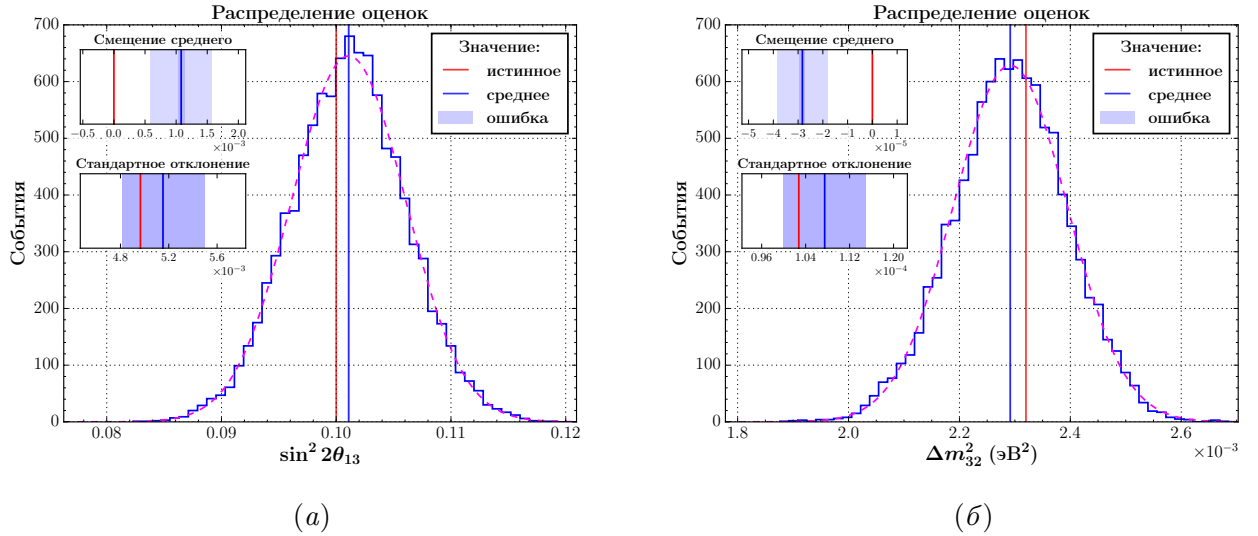


Рис. 4.10. Распределения оценок $\sin^2 2\theta_{13}$ (а) и Δm_{32}^2 (б). В качестве модели использовались антинейтринные спектры Fallot, а для подгонки спектры Huber+Mueller.

ного спектра описана в разделе 3.3.6. В качестве основы для усреднения используются антинейтринные спектры Huber+Mueller.

Полученные результаты для параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 в случае ограниченного спектра представлены на рисунке 4.10. Видно, что, несмотря на сохранение нормальной формы, в результатах содержится отклонение порядка $0.2\sigma^0$ по обоим параметрам. Наблюдаемые отклонения связаны по большей части с ограничениями спектров антинейтрино и описаны в разделе А.4.

Для того, чтобы избежать подобных отклонений был реализован режим со свободными параметрами усреднённого антинейтринного спектра. Результаты подгонки параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 для данного случая представлены на рисунке 4.11. Очевидно, что используемая свободная параметризация спектра антинейтрино позволяет избавиться от модельно зависимых отклонений в результатах анализа. Результаты подгонки параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 находятся в хорошем соответствии с результатами из раздела 4.4.6, полученными с использованием одинаковых моделей спектра антинейтрино как для имитации данных, так и для подгонки.

4.4.8. Заключение

Представленные результаты тестирования процедуры подгонки на модельных данных говорят о том, что выбранный для исследования метод минимизации функции хи-квадрат

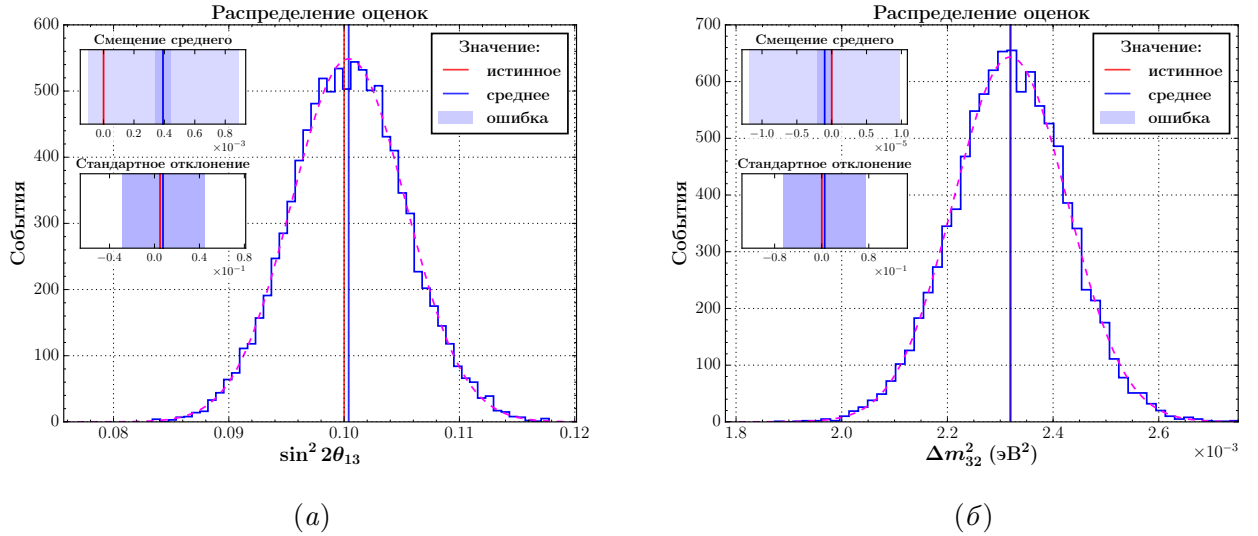


Рис. 4.11. Распределения оценок параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ (а) и Δm_{32}^2 (б) для случая подгонки со свободным спектром антинейтрино. В качестве модели использовались антинейтринные спектры Fallot, в то время как для подгонки использован свободный усреднённый спектр на основе модели Huber+Mueller (см. раздел 3.3.6).

с ковариационной матрицей хорошо подходит для поставленной задачи. Результат подгонки в среднем слабо зависит от выбора значений параметров осцилляций для расчёта ковариационной матрицы и находится вблизи номинальных значений параметров. Оценки дисперсий согласуются с модельными дисперсиями распределений параметров.

Результат подгонки параметра $\sin^2 2\theta_{13}$ незначительно, менее чем на $0.1\sigma^0$, смещён относительно номинального значения, что на данном уровне точности может быть проигнорировано. Был проведён ряд тестов для исследования данного отклонения. Во-первых, при отсутствии флуктуаций восстанавливаются номинальные значения параметров. Во-вторых, при наличии флуктуаций в случае полностью линейной модели смещения средних находятся в пределах стандартных отклонений. На основании данных фактов сделан вывод, что данное смещение связано с нелинейной зависимостью модели от параметров Δm_{32}^2 и $\sin^2 2\theta_{13}$.

Показано, что использование ограниченных антинейтринных спектров приводит к отклонениям в результатах осцилляционного анализа. Для периода набора данных 621 день использование антинейтринных спектров Fallot в качестве модели приводит к отклонениям обоих исследуемых параметров осцилляций порядка $0.2\sigma^0$. Ожидается, что данное отклонение будет расти по мере набора статистики.

Использование параметризации усреднённого антинейтринного спектра со свободными параметрами позволяет избежать отклонений в результатах подгонки, связанных с отличиями используемых в модели антинейтринных спектров от реальных.

Данные наблюдения согласуются с выводами приложения А.4. Действительно, „относительное“ измерение, которое позволяет „сократить“ коррелированные неопределённости спектра антинейтрино при наблюдении потока и спектра антинейтрино в дальнем детекторе относительно наблюдения ближних детекторов реализуется в только одном случае. Это происходит когда при подгонке параметров используется модель спектра антинейтрино со свободными параметрами.

4.5. Исследование отклонений в оценке параметров, возникающих при использовании метода χ^2 с ковариационной матрицей, зависящей от параметров подгонки

На первых этапах реализации осцилляционного анализа в `dubOscar`, использующего подгонку параметров при помощи минимизации была использована функция хи-квадрат с матрицей ошибок, которая зависела от параметров подгонки. При проверке методики на основе модельных данных было обнаружено, что восстанавливаемая нормировка переоценивается в среднем на 5%. В результате исследования данной проблемы были получены критерии применимости функции хи-квадрат с ковариационной матрицей для оценки параметров, а также получен способ коррекции, позволяющий избежать смещения.

В данном разделе рассмотрена простая численная модель, иллюстрирующая проблему. Показана возможность компенсации смещения. Теоретическая часть описана в приложении Б.

4.5.1. Модель и методика тестирования

В качестве теоретической модели используется простейшее линейное выражение:

$$\mu(n) = n\mu_0, \quad (4.12)$$

где μ_0 — столбец с исходным спектром, а n — единственный параметр, нормировочный коэффициент.

В качестве наблюдаемых данных используется номинальная модель μ_0 с добавлением флуктуаций:

$$x = \mu_0 + \Delta, \quad (4.13)$$

где случайная добавка Δ распределена нормально с матрицей ошибок V_0 , состоящей из статистической и систематической частей:

$$V_0 = V_0^{\text{стат.}} + V_0^{\text{сист.}}, \quad (4.14)$$

где $(V_0^{\text{стат.}})_{ij} = \delta_{ij}\mu_0^i$.

В качестве номинальной модели μ_0 используется предсказание наблюдаемых спектров для периода набора данных 217 дней для шести детекторов эксперимента Daya Bay с

полным числом интервалов равным 162. В качестве $V_0^{\text{сист.}}$ используется соответствующая матрица систематических ошибок. Модель и матрица ошибок более подробно рассмотрены в разделах 3.3 и 3.6.

Для подгонки используется функция хи-квадрат с ковариационной матрицей:

$$\chi^2(n) = (x - n\mu_0)^T V^{-1}(n) (x - n\mu_0), \quad (4.15)$$

где для получения V используется два подхода (см. приложение Б.5):

1. Ковариационная матрица со статистическими ошибками Пирсона:

$$V(n) = nV_0^{\text{стат.}} + n^2V_0^{\text{сист.}} \quad (4.16)$$

2. Ковариационная матрица со статистическими ошибками Неймана:

$$V(n) = V_x^{\text{стат.}} + n^2V_0^{\text{сист.}}, \quad (4.17)$$

где $V_x^{ij} = \delta_{ij}x_i$ — статистические ошибки на основе наблюдения.

Кроме того, используется эстиматор максимума правдоподобия (Б.16) отличающийся от функции хи-квадрат на величину $\log |V(n)|$.

Процесс анализа схож с процессом, описанным в разделе 4.4. Моделируется 10 000 „экспериментов“, в каждом из которых флуктуации Δ разыгрываются согласно нормальному распределению с ковариационной матрицей V_0 . Столбец Δ используется для создания наблюдаемого спектра x , который участвует в задаче подгонки нормировки n методом минимизации функции хи-квадрат (4.15). Полученная оценка нормировки должна в среднем совпадать с истинным значением $\langle n \rangle = 1$. Отличие среднего значения n от единицы, превышающее статистическую погрешность, говорит о вносимом используемым методом отклонении.

4.5.2. Результаты

Результаты подгонки нормировки методом минимизации функции хи-квадрат представлены на рисунке 4.12 для конструкций Неймана и Пирсона. Во вкладке отмечено смещение среднего от истинного значения и указаны две области, соответствующие стандартному отклонению среднего σ_μ (внутренняя) и десятой доле ширины распределения (большая). Очевидно значительное отклонение средней нормировки от единицы, особенно в случае конструкции Пирсона.

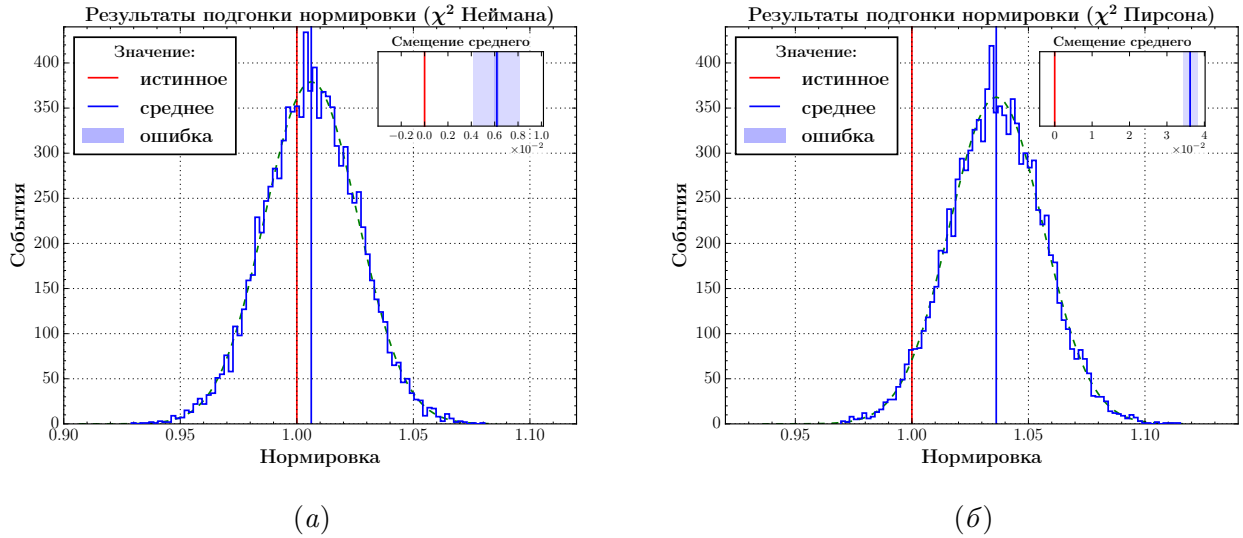


Рис. 4.12. Оценка нормировки методом минимизации функции хи-квадрат конструкции Неймана (а) и Пирсона (б).

Использование функции хи-квадрат, поправленной на логарифм определителя матрицы ошибок, позволяет значительно сократить систематическое смещение в обоих случаях, что может быть видно из рисунка 4.13.

Эксперимент был повторён для различных „срезов“ x размерностей от 6 до 162. То есть, в качестве модели сначала использовался столбец, состоящий из первых шести элементов x , затем, из первых десяти и так далее. Ковариационная матрица обрезалась соответственно.

Сравнение результатов приведено на рисунке 4.14. Из рисунка видно, что смещение более значительно для случая ошибок Пирсона, что связано с более сильной зависимостью матрицы ошибок от параметра подгонки. В обоих подходах учёта статистических ошибок добавление члена $\log |V|$ позволяет избавиться от смещения. Впрочем, при использовании конструкции Неймана незначительное смещение, связанное с наличием флуктуаций в матрице ошибок, всё ещё остаётся.

Игнорируя влияние формы матрицы ошибок можно также отметить, что смещение более заметно проявляется в задачах большей размерности > 50 и может быть незаметно в задачах с небольшим числом наблюдаемых.

4.5.3. Аналитические решения

Рассмотрим ещё раз линейную модель размерности N :

$$x = k\mu + \Delta, \quad (4.18)$$

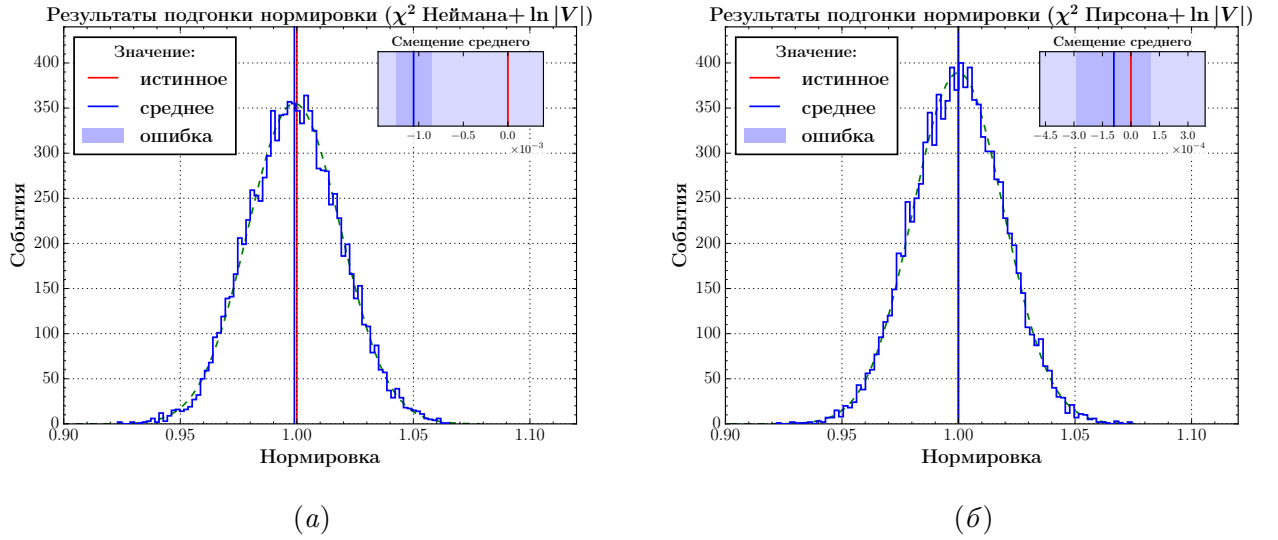


Рис. 4.13. Оценка нормировки методом максимизации эstimатора правдоподобия со статистическими ошибками Неймана (а) и Пирсона (б).

где постоянная k — истинное значение нормировки, а Δ — столбец нормально распределённых случайных величин со средним в нуле и дисперсией $k\mu$. Для удобства, введём обозначение для суммарной статистики: $M = \sum_{i=1}^N \mu_i$.

Так как величины Δ_i распределены нормально с дисперсией $k\mu_i$, то сумма $\sum_i \Delta_i^2/k\mu_i$ будет распределена по закону хи-квадрат с N степенями свободы.

4.5.3.1. Конструкция Пирсона

В случае конструкции Пирсона статистические ошибки при минимизации зависят от нормировки:

$$V_{ij}^P = \delta_{ij}n\mu_j = nV, \quad (4.19)$$

$$\chi_P^2 = (x - n\mu)^T \frac{1}{n} V^{-1} (x - n\mu). \quad (4.20)$$

Решение для минимума выражения (4.20) получается следующим:

$$\begin{aligned} n &= \sqrt{\frac{xV^{-1}x}{\mu V^{-1}\mu}} = \sqrt{k^2 + \frac{2k}{M} \sum_i \Delta_i + \frac{1}{M} \sum_i \frac{\Delta_i^2}{\mu_i}} \approx \\ &\approx k \left(1 + \frac{1}{kM} \sum_i \Delta_i + \frac{1}{2kM} \sum_i \frac{\Delta_i^2}{k\mu_i} \right). \end{aligned} \quad (4.21)$$

Что в среднем

$$\langle n \rangle \approx k + \frac{N}{2M} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{M^2}\right) \quad (4.22)$$

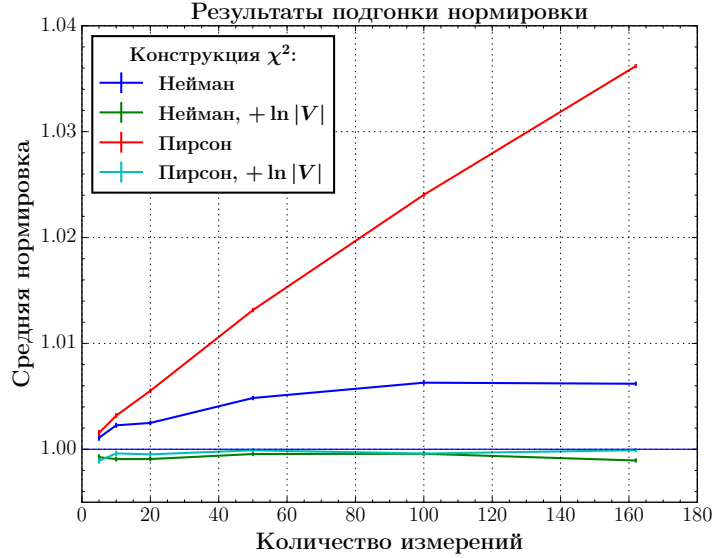


Рис. 4.14. Среднее значение реконструированной нормировки в зависимости от размерности x для метода минимизации простой и поправленной функций хи-квадрат со статистическими ошибками Неймана и Пирсона. В качестве ошибок отмечено стандартное отклонение среднего.

даёт переоценку нормировки на величину половины отношения числа интервалов к суммарной статистике $N/2M$ при $k = 1$.

4.5.3.2. Конструкция Неймана

Функция хи-квадрат со статистическими ошибками Неймана может быть записана следующим образом:

$$\chi_N^2 = (x - n\mu)^T V_N^{-1} (x - n\mu), \quad (4.23)$$

где $(V_N^{-1})_{ij} = \delta_{ij}/x_i$. Подход Неймана (4.23) является приближением подхода Пирсона.

Получим решение для минимума функции (4.23):

$$n = \frac{\mu^T V^{-1} x}{\mu^T V^{-1} \mu} = \frac{M}{\sum_j \frac{\mu_j^2}{k\mu_j + \Delta_j}} \approx k + \frac{1}{M} \sum_j \Delta_j - \frac{1}{M} \sum_j \frac{\Delta_j^2}{k\mu_j}. \quad (4.24)$$

Если учесть, что Δ распределена нормально с дисперсией $k\mu$, то второй член выражения (4.24) будет иметь также нормальное распределение, а третий распределён как хи-квадрат с N степенями свободы. В среднем результат подгонки нормировки:

$$\langle n \rangle \approx k - \frac{N}{M} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{M^2}\right) \quad (4.25)$$

при $k = 1$ будет недооценён относительно истинной нормировки на небольшую величину отношения числа интервалов к суммарной статистике N/M .

4.5.3.3. Компенсация смещения

Рассмотрим случай эstimатора максимального правдоподобия, добавив к выражению (4.20) дополнительный член $\log |V|$:

$$\text{ML} = (x - n\mu)^T \frac{1}{n} V^{-1} (x - n\mu) + \log |nV|. \quad (4.26)$$

Минимум выражения (4.26) также может быть найден аналитически:

$$n = \sqrt{\left(\frac{N}{2\mu^T V^{-1} \mu}\right)^2 + \frac{x^T V^{-1} x}{\mu^T V^{-1} \mu}} - \frac{N}{2\mu^T V^{-1} \mu}. \quad (4.27)$$

На самом деле выражение (4.26) имеет два минимума, однако, один из них находится в нефизической области $n < 0$.

Из сравнения выражений (4.21) и (4.27) очевидно, что в среднем нормировка, полученная методом минимизации функции (4.26):

$$\langle n \rangle \approx k + \mathcal{O}\left(\frac{1}{M^2}\right) \quad (4.28)$$

будет лишена смещения в первом порядка по $1/M$. Остаточное смещение порядка $\mathcal{O}(1/M^2)$ связано с нелинейностью производной выражения (4.26).

4.5.3.4. Компенсация смещения в общем случае

Рассмотрим в общем случае эstimатор максимума правдоподобия:

$$\text{ML} = (x - \mu)^T V^{-1} (x - \mu) + \log |V|, \quad (4.29)$$

где как модель μ , так и матрица ошибок V зависят от параметра подгонки, а x распределены нормально вокруг некоторой истинной модели $\mu_0 = \mu(\theta_0)$ с истинной матрицей ошибок $V_0 = V(\theta_0)$:

$$x = \mu_0 + \Delta, \quad (4.30)$$

$$P(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N |V_0|}} e^{-\frac{1}{2} \Delta^T V_0^{-1} \Delta}. \quad (4.31)$$

Подставим определение (4.30) в выражение (4.29). Параметр θ , максимизирующий правдоподобие, даётся решением следующего уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{d\text{ML}}{d\theta} = & -2 \frac{d\mu^T}{d\theta} V^{-1} (\mu_0 - \mu) + (\mu_0 - \mu)^T \frac{dV^{-1}}{d\theta} (\mu_0 - \mu) - \\ & - 2 \frac{d\mu^T}{d\theta} V^{-1} \Delta + 2(\mu_0 - \mu)^T \frac{dV^{-1}}{d\theta} \Delta + \Delta^T \frac{dV^{-1}}{d\theta} \Delta - \text{tr} \left(V \frac{dV^{-1}}{d\theta} \right) = 0. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Для вычисления производной от $\log |V|$ была использована формула для производной определителя матрицы:

$$\frac{d \log |A|}{d\theta} = \frac{1}{|A|} \frac{d|A|}{d\theta} = \text{tr} \left(A^{-1} \frac{dA}{d\theta} \right), \quad (4.33)$$

где $A^{-1} = V$.

Рассмотрим более подробно элементы выражения (4.32), и то, как они себя будут вести в среднем. Первый член этого выражения

$$\left\{ \frac{d\text{ML}}{d\theta} \right\}_1 = -2 \frac{d\mu^T}{d\theta} V^{-1} (\mu_0 - \mu) \quad (4.34)$$

связан с минимумом функции хи-квадрат с постоянными ошибками в случае отсутствия флуктуаций. Его минимум расположен в $\mu = \mu_0$, то есть при $\theta = \theta_0$.

Второй член возникает, когда матрица ошибок зависит от параметров минимизации. В частности это происходит в функции хи-квадрат Пирсона:

$$\left\{ \frac{d\text{ML}}{d\theta} \right\}_2 = (\mu_0 - \mu)^T \frac{dV^{-1}}{d\theta} (\mu_0 - \mu). \quad (4.35)$$

Очевидно, что выражение (4.35) имеет ноль при $\theta = \theta_0$, как и (4.34).

Следующие три члена имеют стохастическую природу и приводят к случайным смещениям функции (4.32). Элементы

$$\left\{ \frac{d\text{ML}}{d\theta} \right\}_3 = -2 \frac{d\mu^T}{d\theta} V^{-1} \Delta, \quad (4.36)$$

$$\left\{ \frac{d\text{ML}}{d\theta} \right\}_4 = 2(\mu_0 - \mu)^T \frac{dV^{-1}}{d\theta} \Delta \quad (4.37)$$

являются линейными комбинациями нормально распределённых величин, и, следовательно сами распределены нормально со средним равным нулю. Другими словами, члены (4.36) и (4.37) смещают функцию (4.32) равновероятно в положительную и в отрицательную стороны.

Следующий элемент, однако, является квадратичной формой:

$$\left\{ \frac{d\text{ML}}{d\theta} \right\}_5 = \Delta^T \frac{dV^{-1}}{d\theta} \Delta. \quad (4.38)$$

Значение (4.38) в каждом конкретном случае будет зависеть от связи ковариационной матрицы V с параметрами модели. При определённых обстоятельствах элемент (4.38) будет смещать значение (4.32) систематически в одну сторону, при этом смещая положение оптимальных параметров. Например, в случае, когда ковариационная матрица зависит от

параметра линейно $V = nV_0$ выражение (4.38) даст:

$$\left\{ \frac{dML}{dn} \right\}_5 = -\frac{1}{n^2} \Delta^T V_0^{-1} \Delta. \quad (4.39)$$

Как было показано ранее, среднее $\langle \Delta^T V_0^{-1} \Delta \rangle = N$ это среднее распределения хи-квадрат с N степенями свободы, то есть выражение (4.39) будет смещать значение (4.32) в среднем на $-N$ при $n = 1$.

Можно показать, что последний член, связанный с логарифмом определителя матрицы ошибки

$$\left\{ \frac{dML}{d\theta} \right\}_6 = -\text{tr} \left(V \frac{dV^{-1}}{d\theta} \right) \quad (4.40)$$

в среднем компенсирует смещение, вызванное членом (4.38). Сумма выражений (4.38) и (4.40) даёт:

$$\Delta^T \frac{dV^{-1}}{d\theta} \Delta - \text{tr} \left(V \frac{dV^{-1}}{d\theta} \right) = \sum_{ij} (\Delta_i \Delta_j - V_{ij}) \frac{dV_{ij}^{-1}}{d\theta}. \quad (4.41)$$

Усредним выражение (4.41), принимая во внимание симметричность матрицы ошибок и то, что $\langle \Delta_i \Delta_j \rangle = V_{ij}^0$:

$$\left\langle \Delta^T \frac{dV^{-1}}{d\theta} \Delta - \text{tr} \left(V \frac{dV^{-1}}{d\theta} \right) \right\rangle = \text{tr} \left((V_0 - V) \frac{dV^{-1}}{d\theta} \right). \quad (4.42)$$

Выражение (4.42) в среднем обращается в ноль при $V(\theta) = V_0$, то есть при $\theta = \theta_0$.

В среднем при нормальных флуктуациях данных выражение (4.32) обращается в ноль при $\theta = \theta_0$. Это, однако, не означает, что значения искомого параметра в среднем будут совпадать с истинными. Если производная от ML является линейной по искомому параметру θ , решение уравнения также является линейной функцией и будет распределено нормально. При нелинейной зависимости решение для θ будет иметь несимметричное распределение, и, следовательно в среднем будет смещено от истинного значения.

Таким образом, использование функции хи-квадрат с ошибками, зависящими от параметров подгонки может приводить к смещению полученных параметров. Данное смещение связано с естественной необходимостью учёта нормировочного множителя нормального распределения. Как было показано в разделе 4.5.2 величина смещения, по крайней мере в случае подгонки нормировки, связана с размерностью данных и может быть пренебрежительно малой для задач с небольшим количеством интервалов. Это смещение имеет исключительно стохастическую природу и отсутствует при подгонке к модельным данным, не содержащим флуктуаций. Поэтому оно может быть упущено при тестировании алгоритма подгонки на подобных данных.

4.5.3.5. Об оценке неопределённости

Очевидно, что выражение (4.29) не является функцией хи-квадрат и оценка доверительного интервала искомым параметров методом поиска решения уравнения $\Delta\chi^2 = \chi_\alpha^2(k)$ в данном случае может быть неприменима. Здесь $\chi_\alpha^2(k)$ — это критическое значение для функции хи-квадрат с k степенями свободы для уровня значимости α .

Поэтому, распределение значений ΔML при флуктуациях данных должно быть исследовано специально для поставленной задачи. Методика подобного исследования известна как метод Фельдмана-Казинса [204].

К сожалению, даже для простых задач метод Фельдмана-Казинса является довольно ресурсо- и времени-затратным, что делает его малоприемлемым для задач, использующих формулу (4.29) из-за необходимости на каждом шаге подгонки обращать матрицу ошибок и вычислять её определитель.

Поэтому, оптимальным вариантом из описанных представляется использование функции хи-квадрат с фиксированной при подгонке ковариационной матрицей.

4.6. Заключение к четвёртой главе

В данной главе было продемонстрировано, что выбранная методика подходит для осцилляционного анализа данных эксперимента Daya Bay. Результат анализа, полученный посредством ПО `dybOscar`, статистически стабилен, а оценка доверительных интервалов исследуемых параметров соответствует их модельным дисперсиям.

Также было продемонстрировано, что использование функции хи-квадрат с ковариационной матрицей, зависящей от параметров подгонки, может приводить к смещению результата. Связано это с тем, что эстиматор максимального правдоподобия в случае нормального распределения должен, помимо функции хи-квадрат, включать логарифм определителя матрицы ошибок $\log |V|$.

Существует два метода, позволяющих избежать смещения. Первый — это использовать функцию хи-квадрат с ковариацией, не зависящей от параметров подгонки, а полученной для каких-то определённых значений. При этом, процедуру подгонки необходимо повторять несколько раз, итеративно обновляя значения ошибок на каждом шаге.

Второй — это вместо постулирования функции хи-квадрат построить функцию правдоподобия для данной задачи. Понимание того, как функция хи-квадрат связана с максимумом правдоподобия позволяет избежать смещения результатов. Полученная функция, впрочем, может оказаться весьма медленной и непригодной для оценки ошибок.

5. Измерение значений θ_{13} и Δm_{32}^2 в эксперименте Daya Bay

5.1. Введение

Основные компоненты, необходимые для проведения данного анализа: используемые параметры и входные данные, численная модель детектора, систематические неопределённости параметров модели и методика анализа были описаны в предыдущих разделах. В данном разделе представлены результаты осцилляционного анализа данных эксперимента Daya Bay при помощи ПО `dybOscar`: первое измерение угла смешивания θ_{13} на основе 55-и дней набора данных и улучшенный результат измерения угла смешивания на основе 139-и дней данных.

Эксперимент Daya Bay был спроектирован с расчётом измерения $\sin^2 2\theta_{13}$ с точностью до 0.01 в течение по крайней мере трёх лет набора данных. Однако, как было нами обнаружено, величина $\sin^2 2\theta_{13}$ примерно на порядок больше. Это позволило впервые измерить его значение, а также показать его отличие от нуля со статистической значимостью более 5 стандартных отклонений уже за первые 50 дней набора данных.

Неожиданно большое значение угла смешивания нейтрино θ_{13} открыло дорогу для измерения другого параметра — расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2 . В третьем и четвёртом разделах данной главы представлены результаты измерения параметров осцилляций нейтрино θ_{13} и Δm_{32}^2 на основе данных, набранных в периоды 621 день и 1230 дней соответственно.

Для осцилляционного анализа, описанного в данной работе были использованы данные о наблюдаемых событиях ОБР, а также оценка вклада фоновых событий, полученные другими группами эксперимента.

5.2. Измерение амплитуды осцилляций $\sin^2 2\theta_{13}$ на основе полного числа событий

5.2.1. Первое измерение $\sin^2 2\theta_{13}$ на основе данных, набранных за 55 дней

ПО `dybOscar` было использовано для оценки значения $\sin^2 2\theta_{13}$ на основе данных, набранных за период длительностью 55 дней.

Анализ проведён в режиме „поток“, то есть на основе чисел событий в каждом детекторе. Энергетический спектр при этом полностью игнорировался. Таким образом, данные имеют 6 степеней свободы (по числу детекторов). В подгонке участвуют 2 свободных параметра: $\sin^2 2\theta_{13}$ и нормировка потока. Для описания вероятности осцилляций была использована двух-нейтринная формула (2.2) и значение расщепления масс $\Delta m_{ee}^2 = 2.32 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$ из [87]. В анализе учитываются неопределённости 37-и параметров, описанные в разделе 2.6.2.

Для описания спектра реакторных нейтрино используются спектры ILL+Vogel.

Количество отобранных событий, средние эффективности детекторов и ожидаемое количество фоновых событий представлено в таблице 5.1.

Площадка Детектор	Ближняя, Daya Bay		Ближняя, Ling Ao	Дальняя		
	AD1	AD2	AD3	AD4	AD5	AD6
Кандидаты ОБР	28692	28857	22169	3536	3464	3461
Время набора данных (дни)	49.5527		49.4968	48.9453		
ε_μ	0.8143	0.8108	0.8460	0.9815	0.9803	0.9809
ε_m	0.9755	0.9758	0.9768	0.9743	0.9739	0.9738
Случайные совпадения (в день)	10.00 ± 0.06	10.11 ± 0.06	7.76 ± 0.05	3.37 ± 0.03	3.43 ± 0.03	3.21 ± 0.03
Быстрые нейтроны (в день)	0.95 ± 0.28		0.71 ± 0.22	0.07 ± 0.02		
${}^8\text{He}/{}^9\text{Li}$ (в день)	2.74 ± 0.64		1.45 ± 0.89	0.16 ± 0.08		
${}^{241}\text{Am}$ ${}^{13}\text{C}$ (в день)	0.2 ± 0.2		0.2 ± 0.2	0.2 ± 0.2		
${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$ (в день)	0.04 ± 0.02		0.035 ± 0.02	0.03 ± 0.02		

Таблица 5.1. Результат отбора событий ОБР и ожидаемое количество фоновых событий для периода 55 дней [205]. Количество фоновых событий учитывает эффективность $\varepsilon_\mu \varepsilon_m$.

Для нахождения оптимального значения $\sin^2 2\theta_{13}$ была использована функция хи-квадрат со штрафными членами. Для каждого значения параметров осцилляций $\sin^2 2\theta_{13}$ (и Δm_{ee}^2) значения нормировки и параметров, известных с неопределённостью, находились аналитически по формуле (Б.29).

Отношение наблюдаемых чисел событий к ожиданию при оптимальных параметрах, но в предположении отсутствия осцилляций представлено на рисунке 5.1. Видно, что гипотеза отсутствия нейтринных осцилляций не может объяснить наблюдение эксперимента Daya Bay. Недостаток антинейтрино виден в том числе ближними детекторами. При этом, зависимость потока антинейтрино от расстояния до реактора хорошо описывается в рамках двух-нейтринной модели осцилляций.

В результате подгонки получены следующие значения [206—208]:

$$\begin{aligned}\sin^2 2\theta_{13} &= 0.093 \pm 0.016 \text{ (стат.)} \pm 0.007 \text{ (сист.)}, \\ \chi_{\min}^2/\text{n.d.f.} &= 1.84/4.\end{aligned}\tag{5.1}$$

При подгонке значения $\sin^2 2\theta_{13}$ вычисляется полная ошибка. Для этого используется стандартный метод поиска $\Delta\chi^2 = 1$. Для оценки статистической части ошибки, значения систематических параметров фиксируются в оптимальных значениях и процедура поиска $\Delta\chi^2 = 1$ повторяется ещё раз. Систематическая часть ошибки вычисляется из полученных оценок как квадратичная разность: $\sigma_{\text{сист.}} = \sqrt{\sigma_{\text{full}}^2 - \sigma_{\text{stat}}^2}$.

Профиль функции хи-квадрат, представленный на рисунке 5.2*a*, хорошо описывается параболой. По оценке, полученной с использованием данного профиля, статистическая значимость отличия $\sin^2 2\theta_{13}$ от нуля соответствует 5-и стандартным отклонениям.

Область допустимых значений параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{ee}^2 , соответствующая уровням достоверности 1, 2 и 3 стандартных отклонения, представлена на рисунке 5.2*b*. Из рисунка видно, что для широкого диапазона значений $\sin^2 2\theta_{13}$ форма профиля χ^2 симметрична по Δm_{ee}^2 , что говорит об оптимальности выбора положения детекторов.

Результат хорошо согласуется с результатами, полученными другими группами, в том числе с официальным результатом [134].

5.2.2. Измерение $\sin^2 2\theta_{13}$ на основе данных, набранных за 139 дней

Следующий результат был получен после набора дополнительной статистики. Данный период имеет длительность 139 дней.

Количество отобранных событий, средние эффективности детекторов и ожидаемое количество фоновых событий представлены в таблице 5.2.

Помимо увеличенной статистики, данный анализ также отличается от предыдущего обновлёнными спектрами антинейтрино от реактора. В модели используются спектры Huber+Mueller. Для значения расщепления масс используется $\Delta m_{ee}^2 = 2.32 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$ [150].

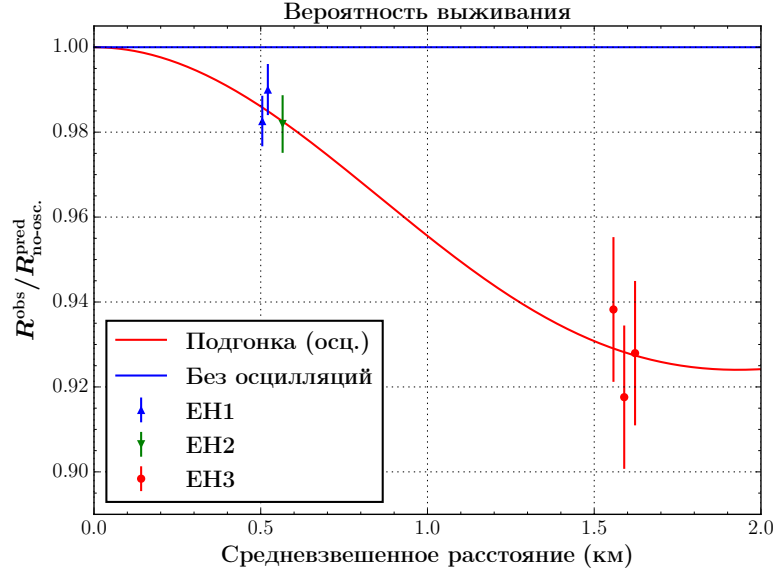


Рис. 5.1. Вероятность выживания реакторных электронных антинейтрино как функция от средневзвешенного расстояния до реактора, усреднённая по спектру реакторных антинейтрино для периода 55 дней. Точки соответствуют отношению наблюдаемого числа событий к ожидаемому в предположении отсутствия осцилляций. Указаны статистические ошибки. Отсчёты для дальних детекторов смещены на ± 50 м для наглядности.

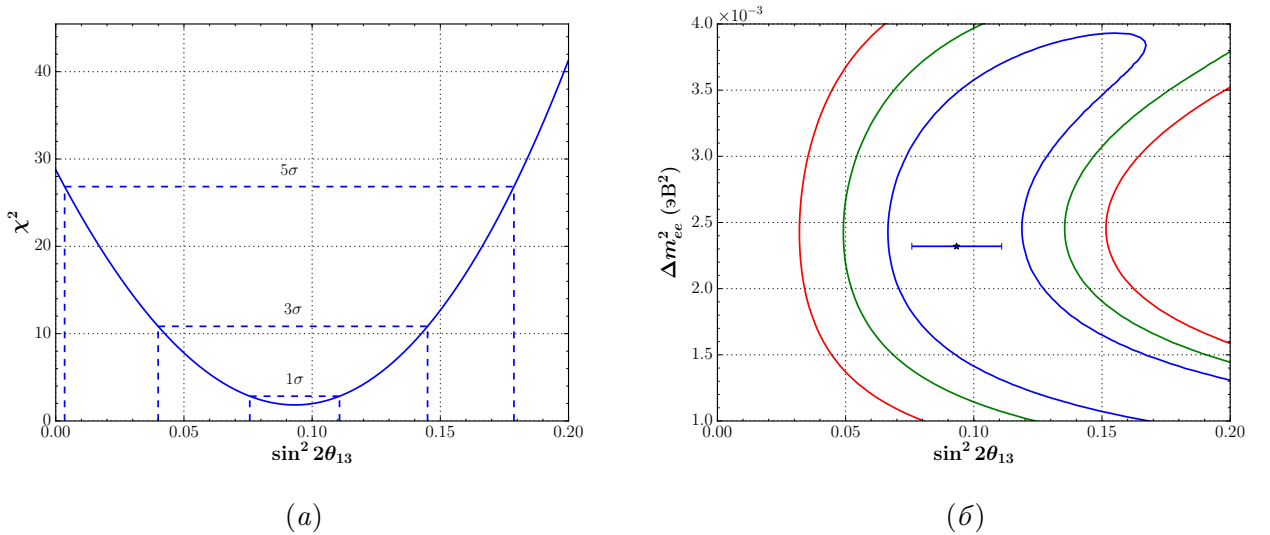


Рис. 5.2. Профиль функции χ^2 как функция $\sin^2 2\theta_{13}$ для периода 55 дней. Допустимые значения параметров осцилляций $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{ee}^2 (б). Отмечено оптимальное значение $\sin^2 2\theta_{13}$ при $\Delta m_{ee}^2 = 2.32 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$ с полной ошибкой.

Площадка Детектор	Ближняя, Daya Bay		Ближняя, Ling Ao	Дальняя		
	AD1	AD2	AD3	AD4	AD5	AD6
Кандидаты ОБР	68654	69336	65845	9819	9730	9518
Время набора данных (дни)	127.553		127.376	126.26		
ε_μ	0.814	0.8108	0.8464	0.9808	0.9802	0.9802
ε_m	0.9756	0.9759	0.9771	0.9758	0.9755	0.9753
Случайные совпадения (в день)	9.93 ± 0.06	9.84 ± 0.06	7.74 ± 0.06	3.14 ± 0.03	3.13 ± 0.03	3.02 ± 0.03
Быстрые нейтроны (в день)	0.94 ± 0.28		0.61 ± 0.19	0.05 ± 0.02		
${}^8\text{He}/{}^9\text{Li}$ (в день)	2.67 ± 0.66		1.02 ± 0.64	0.22 ± 0.06		
${}^{241}\text{Am}$ ${}^{13}\text{C}$ (в день)	0.179 ± 0.063		0.179 ± 0.063	0.179 ± 0.063		
${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$ (в день)	0.08 ± 0.04	0.07 ± 0.04	0.05 ± 0.03	0.04 ± 0.02	0.04 ± 0.02	0.04 ± 0.02

Таблица 5.2. Результат отбора событий ОБР для периода 139 дней [209]. Количество фоновых событий учитывает эффективность $\varepsilon_\mu\varepsilon_m$.

Отношение наблюдаемых чисел событий к ожиданию при оптимальных параметрах, но в предположении отсутствия осцилляций для данного анализа представлено на рисунке 5.3. В результате анализа данных о числах событий, аналогичного предыдущему, были получены следующие значения [209—211]:

$$\begin{aligned} \sin^2 2\theta_{13} &= 0.086 \pm 0.010 \text{ (стат.)} \pm 0.006 \text{ (сист.)}, \\ \chi_{\min}^2/\text{n.d.f.} &= 2.29/4. \end{aligned} \tag{5.2}$$

Профиль функции хи-квадрат, представленный на рисунке 5.4а, также хорошо описывается параболой. Статистическая значимость отличия $\sin^2 2\theta_{13}$ от нуля теперь соответствует 7-и стандартным отклонениям.

Область допустимых значений параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{ee}^2 для обновлённого анализа представлена на рисунке 5.4б.

Данный результат также хорошо согласуется с результатами, полученными другими группами, в том числе с официальным результатом [17].

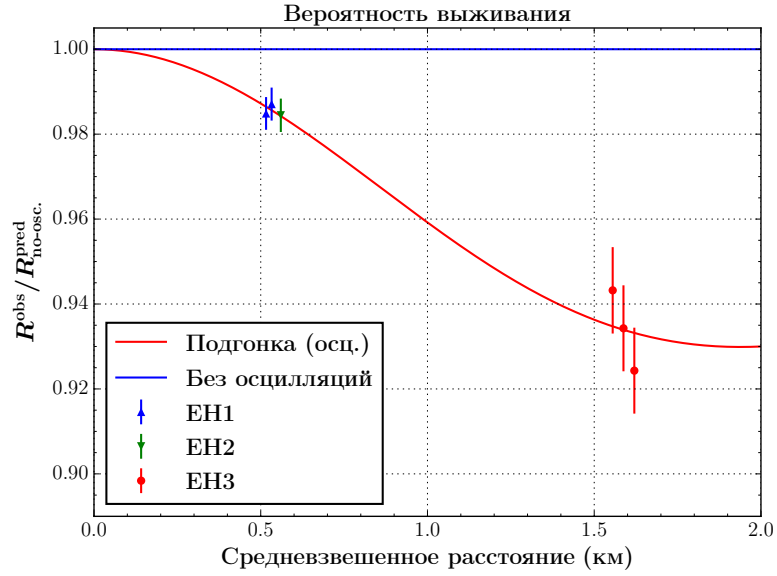


Рис. 5.3. Вероятность выживания реакторных электронных антинейтрино как функция от средневзвешенного расстояния до реактора, усреднённая по спектру реакторных антинейтрино для периода 139 дней. Точки соответствуют отношению наблюдаемого числа событий к ожидаемому в предположении отсутствия осцилляций. Указаны статистические ошибки. Отсчёты для дальних детекторов смещены на ± 50 м для наглядности.

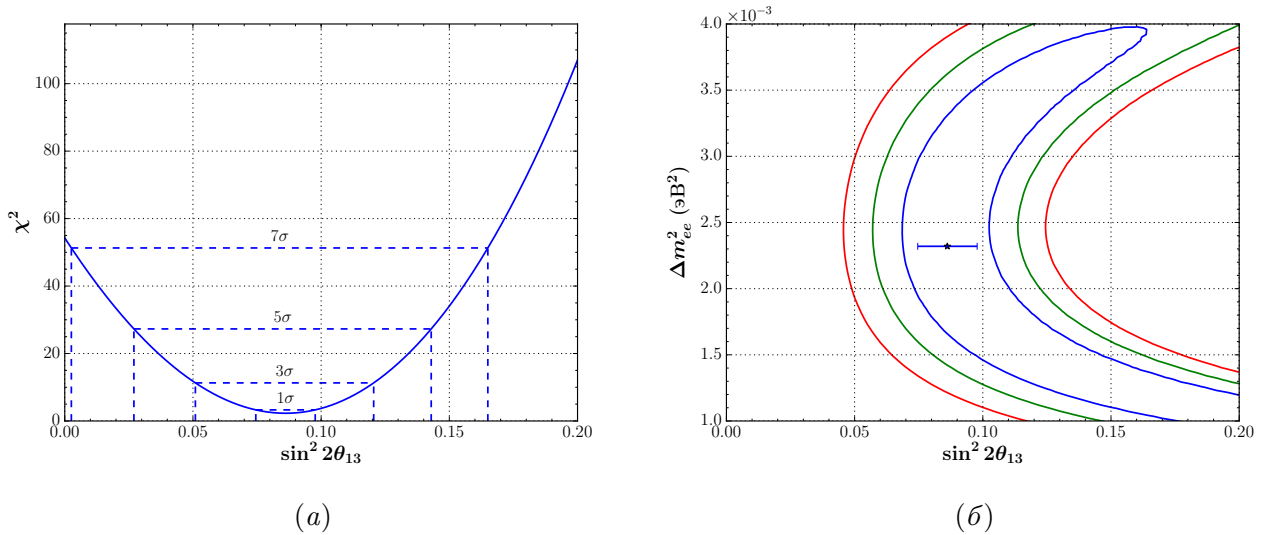


Рис. 5.4. Профиль функции χ^2 как функция $\sin^2 2\theta_{13}$ (а) для периода 139 дней. Допустимые значения параметров осцилляций $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{ee}^2 (б). Отмечено оптимальное значение $\sin^2 2\theta_{13}$ при $\Delta m_{ee}^2 = 2.32 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$ с полной ошибкой.

5.3. Измерение значений $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 на основе данных периода 621 день

5.3.1. Измерение осцилляционных параметров

Анализ данных в режиме „поток+спектр“ в ПО *dubOscar* был впервые проведён для периода, включающего 621 день данных, 404 из которых были набраны восемью антинейтринными детекторами. Данные этого периода рассмотрены в разделе 2.4.

Для данного анализа наблюдение каждого детектора было разделено на 32 интервала по реконструированной энергии: 30 интервалов шириной 0.2 МэВ от 1.3 МэВ до 7.3 МэВ и два широких интервала от 0.7 МэВ до 1.3 МэВ и от 7.3 МэВ до 12 МэВ. Таким образом, исследуемые данные имеют $32 \times 8 = 256$ степеней свободы.

Количество отобранных событий, эффективности детекторов и ожидаемое количество фоновых событий представлено в таблице 5.3.

Площадка Детектор	Ближняя, Daya Bay		Ближняя, Ling Ao		Дальняя			
	AD1	AD2	AD3	AD8	AD4	AD5	AD6	AD7
Кандидаты ОБР	299024	303947	279365	183131	40507	40819	40282	27012
Время набора данных (дни)	559.150	559.157	558.048	368.426	555.645	555.645	555.645	365.885
ε_μ	0.8182	0.8153	0.8482	0.8482	0.9810	0.9805	0.9806	0.9809
ε_m	0.9765	0.9769	0.9778	0.9777	0.9776	0.9774	0.9772	0.9780
Случайные совпадения (в день)	8.66 ± 0.03	8.62 ± 0.03	6.65 ± 0.03	6.66 ± 0.03	1.66 ± 0.01	1.56 ± 0.01	1.55 ± 0.01	1.22 ± 0.01
Быстрые нейтроны (в день)	0.92 ± 0.92		0.62 ± 0.62		0.04 ± 0.04			
$^8\text{He}/^9\text{Li}$ (в день)	2.40 ± 2.40		1.20 ± 1.20		0.22 ± 0.22			
$^{241}\text{Am}/^{13}\text{C}$ (в день)	0.22 ± 0.22	0.22 ± 0.22	0.21 ± 0.21	0.22 ± 0.22	0.11 ± 0.11	0.10 ± 0.10	0.10 ± 0.10	0.07 ± 0.07
$^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ (в день)	0.08 ± 0.04	0.07 ± 0.04	0.05 ± 0.03	0.07 ± 0.04	0.05 ± 0.03	0.05 ± 0.03	0.05 ± 0.03	0.05 ± 0.03

Таблица 5.3. Результат отбора событий ОБР для периода 621 день и ожидаемое количество фоновых событий. Количество фоновых событий учитывает эффективность $\varepsilon_\mu \varepsilon_m$.

Для описания спектра антинейтрино от делящихся изотопов было использовано 15 интервалов по энергии нейтрино: 14 интервалов шириной 0.5 МэВ от 1.8 МэВ до 8.7 МэВ и один широкий интервал от 8.7 МэВ до 12.8 МэВ. Способ параметризации описан в разделе 3.3.6. В качестве номинальной модели для спектров антинейтрино были использованы спектры Huber+Mueller. Т. к. в [47; 50] все спектры ограничены энергией 8 МэВ, для описания энергетического интервала от 8 МэВ до 13 МэВ спектр от каждого изотопа был экстраполирован экспоненциально по двум последним значениям. Следует отметить, что экстраполяция необходима только для задания номинальной модели. Так как экстраполи-

рованная часть спектра подгоняется без ограничений, результат измерения спектра определяется данными, а не моделью.

В вычислениях учитывается вклад антинейтрино от ОЯТ для каждого реактора. В качестве спектра антинейтрино от ОЯТ используется вычисление [80], нормированное на 0.3% от полного потока антинейтрино от реактора, работающего с номинальной мощностью 2.9 ГВт (см. раздел 1.3.4).

В анализе участвовали следующие свободные параметры: 2 параметра осцилляций нейтрино $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 в предположении нормальной иерархии; 15 параметров спектра реакторных антинейтрино. Всего 17 параметров. Общая нормировка потока антинейтрино не используется при подгонке, так как она полностью реализуется параметрами антинейтринного спектра. В анализе учитываются неопределённости 234-и параметров, входящих в модель эксперимента. Систематические неопределённости подробно описаны в разделе 2.6.1.

Для нахождения оптимальных значений $\sin^2 2\theta_{13}$, Δm_{32}^2 и параметров спектра антинейтрино была использована функция хи-квадрат со штрафными членами для описания систематических неопределённостей.

На рисунке 5.5 представлено отношение наблюдаемых чисел событий к ожиданию при оптимальных параметрах, но в предположении отсутствия осцилляций. Смежные детекторы демонстрируют хорошо согласованные результаты.

Для параметров осцилляций нейтрино получены следующие значения [212]:

$$\begin{aligned}\sin^2 2\theta_{13} &= 0.083 \pm 0.005, \\ \Delta m_{32}^2 \text{ (НИ}^1\text{)} &= (2.41 \pm 0.11) \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2, \\ \chi_{\min}^2/\text{n.d.f.} &= 242.2/239.\end{aligned}\tag{5.3}$$

Между исследуемыми параметрами наблюдается слабая антикорреляция $\rho = -0.21$. Область допустимых значений параметров осцилляций $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 представлена на рисунке 5.6.

Наблюдаемые на каждой площадке спектры антинейтрино представлены на рисунках 5.7а, 5.7б и 5.8. На рисунках также показаны ожидаемые спектры для оптимальных параметров в предположении наличия и отсутствия нейтринных осцилляций. Отдельная

¹значение Δm_{32}^2 в предположении обратной иерархии или значение Δm_{ee}^2 может быть получено по формуле (2.4) на странице 66.

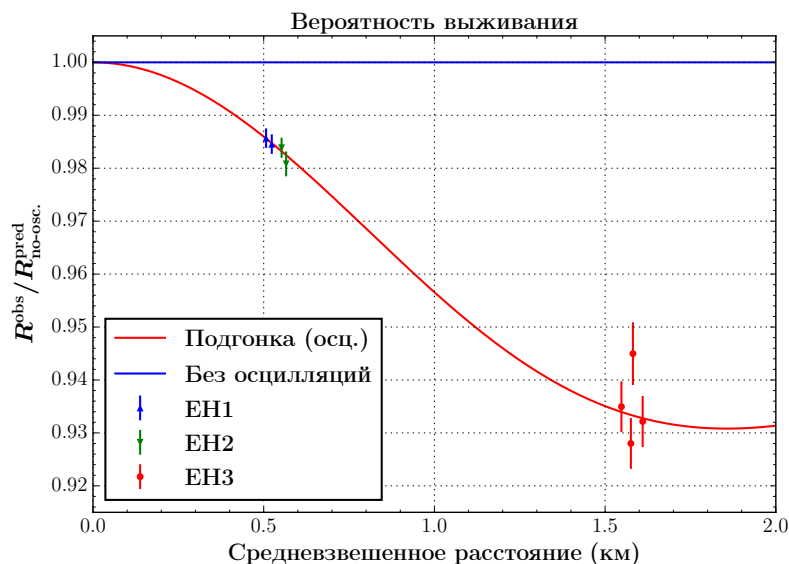


Рис. 5.5. Вероятность выживания реакторных электронных антинейтрино как функция от средневзвешенного расстояния до реактора, усреднённая по спектру реакторных антинейтрино. Точки соответствуют отношению наблюдаемого числа событий к ожидаемому в предположении отсутствия осцилляций. Указаны статистические ошибки. Отсчёты для дальних детекторов смещены на ± 50 м для наглядности.

вкладка с логарифмическим масштабом по оси ординат приведена для визуализации вклада фоновых событий. Снизу представлено отношение наблюдаемых событий за вычетом фона к ожиданию. Видно, что гипотеза нейтринных осцилляций хорошо описывает наблюдаемое искажение спектра антинейтрино.

5.3.2. Сравнение результатов, полученных разными методами

Первый результат осцилляционного анализа с учётом спектра в ПО *dubOscar* был получен при несколько отличных от описанных допущениях. Во-первых, был использован ограниченный спектр антинейтрино Huber+Mueller. С учётом неопределённостей антинейтринного спектра всего были учтены неопределённости 235-и параметров модели. Систематические неопределённости были учтены в функции хи-квадрат (Б.18) посредством ковариационной матрицы, вычисляемой методом численного дифференцирования модели (Б.10).

На рисунке 5.9 представлено сравнение результатов подгонки осцилляционных параметров двумя различными функциями хи-квадрат: а) со штрафными членами и б) с ковариационной матрицей; а также при двух различных допущениях о неопределённости спектра реакторных антинейтрино: а) свободный спектр и б) ограниченный спектр.

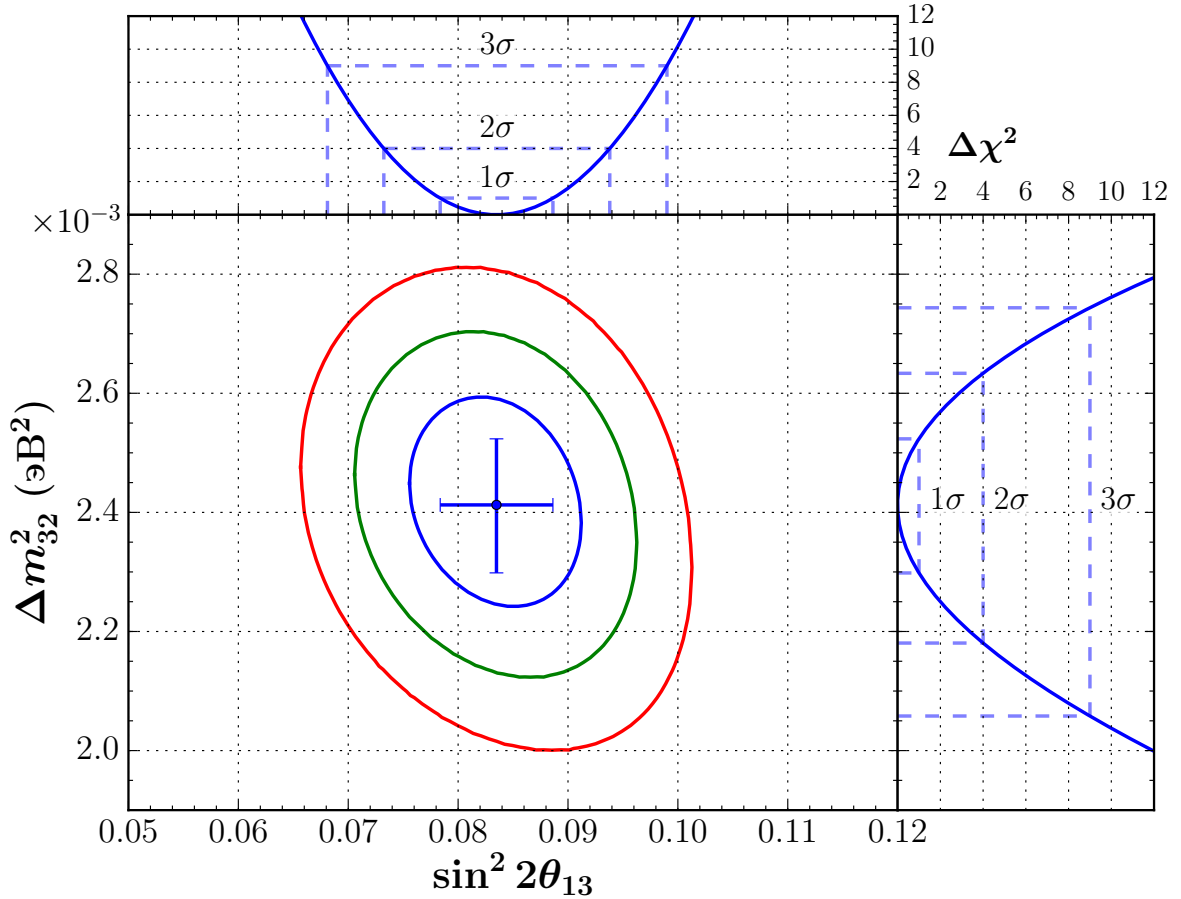


Рис. 5.6. Область допустимых значений осцилляционных параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 , полученная на основе обработки 621 дня данных. Отмечены области, соответствующие уровням достоверности 68.3%, 95.4% и 99.7%. В каждой прилегающей панели построен профиль $\Delta\chi^2$ для соответствующей переменной. Точкой отмечены наилучшие значения, а ошибки соответствуют уровню достоверности 68.3%. Для каждой точки пространства $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 произведена подгонка параметров спектра антинейтрино, а также систематических параметров. Для каждого значения на верхней (боковой) панели произведена также подгонка Δm_{32}^2 ($\sin^2 2\theta_{13}$).

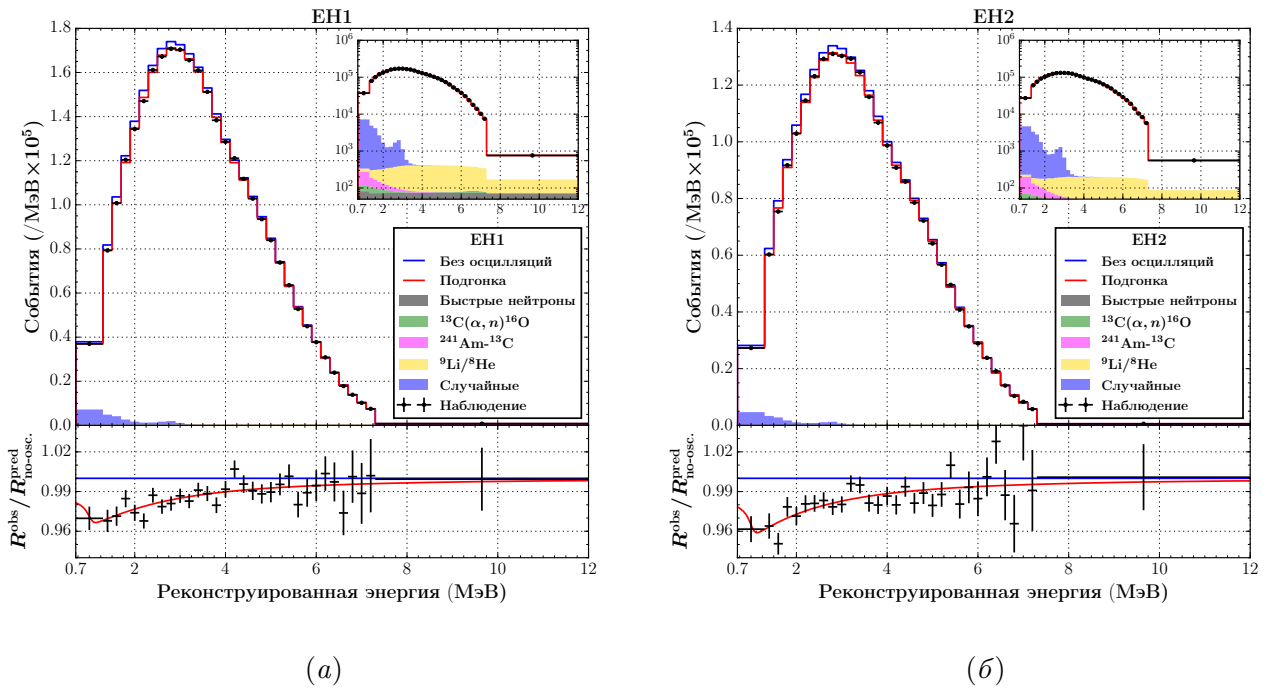


Рис. 5.7. Наблюдаемые энергетические спектры, просуммированные по смежным детекторам ближних площадок ЕН1 (а) и ЕН2 (б) с указанием статистических ошибок. Ожидаемые спектры отмечены красным для оптимальных параметров и синим для случая отсутствия осцилляций. Вклад фоновых событий отмечен составной цветной гистограммой. Во вложенной панели для отражения вклада фоновых событий изображены те же самые спектры в логарифмическом масштабе. На нижней панели изображено отношение наблюдения за вычетом фона к ожиданию в предположении отсутствия осцилляций.

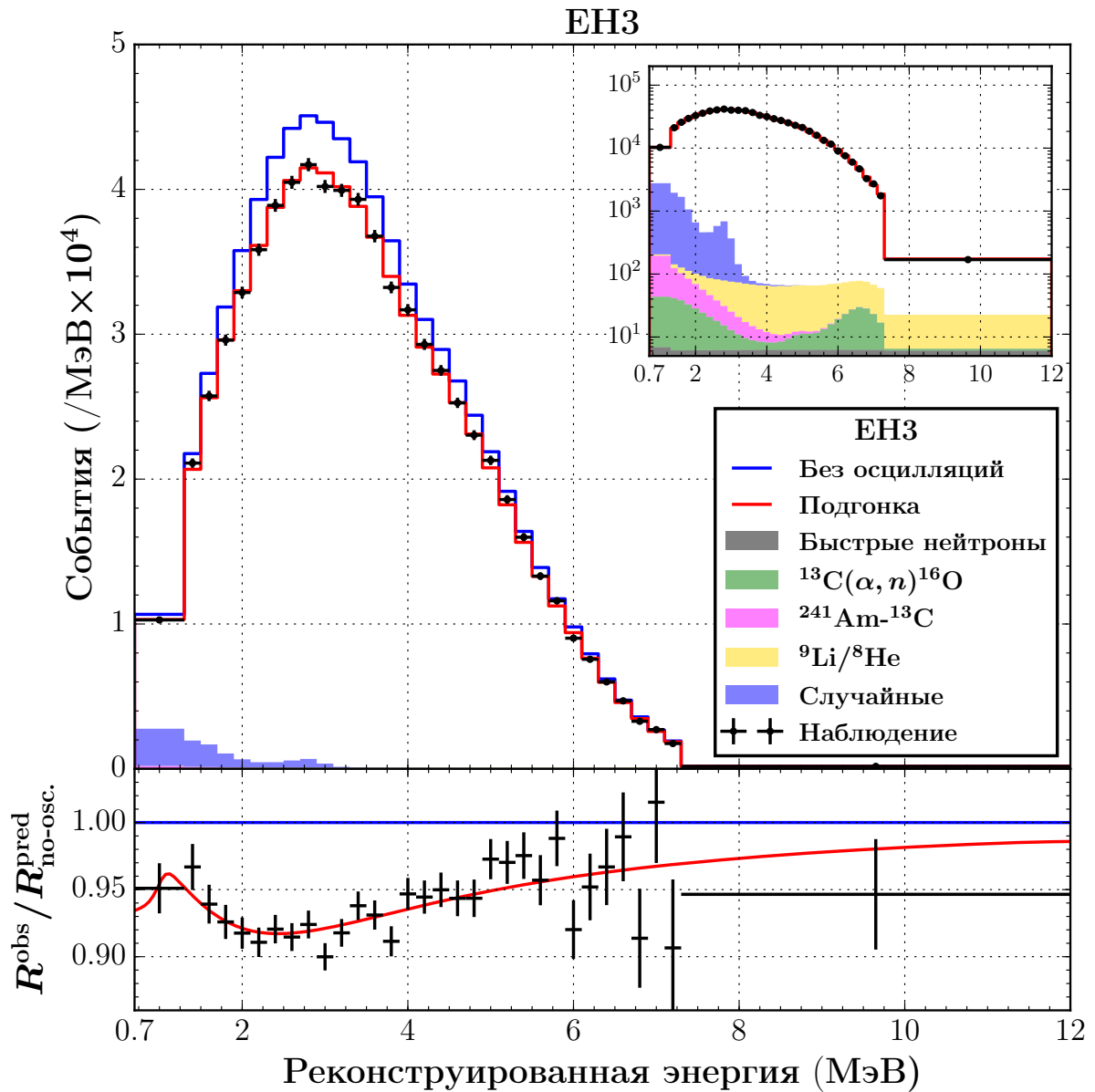


Рис. 5.8. Наблюдаемые энергетические спектры, просуммированные по смежным детекторам для дальней площадки ЕНЗ с указанием статистических ошибок. Ожидаемые спектры отмечены красным для оптимальных параметров и синим для случая отсутствия осцилляций. Вклад фоновых событий отмечен составной цветной гистограммой. Во вложенной панели для отражения вклада фоновых событий изображены те же самые спектры в логарифмическом масштабе. На нижней панели изображено отношение наблюдения за вычетом фона к ожиданию в предположении отсутствия осцилляций.

Видно, что как результат, так и области допустимых значений практически не зависят от используемой для подгонки функции. Ограничение антинейтринного спектра, способное приводить к отклонениям в результатах (см. раздел 4.4.7), на данном этапе также не оказывает заметного влияния на исследуемые параметры.

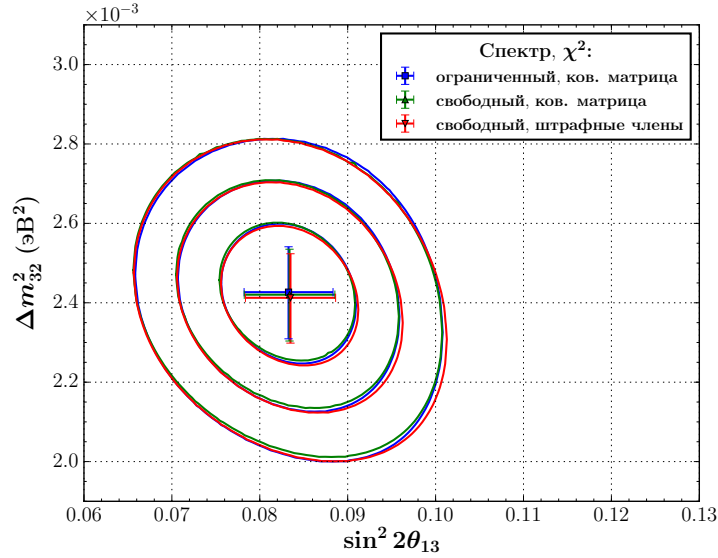


Рис. 5.9. Сравнение результатов подгонки и определения допустимых областей для различных функций хи-квадрат, используемых для подгонки, а также различных предположениях о неопределённости спектра антинейтрино. В подписях к результатам отмечена используемая систематика антинейтринного спектра и метод учёта систематических погрешностей в функции хи-квадрат.

Полученное значение для $\sin^2 2\theta_{13}$ хорошо согласуется как с результатами других групп, в том числе с официальным результатом [18], так и с результатами предыдущих измерений эксперимента Daya Bay [16; 17; 22] и измерений других экспериментов.

Полученное значение для расщепления масс Δm_{32}^2 на пол стандартных отклонения превышает опубликованное в [18] значение. Как было показано позднее [19], использование более чем одного интервала в области между 0.7 МэВ и 1.3 МэВ приводит к дополнительным систематическим отклонениям в измерении Δm_{32}^2 . Это связано с недостаточно оценкой систематических погрешностей эффектов энергетической шкалы в области малых энергий. Было показано, что разбиение на интервалы, используемое в данной работе приводит к стабильному результату с адекватной оценкой погрешности.

Результат измерения значения Δm_{32}^2 согласуется с аналогичными результатами ускорительных экспериментов [156; 158] при сравнимой точности измерения.

Сравнения результатов измерения параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 эксперимента Daya Bay с результатами измерения других экспериментов представлены в разделах 1.5.8 и 1.6.

5.3.3. Измерение формы спектра реакторных антинейтрино

На рисунке 5.10 представлены поправки для антинейтринных спектров [47; 50], полученные в результате совместной подгонки с осцилляционными параметрами. Параметры получены в виде переменных $n_1 \dots n_{15}$ обеспечивающих наилучшее модельное описание отношения среднего наблюдаемого антинейтринного спектра к ожиданию на основе модели Huber+Mueller: $S_{\text{obs}}/S_{\text{Huber+Mueller}}$ (см. раздел 3.3.6).

На графике приведены значения для первых 14-и коэффициентов. Значение последнего $n_{15} = 0.13$ исключено, так как относится к интервалу, не предсказываемому моделями. Закрашенная область соответствует полной абсолютной ошибке для данных параметров.

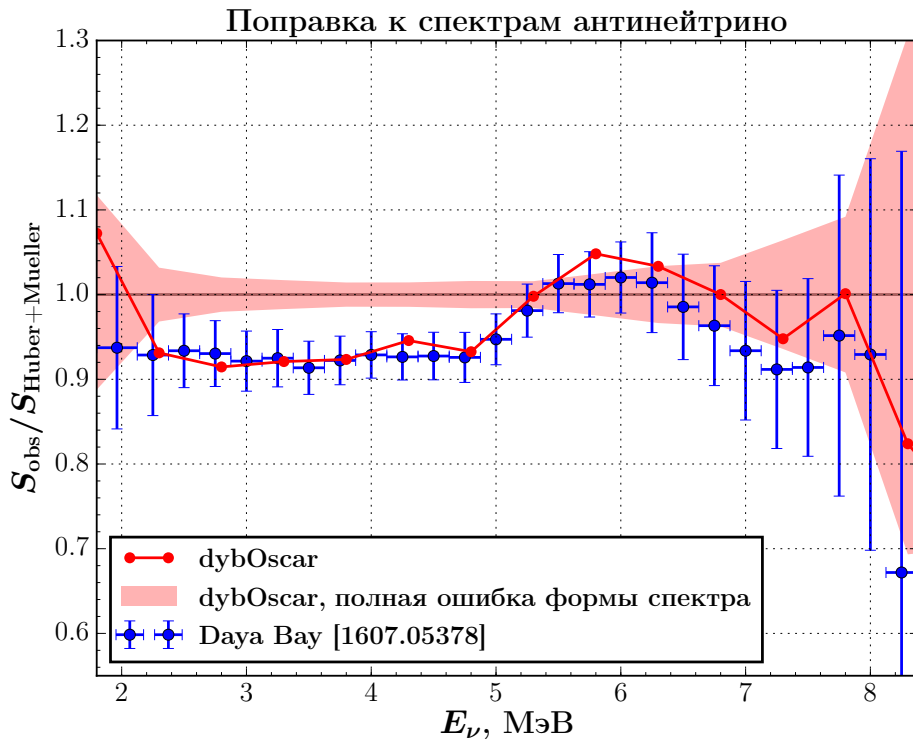


Рис. 5.10. Поправочные коэффициенты к среднему спектру антинейтрино в модели Huber+Mueller, измеренные одновременно с осцилляционными параметрами нейтрино. Для сравнения приведён результат [30], полученный на той же статистике. Ошибки dybOscar соответствуют полной неопределённости формы спектра. Ошибки для [30] соответствуют полной неопределённости как формы спектра, так и потока антинейтрино.

На рисунке 5.10 можно отметить обе особенности наблюдаемого спектра: общий недостаток потока реакторных антинейтрино, или „реакторную аномалию“, а также „плечо“ в области наблюдаемых энергий 5–7 МэВ. Данные особенности наблюдаются всеми экспериментами с реакторными антинейтрино [27; 77; 203] и обсуждаются в разделах 1.3.3.5 и 1.3.3.6.

Представленные результаты могут быть также интерпретированы ещё одним способом. Рисунок 5.10 демонстрирует согласие между наблюдением и моделью Huber+Mueller в области энергий антинейтрино от 5 МэВ. Эффект плеча возникает относительно недостатка потока антинейтрино в области до 5 МэВ, то есть относительно реакторной аномалии.

Матрица корреляций параметров, участвующих в подгонке, представлена на рисунке 5.11. Видно, что в области оптимальных значений осцилляционные параметры практически не коррелируют с параметрами модели спектра антинейтрино ($C_{ij} < 0.20$).

Высокая антикорреляция спектральных параметров соседних интервалов с высокой энергией связана с недостаточной статистикой. Данная проблема может быть решена при использовании методики регуляризации [213]. Поскольку главной целью данного исследования является измерение осцилляционных параметров и было показано, что данный подход обладает достаточной точностью для их исследования (см. раздел 4.4.7), уточнение спектральных данных было отложено на будущее.

Корреляционная матрица

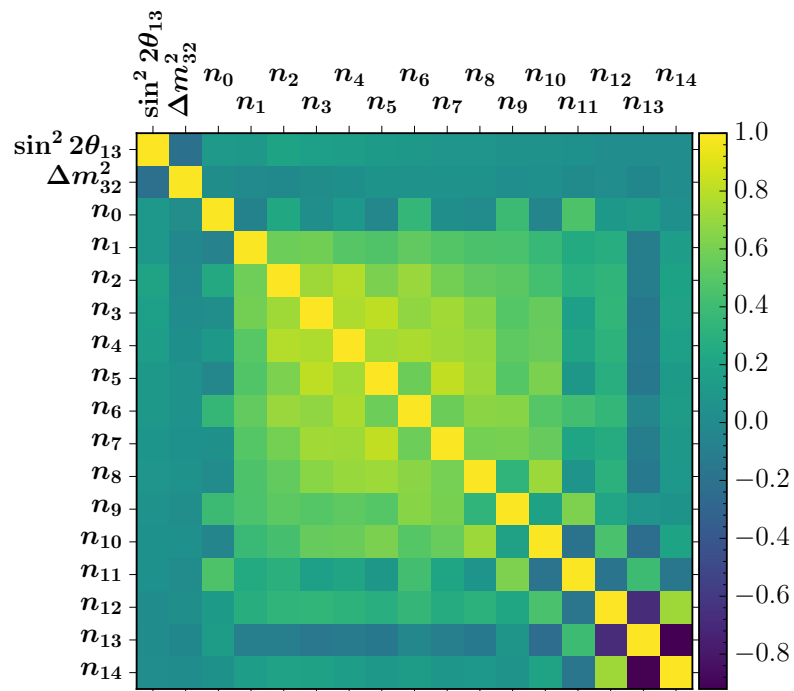


Рис. 5.11. Матрица корреляций параметров подгонки: параметры нейтринных осцилляций $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 и 15 параметров антинейтринного спектра.

5.4. Измерение значений $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 на основе данных периода 1230 дней

5.4.1. Измерение осцилляционных параметров

Анализ данных в режиме „поток+спектр“ был проведён для данных периода 1230 дней, 1013 из которых были набраны всеми восемью антинейтринными детекторами.

Процедура анализа очень близка по структуре к процедуре, описанной в предыдущем разделе. Существует, однако, ряд отличий. Разбиение по энергетическим интервалам расширено в области больших энергий: наблюдение каждого детектора разделено на 35 интервалов по реконструированной энергии: 33 интервала шириной 0.2 МэВ от 1.3 МэВ до 7.9 МэВ и два широких интервала от 0.7 МэВ до 1.3 МэВ и от 7.9 МэВ до 12 МэВ. Таким образом, исследуемые данные имеют $35 \times 8 = 280$ степеней свободы. Параметризация реакторного антинейтринного спектра осталась без изменений.

Количество отобранных событий, эффективности детекторов и ожидаемое количество фоновых событий представлено в таблице 5.4.

Площадка Детектор	Ближняя, Daya Bay		Ближняя, Ling Ao		Дальняя			
	AD1	AD2	AD3	AD8	AD4	AD5	AD6	AD7
Кандидаты ОБР	597618	606351	567196	466013	80479	80742	80067	66862
Время набора данных (дни)	1117.178	1117.178	1114.337	924.933	1106.915	1106.915	1106.915	917.417
ε_μ	0.8255	0.8221	0.8573	0.8571	0.9824	0.9823	0.9821	0.9826
ε_m	0.9744	0.9747	0.9757	0.9757	0.9759	0.9758	0.9756	0.9758
Случайные совпадения (в день)	8.46 ± 0.09	8.46 ± 0.09	6.29 ± 0.06	6.18 ± 0.06	1.27 ± 0.01	1.19 ± 0.01	1.20 ± 0.01	0.98 ± 0.01
Быстрые нейтроны (в день)	0.79 ± 0.10		0.57 ± 0.07		0.05 ± 0.01			
${}^8\text{He}/{}^9\text{Li}$ (в день)	2.46 ± 1.06		1.72 ± 0.77		0.15 ± 0.06			
${}^{241}\text{Am}$ ${}^{13}\text{C}$, 6AD (в день)	0.27 ± 0.12	0.25 ± 0.11	0.28 ± 0.13		0.22 ± 0.10	0.21 ± 0.10	0.21 ± 0.10	
${}^{241}\text{Am}$ ${}^{13}\text{C}$, 8AD (в день)	0.15 ± 0.07	0.16 ± 0.07	0.13 ± 0.06	0.15 ± 0.07	0.04 ± 0.02	0.03 ± 0.02	0.03 ± 0.02	0.05 ± 0.02
${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$ (в день)	0.08 ± 0.04	0.07 ± 0.04	0.05 ± 0.03	0.07 ± 0.04	0.05 ± 0.03	0.05 ± 0.03	0.05 ± 0.03	0.05 ± 0.03
Поток ОБР (в день)	653.03 ± 1.37	665.42 ± 1.38	599.71 ± 1.12	593.82 ± 1.18	74.25 ± 0.28	74.60 ± 0.28	73.98 ± 0.28	74.73 ± 0.30

Таблица 5.4. Результат отбора событий ОБР для периода 1230 дней и ожидаемое количество фоновых событий. Количество фоновых событий учитывает эффективность $\varepsilon_\mu \varepsilon_m$.

В анализе учитываются 17 свободных параметров: 2 параметра осцилляций нейтрино $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 в предположении нормальной иерархии; 15 параметров спектра реакторных антинейтрино. Посредством штрафных членов учитываются неопределённости 237-и параметров, входящих в модель эксперимента и описанных в разделе 2.6.1.

В результате минимизации функции хи-квадрат получены следующие значения осцилляционных параметров [19]:

$$\begin{aligned}
 \sin^2 2\theta_{13} &= 0.0841 \pm 0.0027 \text{ (стат.)} \pm 0.0019 \text{ (сист.)}, \\
 |\Delta m_{ee}^2| &= [2.50 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}] \times 10^{-3} \text{ эВ}^2, \\
 \Delta m_{32}^2 \text{ (НИ)} &= [2.45 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}] \times 10^{-3} \text{ эВ}^2, \\
 \Delta m_{32}^2 \text{ (ОИ)} &= [-2.56 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}] \times 10^{-3} \text{ эВ}^2, \\
 \frac{\chi^2}{\text{n.d.f.}} &= \frac{232.6}{280 - 17} = 0.88.
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Результаты измерения $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 практически независимы друг от друга, коэффициент корреляции $\rho = -0.03$. Полученные значения хорошо согласуются как с предыдущими результатами эксперимента Daya Bay, так и с результатами других экспериментов. Значение хи-квадрат в минимуме указывает на то, что используемая модель хорошо описывает данные. Результат измерения $\sin^2 2\theta_{13}$ является наиболее точными. Результат измерения расщепления масс Δm_{32}^2 по точности совпадает с результатами ускорительных экспериментов. Двумерные области допустимых значений для осцилляционных параметров приведены на рисунке 5.12. Сравнение с мировыми данными приведено в таблицах 5.5–5.7 на странице 198.

Наблюдаемые и ожидаемые спектры событий ОБР для дальней (ближних) площадок представлены на рисунках 5.14 (5.13). Отношение наблюдаемых чисел событий к ожидаемым в предположении отсутствия осцилляций приведено на рисунке 5.15. Рисунки демонстрируют, что зависимость наблюдений как от энергии, так и от расстояния хорошо описывается гипотезой нейтринных осцилляций.

5.4.2. Анализ данных в режиме „поток“

Для проверки был проведён также анализ в режиме „поток“. От спектрального анализа он отличается по следующим пунктам. Вместо 25 интервалов наблюдаемой энергии для каждого детектора задаётся только один от 0.7 МэВ до 12 МэВ. Все систематические неопределённости, учитываемые в спектральном анализе, учитываются через ковариационную матрицу, в том числе коррелированные неопределённости спектра антинейтрино.

В анализе участвуют два свободных параметра — $\sin^2 2\theta_{13}$ и нормировка потока антинейтрино, а также один ограниченный — расщепление масс нейтрино $\Delta m_{32, \text{MINOS}+\text{T2K}}^2 = (2.43 \pm 0.07) \cdot 10^{-5} \text{ эВ}^2$, неопределённость которого из [88] учитывается посредством штраф-

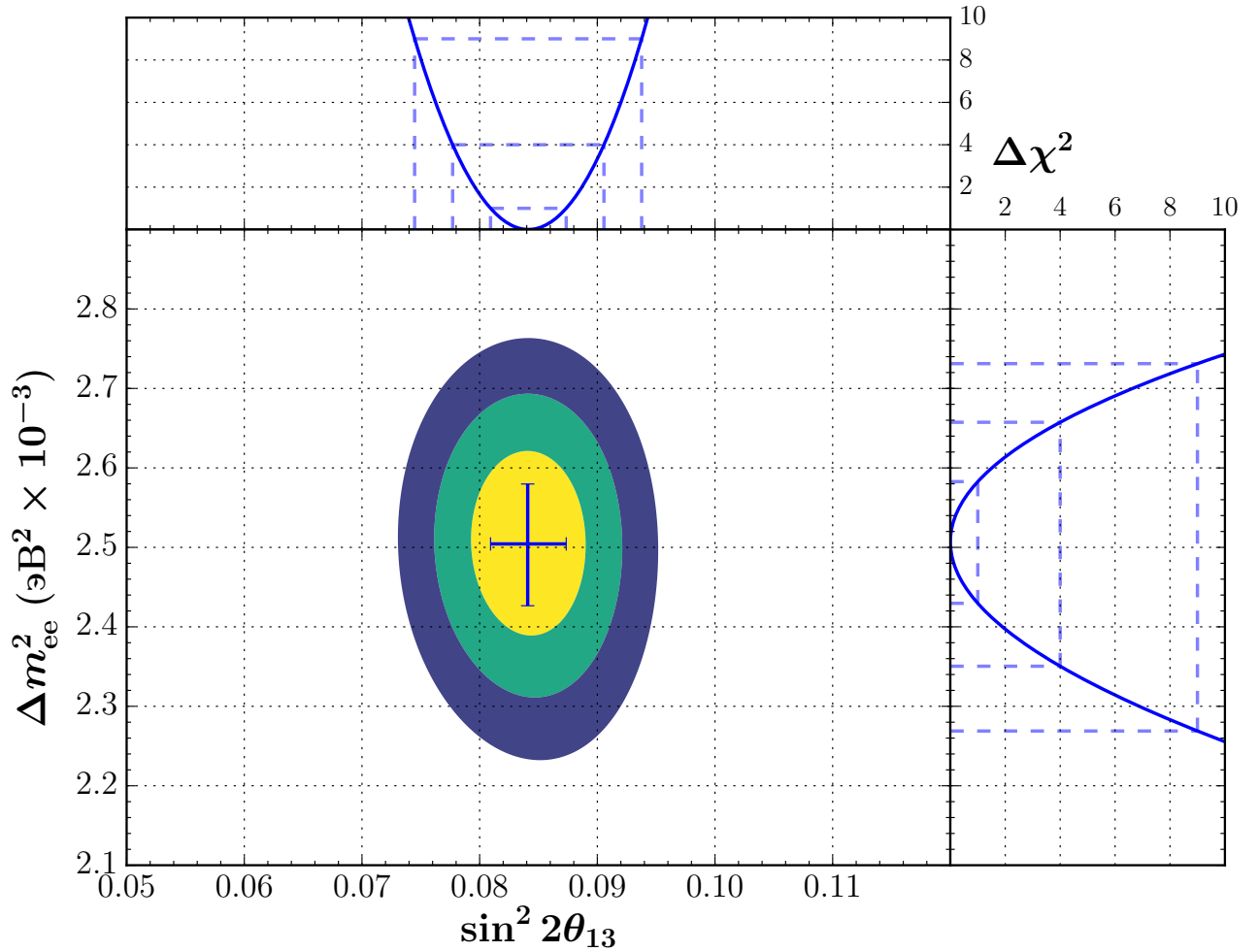


Рис. 5.12. Область допустимых значений осцилляционных параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 , полученная на основе обработки 1230 дней данных. Отмечены одномерные и двумерные области, соответствующие уровням достоверности 68.3%, 95.4% и 99.7%.

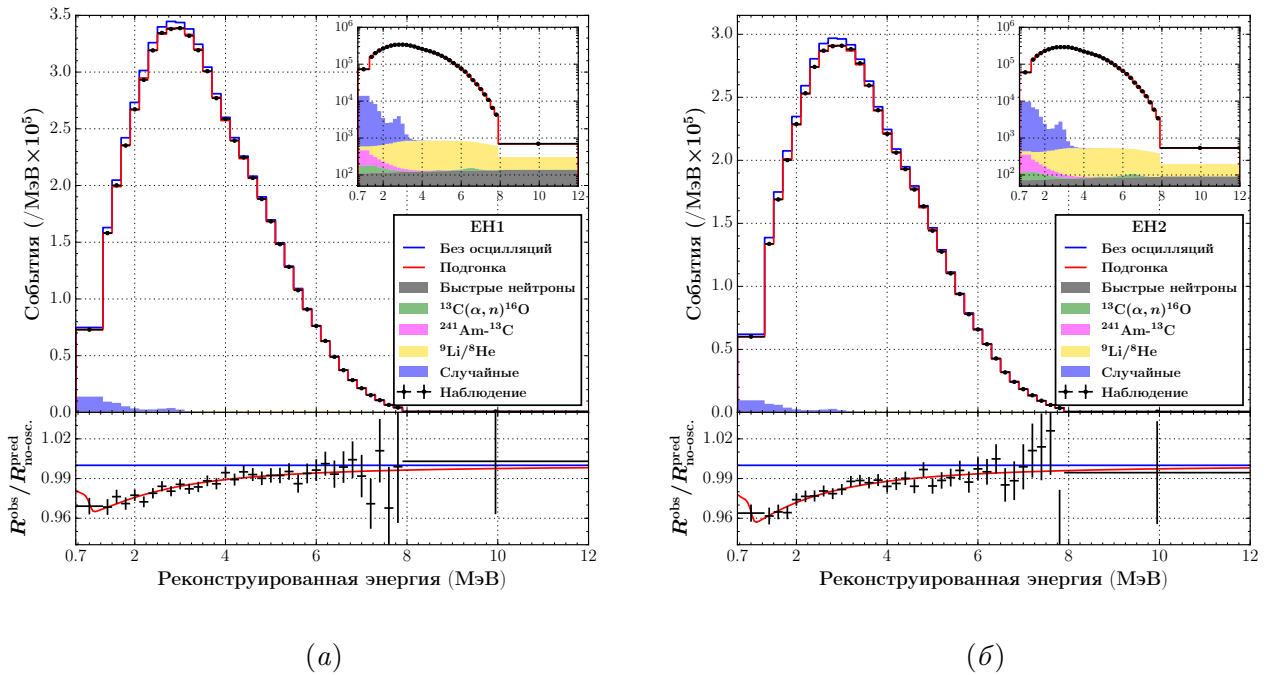


Рис. 5.13. Наблюдаемые энергетические спектры, просуммированные по смежным детекторам ближних площадок ЕН1 (а) и ЕН2 (б) для периода 1230 дней с указанием статистических ошибок. Ожидаемые спектры отмечены красным для оптимальных параметров и синим для случая отсутствия осцилляций. Вклад фоновых событий отмечен составной цветной гистограммой. Во вложенной панели для отражения вклада фоновых событий изображены те же самые спектры в логарифмическом масштабе. На нижней панели изображено отношение наблюдения за вычетом фона к ожиданию в предположении отсутствия осцилляций.

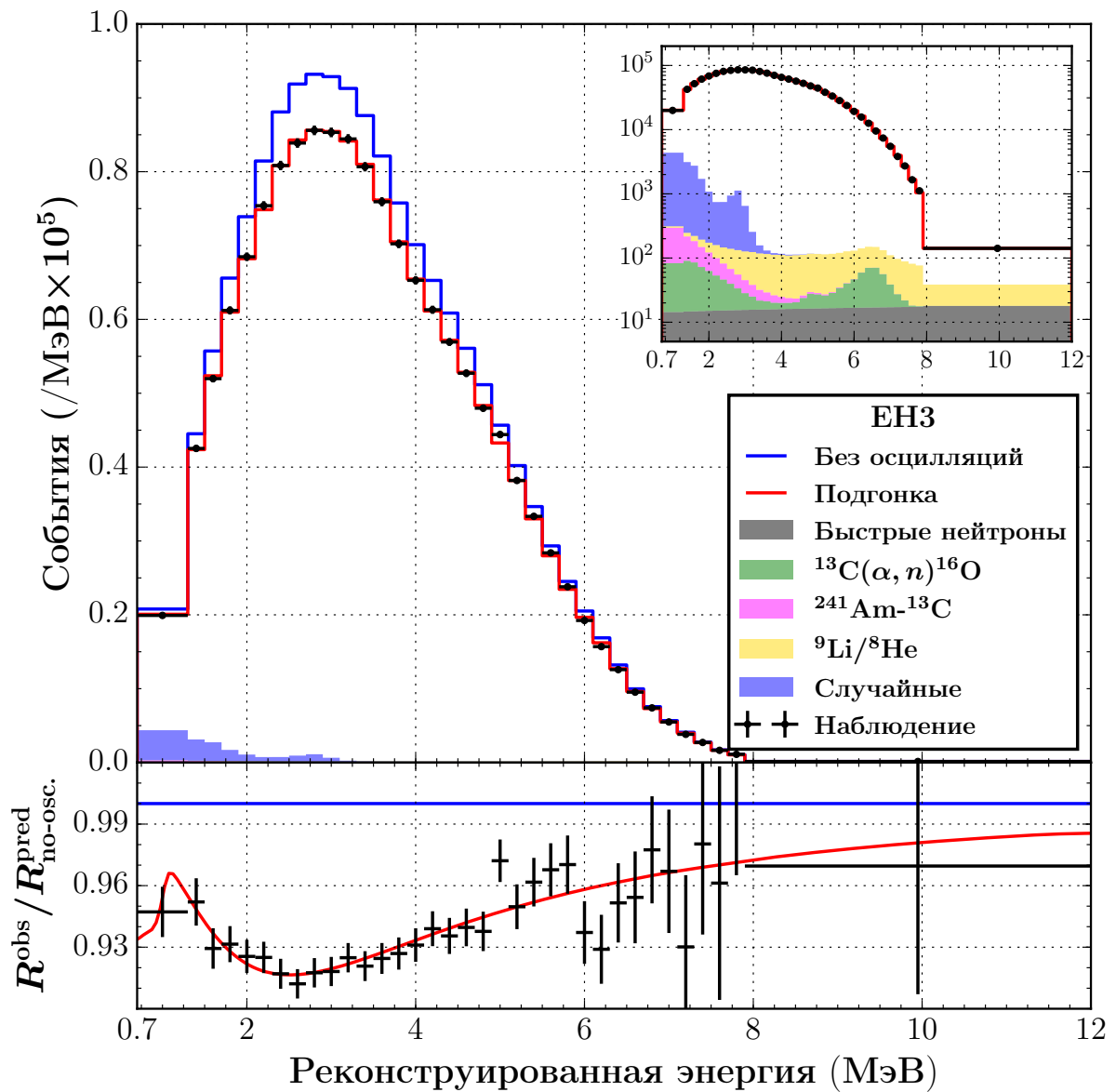


Рис. 5.14. Наблюдаемые энергетические спектры, просуммированные по смежным детекторам для дальней площадки ЕНЗ для периода 1230 дней с указанием статистических ошибок. Ожидаемые спектры отмечены красным для оптимальных параметров и синим для случая отсутствия осцилляций. Вклад фоновых событий отмечен составной цветной гистограммой. Во вложенной панели для отражения вклада фоновых событий изображены те же самые спектры в логарифмическом масштабе. На нижней панели изображено отношение наблюдения за вычетом фона к ожиданию в предположении отсутствия осцилляций.

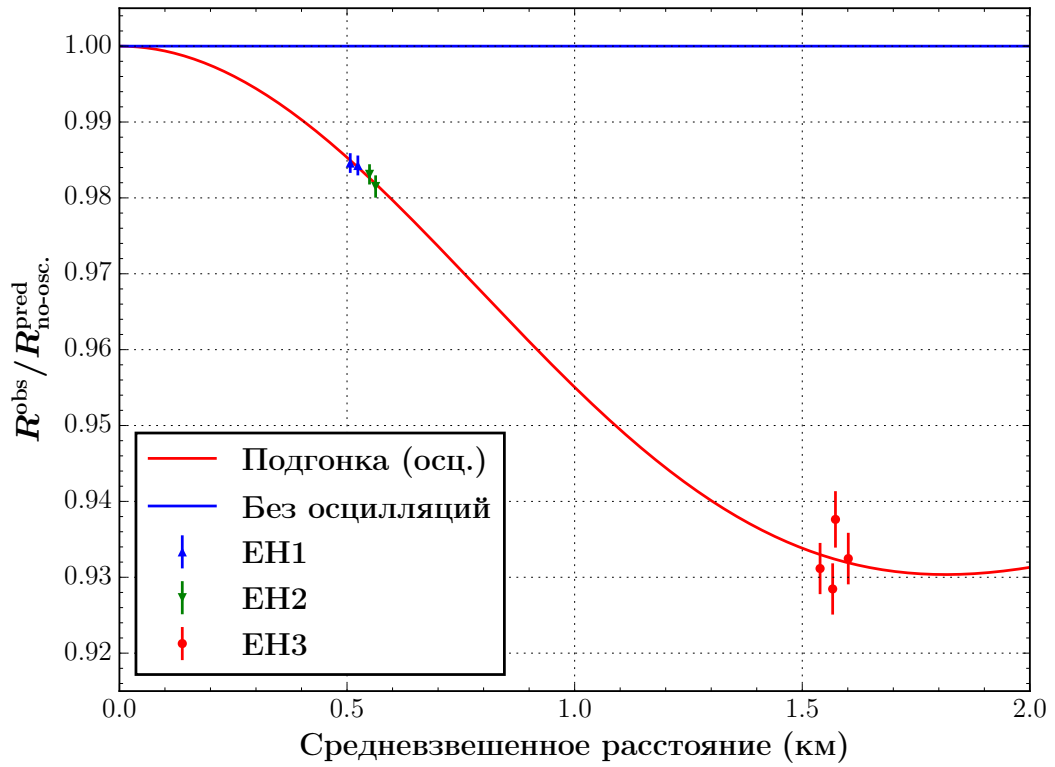


Рис. 5.15. Вероятность выживания реакторных электронных антинейтрино как функция от средневзвешенного расстояния до реактора, усреднённая по спектру реакторных антинейтрино. Период 1230 дней. Точки соответствуют отношению наблюдаемого числа событий к ожидаемому в предположении отсутствия осцилляций. Указаны статистические ошибки. Отсчёты для детекторов площадок EN1, EN2 и EN3 смещены относительно друг друга на 6 м, 5 м и 30 м для наглядности.

ного члена. Полученное в результате минимизации функции хи-квадрат значение:

$$\begin{aligned} \sin^2 2\theta_{13} &= 0.0850 \pm 0.0030 \text{ (стат.)} \pm 0.0028 \text{ (сист.)}, \\ \frac{\chi^2}{\text{n.d.f.}} &= \frac{5.08}{8-2} = 0.85, \end{aligned} \quad (5.5)$$

хорошо согласуется результатами анализа „поток+спектр“.

Полная ошибка на $\sin^2 2\theta_{13}$ (5.5), полученная из анализа в режиме „поток“, больше, чем ошибка (5.4) из анализа в режиме „поток+спектр“. Это связано с тем, что анализ спектра позволяет в лучшей степени отделить вклад фоновых событий, более ярко выраженный по отношению к событиям ОБР в областях низких и высоких энергий.

5.4.3. Измерение вероятности осцилляций реакторных электронных антинейтрино

Осцилляционная природа искажения наблюдаемого спектра может быть продемонстрирована на графиках отношения наблюдаемых спектров за вычетом фона к ожиданию в предположении отсутствия осцилляций (см. рисунки 5.13–5.14). Данные графики рассчитываются отдельно для каждой экспериментальной площадки и демонстрируют только осцилляционную зависимость от наблюдаемой энергии. Существует более наглядный способ представления данных, позволяющий, с одной стороны, показать зависимость от отношения расстояния к энергии нейтрино, а с другой, сопоставить наблюдения разных экспериментальных площадок на одном графике. Способ заключается в расчёте наблюдаемой вероятности осцилляций реакторных антинейтрино, представленной на рисунке 5.16. График демонстрирует как хорошее согласие наблюдения и модели, так и хорошее согласие между измерениями отдельных площадок.

Вычисление наблюдаемой вероятности выживания производится по формуле²:

$$P_{\text{obs}} \left(\frac{L_s^{\text{эфф}}}{E_\nu(E_i^{\text{vis}})} \right) = \frac{N_{\text{obs}}^{is} - B_{\text{bestfit}}^{is} - O_{\text{bestfit}}^{is}}{N_{\text{bestfit}}^{is} - B_{\text{bestfit}}^{is} - O_{\text{bestfit}}^{is}} P_{\text{sur}} \left(\frac{L_s^{\text{эфф}}}{E_\nu(E_i^{\text{vis}})} \right), \quad (5.6)$$

где N_{obs}^{is} — это количество событий, наблюдаемых в интервале i площадки s , N_{bestfit}^{is} соответствующее предсказание модели; B_{bestfit}^{is} — предсказание количества фоновых событий, а O_{bestfit}^{is} — предсказание количества событий ОБР, связанных с недиагональными элементами поправки IAV; E_ν средняя энергия антинейтрино, соответствующая интервалу E_i^{vis} ; $L_s^{\text{эфф}}$ — среднее расстояние от источника антинейтрино до площадки s . Выражение для вероятности осцилляций P_{sur} приведено в формуле (2.1). Все предсказания модели получены для оптимальных параметров.

²здесь используется соглашение об индексах, описанное в разделе 3.3.

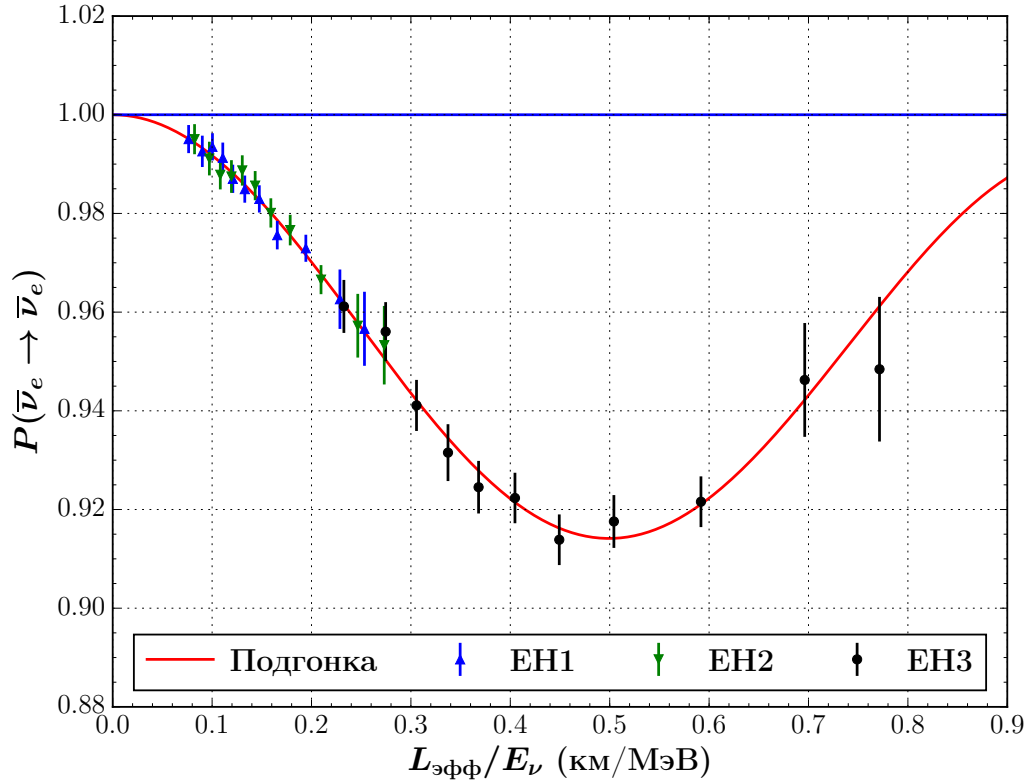


Рис. 5.16. Измеренная и ожидаемая вероятность выживания реакторных электронных антинейтрино как функция от отношения эффективной базы к энергии антинейтрино. Отмечены статистические ошибки.

Суть выражения (5.6) заключается в следующем: в соответствие каждой точке из отношений данных к предсказанию, представленных на рисунках 5.13–5.14, ставится одна точка на рисунке 5.16. При этом относительное отклонение наблюдения от предсказания оптимальной модели переводится в относительное отклонение от наблюдаемой вероятности осцилляций P_{obs} от теоретической P_{sur} . С целью расположения точки по оси абсцисс для каждого интервала E_i^{vis} рассчитывается соответствующая средняя энергия нейтрино E_i^ν и отношение $L_s^{\text{эфф}}/E_i^\nu$.

Между рисунком 5.16 и отношениями из рисунков 5.13–5.14 есть, однако, и ряд отличий. Для вероятности осцилляций выбрано совместимое, но более грубое разбиение на энергетические интервалы. Используются следующие границы интервалов наблюдаемой энергии: 0.7 МэВ, 1.3 МэВ, 1.5 МэВ; с 2.1 МэВ до 5.3 МэВ (включительно) с шагом 0.4 МэВ; 12.0 МэВ. Часть событий ОБР, вызванные недиагональными переходами эффекта IAV, учитываются точно так же, как фоновые, то есть вычитаются. Отсеиваются события, недооценка энергии которых превышает 0.4 МэВ, что приводит к поправке порядка

процентов для первых двух интервалов по наблюдаемой энергии, или для последних двух интервалов по $L_s^{\text{эфф}}/E_i^\nu$.

Среднее расстояние $L_s^{\text{эфф}}$ между площадкой s и источником антинейтрино определяется численно таким образом, чтобы ожидаемое количество событий, наблюдаемых на площадке, находящейся на расстоянии $L_s^{\text{эфф}}$ от всех реакторов эксперимента Daya Bay совпадало с ожидаемым количеством событий при фактической конфигурации эксперимента. Для статистики в 1230 дней средние расстояния составляют 515 м, 556 м и 1569 м для площадок ЕН1, ЕН2 и ЕН3.

Границы интервалов реконструированной энергии переводятся в энергию нейтрино посредством цепочки усреднённых обратных преобразований: поправка на нелинейность шкалы, поправка на эффект IAV со смещением не более 0.4 МэВ, переход к энергии нейтрино в первом порядке точности для усреднённого угла вылета позитрона. Центр интервала рассчитывается методом взвешивания с ожидаемым спектром.

5.4.4. Измерение формы спектра реакторных антинейтрино

В результате анализа одновременно с осцилляционными параметрами также получены параметры спектра электронных антинейтрино. Параметры получены в виде переменных $n_1 \dots n_{15}$ и имеют смысл отношения среднего наблюдаемого антинейтринного спектра к ожиданию на основе модели Huber+Mueller: $S_{\text{obs}}/S_{\text{Huber+Mueller}}$ (см. раздел 3.3.6).

Как видно из рисунка 5.17 результат согласуется с официальным измерением спектра антинейтрино в эксперименте Daya Bay [30] и с результатами других экспериментов. В сравнении с моделью Huber+Mueller наблюдается как общий дефицит электронных антинейтрино, так и значительный избыток антинейтрино в окрестности 6 МэВ.

Полная неопределённость формы измеренного спектра на большей части энергетического интервала совпадает с результатом предыдущего измерения, что указывает на то, что доминантный вклад ошибку связан с систематическими погрешностями. Этот вывод согласуется с результатом [27]. Улучшение неопределённости спектра в области $E_\nu \simeq 8$ МэВ связано с добавлением дополнительных интервалов по реконструированной энергии до 7.9 МэВ.

Матрица корреляций между параметрами осцилляций и параметрами спектра антинейтрино приведена на рисунке 5.18. В области минимума связь между измеренными значениями осцилляционных и спектральных параметров слабая: коэффициент корреляции

между любой парой „параметр осцилляций“/„параметр спектра“ $\rho < 0.2$.

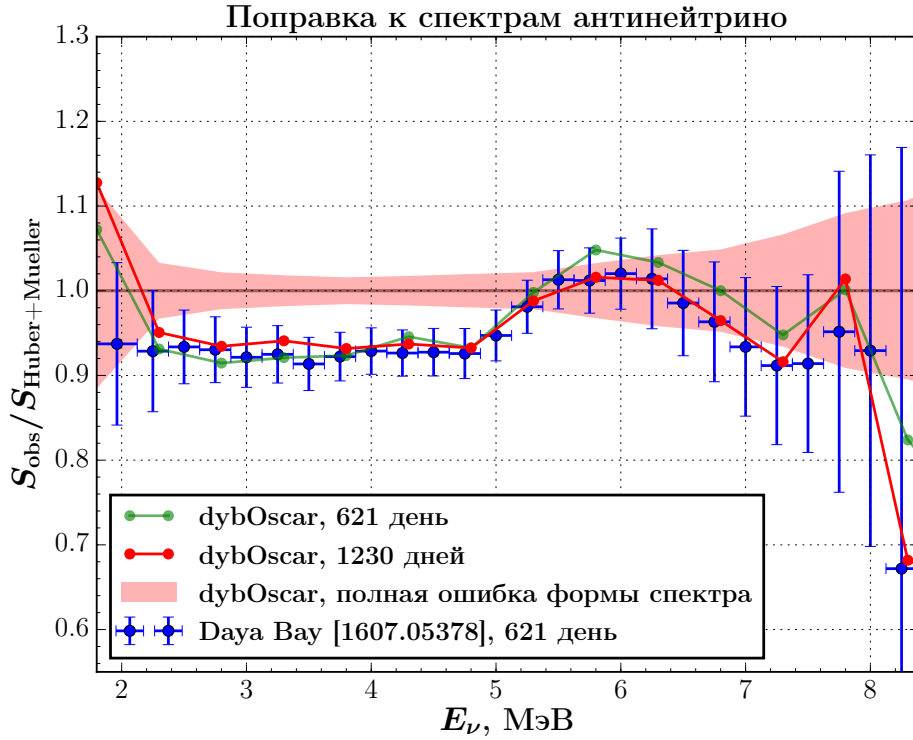


Рис. 5.17. Поправочные коэффициенты к среднему спектру антинейтрино в модели Huber+Mueller, измеренные одновременно с осцилляционными параметрами нейтрино. Для сравнения приведён результат предыдущего измерения и официальный результат [30], полученные на вдвое меньшей статистике. Ошибки dybOscar соответствуют полной неопределённости формы спектра. Ошибки для [30] соответствуют полной неопределённости как формы спектра, так и потока антинейтрино.

5.4.5. Вклад статистических и систематических погрешностей

Для последнего измерения была проведена оценка вкладов источников статистических и систематических неопределённостей в полную ошибку. Методика данной процедуры описана в приложении В.

Вклады источников неопределённости для параметров осцилляций $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 приведены на рисунке 5.19.

Как видно из представленных диаграмм, доминантный вклад в неопределённость $\sin^2 2\theta_{13}$ по-прежнему составляет статистика, а самый большой систематический вклад даёт неопределённость относительной эффективности детекторов. Гораздо меньший вклад даёт неопределённость реакторных данных и оценка вклада фона ${}^8\text{He}/{}^9\text{Li}$. Дальнейшее

Корреляционная матрица

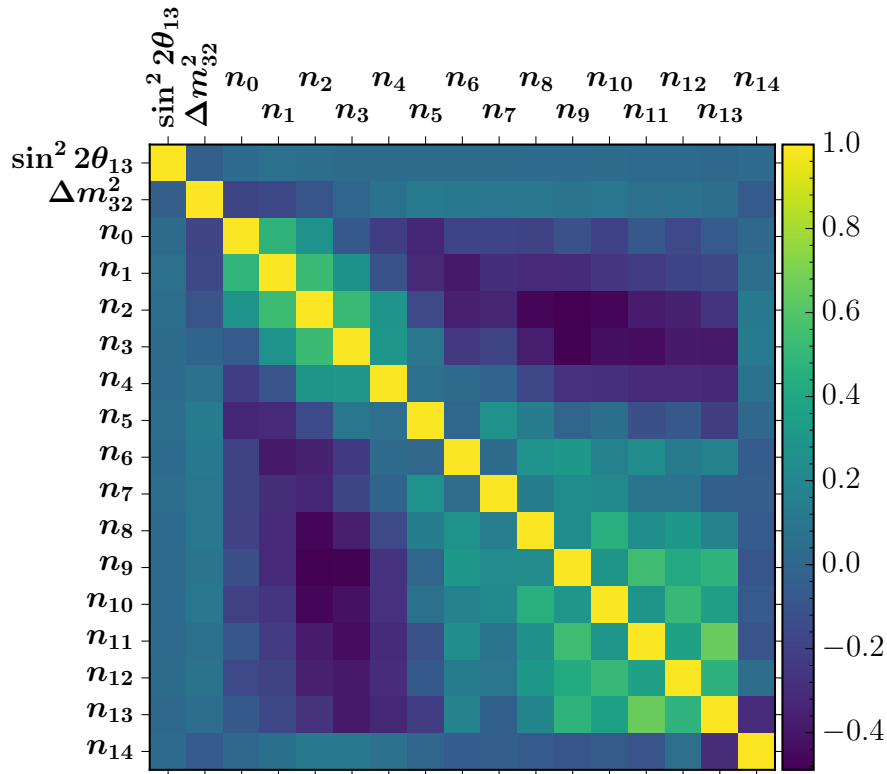


Рис. 5.18. Матрица корреляций параметров подгонки: параметры нейтринных осцилляций $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 и 15 параметров антинейтринного спектра.

улучшение точности измерения $\sin^2 2\theta_{13}$ будет достигнуто преимущественно за счёт набора дополнительной статистики, объединения результатов анализов nGd и nH, а также проведения совместного анализа данных экспериментов Daya Bay, RENO и Double CHOOZ. По предварительным оценкам ожидается, что объединение результатов анализов nGd и nH экспериментов Daya Bay, RENO и Double CHOOZ улучшит неопределённость $\sin^2 2\theta_{13}$ на 6% относительно результата эксперимента Daya Bay.

Относительный вклад статистики и систематики в неопределённость Δm_{32}^2 практически сравнялся. Главный систематический вклад определяется относительной неопределённостью энергетической шкалы. Следующий по значимости систематический вклад определяется неопределённостью эффекта IAV. Некоторое улучшение точности измерения Δm_{32}^2 будет достигнуто за счёт улучшения модели энергетического отклика детекторов и более детальной параметризации вариации энергетического отклика между отдельными детекторами. Для исследования энергетической шкалы и отклика детекторов в эксперименте в настоящее время планируется проведение нескольких калибровочных кампаний.

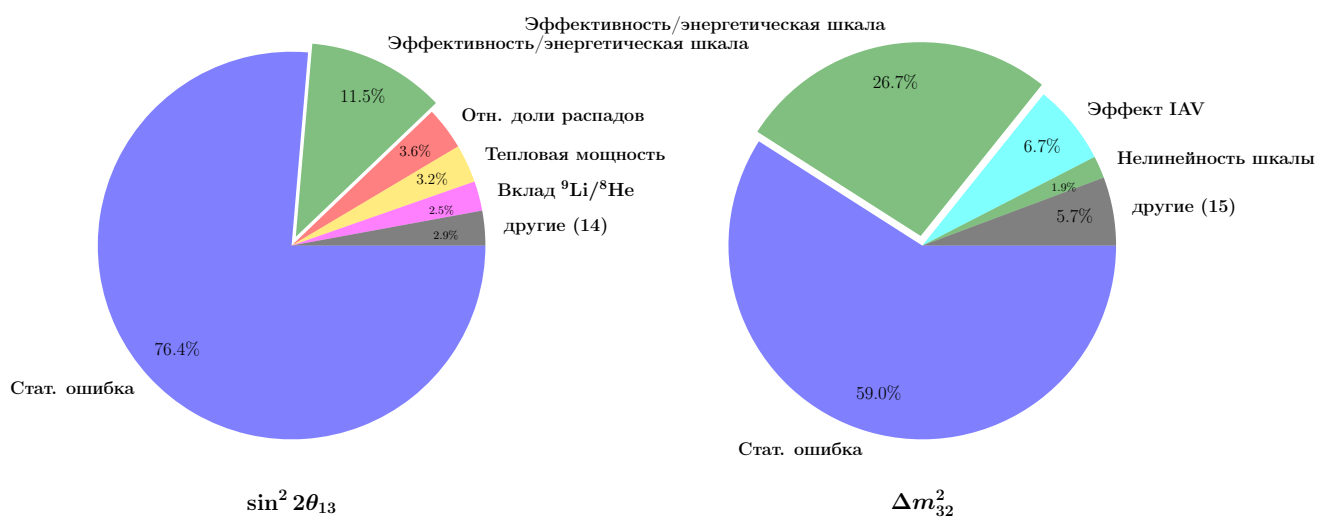


Рис. 5.19. Вклад статистических и систематических неопределённостей в ошибку измерения $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm^2_{32} . Последний сектор, обозначенный как „другие“, объединяет в себе все оставшиеся малозначительные неопределённости в количестве, указанном в скобках.

5.5. Заключение к пятой главе

По мере набора статистики экспериментом Daya Bay автором был проведён ряд исследований с целью измерения параметров нейтринных осцилляций θ_{13} и Δm_{32}^2 , а также спектра реакторных антинейтрино.

На основе данных, набранных на шести детекторах эксперимента Daya Bay за период 55 дней, был проведён анализ в режиме „поток“, в результате которого получено первое измерение угла смешивания θ_{13} :

$$\sin^2 2\theta_{13} = 0.093 \pm 0.016 \text{ (стат.)} \pm 0.007 \text{ (сист.)}, \quad (5.7)$$

демонстрирующее отличие угла от нуля со значимостью более пяти стандартных отклонений. В результате обновлённого анализа данных, набранных за период 139 дней, значимость отличия угла смешивания θ_{13} от нуля превысило семь стандартных отклонений. Получено значение:

$$\sin^2 2\theta_{13} = 0.086 \pm 0.010 \text{ (стат.)} \pm 0.006 \text{ (сист.)}. \quad (5.8)$$

Анализ в режиме „поток+спектр“ был проведён для данных, набранных за период 621 день. Получены результаты измерений двух параметров осцилляций нейтрино:

$$\sin^2 2\theta_{13} = 0.083 \pm 0.005, \quad (5.9)$$

$$\Delta m_{32}^2 \text{ (НИ}^3\text{)} = (2.41 \pm 0.11) \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2. \quad (5.10)$$

Полученное значение Δm_{32}^2 согласуется с результатами ускорительных экспериментов и является первым измерением, полученным с реакторными электронными антинейтрино.

Недавнее измерение осцилляционных параметров в эксперименте Daya Bay, использующее статистику более 2.5 миллионов антинейтринных взаимодействий, зарегистрированных за период 1230 дней, было завершено в 2016 году. Полученное значение:

$$\sin^2 2\theta_{13} = 0.0841 \pm 0.0027 \text{ (стат.)} \pm 0.0019 \text{ (сист.)} \quad (5.11)$$

является наиболее точным измерением угла смешивания и согласуется как с предыдущими результатами эксперимента Daya Bay, так и с результатом анализа данных в режиме „поток“:

$$\sin^2 2\theta_{13} = 0.0850 \pm 0.0030 \text{ (стат.)} \pm 0.0028 \text{ (сист.)}. \quad (5.12)$$

³значение Δm_{32}^2 в предположении обратной иерархии или значение Δm_{ee}^2 может быть получено по формуле (2.4) на странице 66.

Результат измерения расщепления масс:

$$\begin{aligned}
 |\Delta m_{ee}^2| &= [2.50 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}] \times 10^{-3} \text{ эВ}^2, \\
 \Delta m_{32}^2 \text{ (НИ)} &= [2.45 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}] \times 10^{-3} \text{ эВ}^2, \\
 \Delta m_{32}^2 \text{ (ОИ)} &= [-2.56 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}] \times 10^{-3} \text{ эВ}^2,
 \end{aligned}
 \tag{5.13}$$

формально является наиболее точным измерением данной величины. С физической точки зрения результат согласуется по значению и сравним по точности с результатами ускорительных экспериментов.

Результаты измерения осцилляционных параметров, полученные автором в составе дубненской группы на статистике 1230 дней были приняты в качестве официальных результатов коллаборации Daya Bay [19].

В результате анализа в режиме „поток+спектр“ одновременно с осцилляционными параметрами был измерен спектр реакторных антинейтрино. Результат измерения спектра отражает две особенности измеренного антинейтринного спектра. Первая — это реакторная аномалия, то есть недостаток полного потока антинейтрино около 5%. Вторая — плечо в области энергии антинейтрино 4–6 МэВ, значительный локальный избыток антинейтрино. Результат измерения спектра антинейтрино, проведённый совместно с измерением осцилляционных параметров на данных всех восьми детекторов, находится в согласии с официальным результатом измерения спектра на основе данных только ближних детекторов [30].

Заключение

Настоящая диссертационная работа посвящена измерению параметров осцилляций нейтрино $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 на основе данных эксперимента Daya Bay. При её выполнении непосредственно автором или при его активном участии получены следующие основные результаты:

1. Для анализа данных эксперимента Daya Bay разработано ПО `dybOscar`. ПО предназначено для моделирования отклика антинейтринного детектора в произвольном реакторном нейтринном эксперименте и поддерживает возможность гибкой замены основных элементов вычислений. Реализованы компоненты, необходимые для предсказания наблюдаемых антинейтринных спектров от ядерных реакторов в сцинтилляторных детекторах эксперимента Daya Bay с учётом фоновых событий. Отдельное внимание уделено учёту систематических погрешностей и статистическому анализу. На основе обширного тестирования `dybOscar` на модельных данных, в том числе полученных из независимых источников, продемонстрирована аккуратность и стабильность результатов.

ПО `dybOscar` используется также для ряда других исследований: исследование эффектов квантовой декогерентности в экспериментах Daya Bay и KamLAND, поиск стерильных нейтрино, измерение спектра антинейтрино от реактора.

2. При помощи ПО `dybOscar12` был проведён анализ данных эксперимента Daya Bay в режиме „поток“. Результатом анализа данных, набранных за период 55 дней, является открытие ненулевого значения угла смешивания θ_{13} со статистической значимостью более пяти стандартных отклонений:

$$\sin^2 2\theta_{13} = 0.093 \pm 0.016 \text{ (стат.)} \pm 0.007 \text{ (сист.)}. \quad (5.14)$$

После анализа увеличенной статистики, набранной за период 139 дней, значимость отличия угла смешивания от нуля выросла до семи стандартных отклонений. Получено новое измерение угла смешивания

$$\sin^2 2\theta_{13} = 0.086 \pm 0.010 \text{ (стат.)} \pm 0.006 \text{ (сист.)}. \quad (5.15)$$

Анализ данных в режиме „поток“ был повторён в 2016 при помощи последней, наиболее детальной версии `dybOscar` для данных, набранных за период 1230 дней:

$$\sin^2 2\theta_{13} = 0.0850 \pm 0.0030 \text{ (стат.)} \pm 0.0028 \text{ (сист.)}. \quad (5.16)$$

Приведённые результаты согласуются между собой и с результатами последнего анализа в режиме „поток+спектр“.

3. При помощи ПО `dybOscar` был проведён анализ данных эксперимента Daya Bay в режиме „поток+спектр“. В результате анализа данных, набранных за период 621 день, в 2014 году было получено новое, более точное значение угла смешивания нейтрино:

$$\sin^2 2\theta_{13} = 0.083 \pm 0.005. \quad (5.17)$$

Последнее на сегодняшний день измерение угла смешивания, полученное в 2016 году на основе данных, набранных за период 1230 дней:

$$\sin^2 2\theta_{13} = 0.0841 \pm 0.0027 \text{ (стат.)} \pm 0.0019 \text{ (сист.)}, \quad (5.18)$$

является наиболее точным измерением этой величины и было использовано в качестве официального результата эксперимента Daya Bay [19]. Результат измерений согласуется с предыдущими результатами эксперимента Daya Bay, результатами других групп Daya Bay, а также результатами других экспериментов.

4. В результате осцилляционного анализа данных эксперимента Daya Bay, набранных за период 621 день было также получено значение расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2 . В результате анализа в режиме „поток+спектр“ в 2014 году получено значение:

$$\Delta m_{32}^2 \text{ (НИ)} = (2.41 \pm 0.11) \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2 \quad (5.19)$$

в предположении нормальной иерархии⁴. В 2016 году результат был обновлён:

$$\begin{aligned} |\Delta m_{ee}^2| &= [2.50 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}] \times 10^{-3} \text{ эВ}^2, \\ \Delta m_{32}^2 \text{ (НИ)} &= [2.45 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}] \times 10^{-3} \text{ эВ}^2, \\ \Delta m_{32}^2 \text{ (ОИ)} &= [-2.56 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}] \times 10^{-3} \text{ эВ}^2, \end{aligned} \quad (5.20)$$

что является наиболее точным измерением данной величины среди реакторных экспериментов. Измерение (5.20) было использован в качестве официального результата

эксперимента Daya Bay [19]. Точность измерения Δm_{32}^2 в эксперименте Daya Bay сравнима с точностью измерений ускорительных экспериментов. Последний результат измерения согласуется с предыдущим измерением данной величины в эксперименте Daya Bay, с результатами других групп эксперимента Daya Bay, а также результатами других экспериментов. Результаты измерения в эксперименте Daya Bay θ_{13} и Δm_{32}^2 имеют очень слабую корреляцию $\rho = -0.03$, а также практически не зависят от других параметров осцилляций.

Сопоставление последних результатов измерения параметров осцилляций $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 в эксперименте Daya Bay с наиболее точными результатами других экспериментов представлено в таблицах 5.5–5.7. Сопоставление всех мировых измерений данных величин можно найти в таблицах 1.7 и 1.8 на страницах 56 и 60.

Эксперимент		Значение
Daya Bay	nGd	0.0841 ± 0.0033
RENO	nGd	0.082 ± 0.010
Daya Bay	nH	0.071 ± 0.011
D-CHOOZ	nGd+nH	0.119 ± 0.016
RENO	nH	0.086 ± 0.019
D-CHOOZ	nH	$0.095^{+0.038}_{-0.039}$
T2K		$0.100^{+0.041}_{-0.017}$
NO ν A	НИ	$0.093^{+0.079}_{-0.048}$
	ОИ	$0.157^{+0.106}_{-0.082}$

Таблица 5.5. Сопоставление результатов измерения угла смешивания нейтрино θ_{13} .

⁴значение Δm_{32}^2 в предположении обратной иерархии или значение Δm_{ee}^2 может быть получено по формуле (2.4) на странице 66.

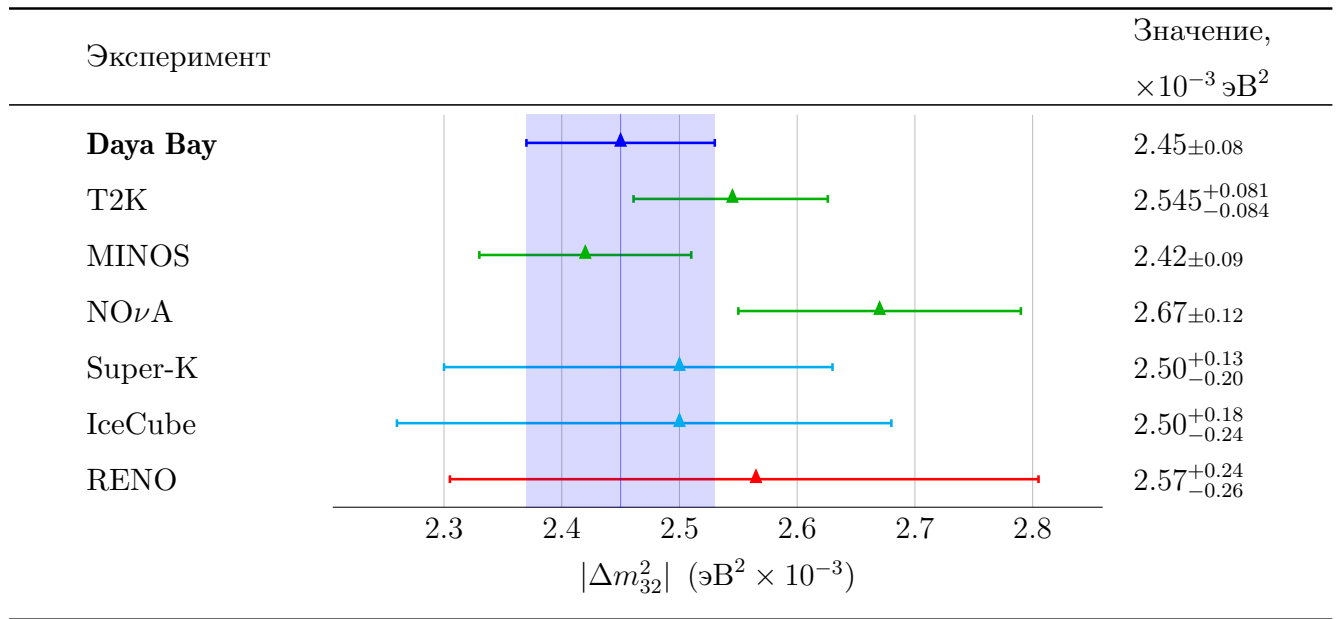


Таблица 5.6. Сопоставление измерений расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2 в предположении нормальной иерархии масс нейтрино.

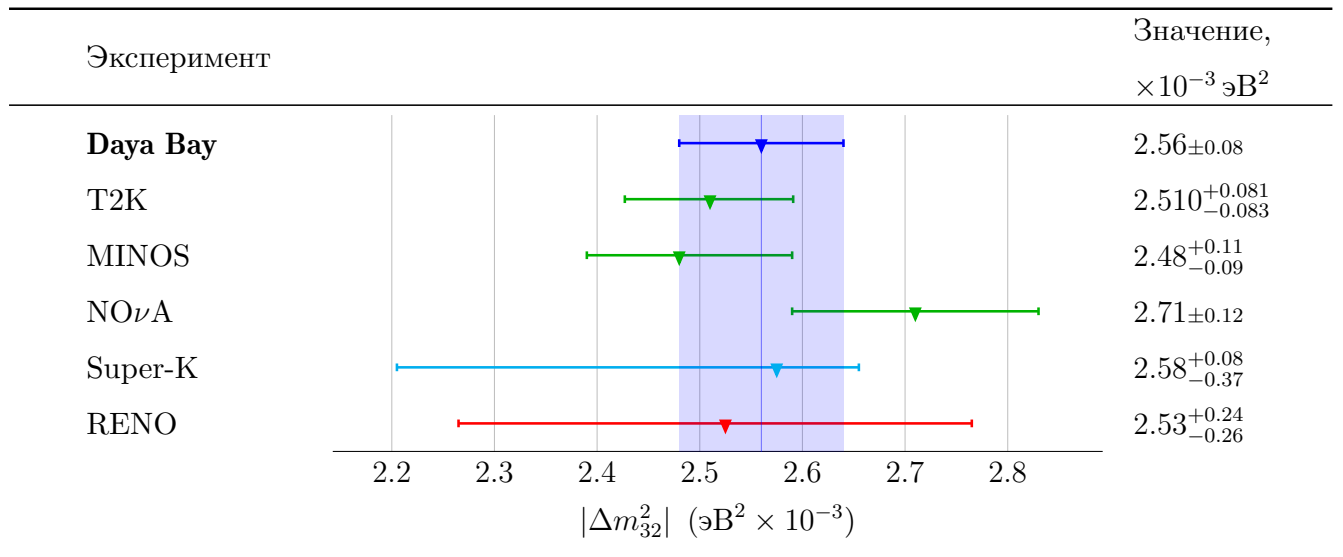


Таблица 5.7. Сопоставление измерений расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2 в предположении обратной иерархии масс нейтрино.

А. Систематические неопределённости измерений

Параметры моделей, физические константы, свойства детектора и другие величины, используемые при анализе данных эксперимента известны внутри доверительного интервала, или на жаргоне „с ошибкой“, или „с неопределённостью“. Неопределённости используемых моделей естественным образом влияют на ошибку, с которой мы можем измерить интересующие нас параметры. В нашем случае это $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 .

В данном приложении мы определим, что понимается под неопределённостями и чем отличаются коррелированные и некоррелированные систематические неопределённости. То, как неопределённости учитываются в анализе описано в приложении Б.

А.1. Неопределённость нормально распределённой величины

В научной литературе, когда речь идёт о неопределённости величины x , подразумевается, что x распределена нормально вокруг центрального значения x_0 с шириной σ_x . Исключения, как правило, оговариваются особо.

При анализе данных эксперимента Data Bay все статистические и систематические неопределённости рассматриваются в приближении нормального распределения.

А.2. Некоррелированные неопределённости

В случае, когда рассматриваются несколько независимых параметров, например x , y и z , то говорят, что их неопределённости являются некоррелированными. В данном случае случайные величины x , y и z можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}x &= x_0 + \sigma_x \delta_x, \\y &= y_0 + \sigma_y \delta_y, \\z &= z_0 + \sigma_z \delta_z,\end{aligned}\tag{A.1}$$

где x_0 , y_0 и z_0 — это центральные значения параметров x , y и z ; σ_x , σ_y и σ_z — их ошибки, а δ_x , δ_y и δ_z — случайные величины, распределённые по нормальному закону вокруг нуля с единичной дисперсией.

Эквивалентно можно утверждать, что вектор $X = (x, y, z)$ распределён согласно многомерному нормальному распределению вокруг центральных значений $X_0 = (x_0, y_0, z_0)$ с

диагональной матрицей ошибок:

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Плотность вероятности многомерного нормального распределения приведена в формуле (Б.1) в приложении Б.

А.3. Коррелированные неопределённости

Когда параметры не являются независимыми, говорят о наличии корреляций между ними. В общем случае форма зависимости между коррелированными параметрами может быть любой. Однако, чаще всего рассматривают линейное приближение. В случае, когда между параметрами есть линейная зависимость, плотность вероятности остаётся нормальной, однако в матрице ошибок (А.2) появляются недиагональные элементы:

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_z^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

Матрица ошибок размерности N , аналогичная матрице (А.3), может быть параметризована при помощи $N(N + 1)/2$ параметров.

Недиагональный элемент матрицы, например, $V_{xy} = \sigma_{xy} = \text{cov}(x, y)$ — это ковариация, математическое ожидание произведения отклонений величин $x - x_0$ и $y - y_0$. Элемент V_{xy} больше (меньше) нуля, если величина x в среднем увеличивается (уменьшается) с ростом y . В этом случае говорят о положительной (отрицательной) корреляции, или связи, между x и y . В предельном случае полной (анти)корреляции между величинами x и y элемент матрицы ошибок V_{xy} совпадает с диагональными элементами с точностью до знака: $V_{xy} = \pm V_{xx} = \pm V_{yy}$.

Для визуализации корреляций удобно использовать так называемую корреляционную матрицу:

$$C_{ij} = \frac{V_{ij}}{\sqrt{V_{ii}V_{jj}}}. \quad (\text{A.4})$$

Из определения (А.4) видно, что величина C_{ij} имеет значение в пределах от -1 до $+1$ и характеризует относительную ковариацию величин X_i и X_j . Значения в окрестности нуля

соответствуют отсутствию корреляции, а значения вблизи $+1$ (-1) соответствуют наличию сильной (анти)корреляции.

Следует отметить, что если вектор X распределён согласно многомерному нормальному распределению с матрицей ошибок V , то при помощи линейного преобразования всегда можно перейти к вектору X' , элементы которого распределены независимо (см. приложение Б и формулы формулы (Б.23)–(Б.25)).

Существует приближённый способ задания коррелированных неопределённостей. Рассмотрим случай переменных, аналогичный (А.1), однако с общим случайным членом:

$$\begin{aligned}x &= x_0 + \sigma_x \delta_x + \varsigma_x \delta_c, \\y &= y_0 + \sigma_y \delta_y + \varsigma_y \delta_c, \\z &= z_0 + \sigma_z \delta_z + \varsigma_z \delta_c,\end{aligned}\tag{A.5}$$

где δ_c — это случайная переменная, распределённая нормально вокруг нуля с единичной дисперсией, а ς_x , ς_y и ς_z — коррелированные ошибки параметров x , y и z . Вектор $X = (x, y, z)$ в данном случае также распределён согласно многомерному нормальному распределению. Матрица ошибок в данном случае выглядит следующим образом:

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 + \varsigma_x^2 & \varsigma_x \varsigma_y & \varsigma_x \varsigma_z \\ \varsigma_x \varsigma_y & \sigma_y^2 + \varsigma_y^2 & \varsigma_y \varsigma_z \\ \varsigma_x \varsigma_z & \varsigma_y \varsigma_z & \sigma_z^2 + \varsigma_z^2 \end{pmatrix}.\tag{A.6}$$

Матрица ошибок размерности N , аналогичная матрице (А.6), может быть параметризована при помощи $2N$ параметров. Коррелированные неопределённости в определённых случаях могут быть равны $\varsigma_x = \varsigma_y = \varsigma_z = \varsigma$. В этом случае матрица ошибок параметризуется следующим образом:

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 + \varsigma^2 & \varsigma^2 & \varsigma^2 \\ \varsigma^2 & \sigma_y^2 + \varsigma^2 & \varsigma^2 \\ \varsigma^2 & \varsigma^2 & \sigma_z^2 + \varsigma^2 \end{pmatrix}.\tag{A.7}$$

К примерам коррелированных неопределённостей, заданных при помощи матрицы ошибок (А.3) в общем виде, относятся неопределённости относительных вкладов делящихся изотопов в полное число делений в реакторе (см. раздел 2.6.1.1). Приближение (А.6) используется, в частности, для задания неопределённостей спектров антинейтрино от делящихся изотопов в модели Huber+Mueller (см. раздел 1.3.3.2). Вариант с общей коррелированной ошибкой используется для задания коррелированной ошибки эффективности детектирования (см. раздел 2.6.1.2).

А.4. Сокращение коррелированных неопределённостей при „относительном“ измерении

Рассмотрим пример нормировки количества событий в детекторе антинейтрино. Эта величина является произведением некоторого количества нормировочных коэффициентов и эффективностей, каждая из которых входит со своей неопределённостью: нормировка потока реакторных антинейтрино, нормировка сечения обратного бета-распада, количество протонов в мишени, эффективность триггера, эффективность критериев отбора и др.

Рассмотрим простой пример с двумя детекторами А и В. Нормировки детектирования K_A и K_B определяется двумя величинами: нормировкой сечения взаимодействия N и эффективностями отбора ε_A и ε_B . При этом неопределённость нормировки сечения ζ^N будет коррелированной между детекторами, а неопределённости эффективностей σ^A и σ^B предположим некоррелированными. Учёт систематических неопределённостей означает, что нормировки детектирования — случайные переменные. Запишем их в виде:

$$\begin{aligned} K_A &= N\varepsilon^A = N_0\varepsilon_0^A \left(1 + \frac{\zeta^N}{N^0}\delta\right) \left(1 + \frac{\sigma^A}{\varepsilon_0^A}\delta^A\right), \\ K_B &= N\varepsilon^B = N_0\varepsilon_0^B \left(1 + \frac{\zeta^N}{N^0}\delta\right) \left(1 + \frac{\sigma^B}{\varepsilon_0^B}\delta^B\right), \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

где δ , δ^A и δ^B — это три независимые нормально распределённые переменные с единичными дисперсиями и нулевым центральным значением. На основе выражения (А.8) можно сделать два наблюдения. Во-первых, когда относительные неопределённости модельных параметров ζ^N/N^0 , σ^A/ε_0^A и σ^B/ε_0^B малы ($\ll 1$), выражения (А.8) могут быть записаны в линейном приближении:

$$\begin{aligned} K_A &\approx N_0\varepsilon_0^A \left(1 + \frac{\zeta^N}{N^0}\delta + \frac{\sigma^A}{\varepsilon_0^A}\delta^A\right), \\ K_B &\approx N_0\varepsilon_0^B \left(1 + \frac{\zeta^N}{N^0}\delta + \frac{\sigma^B}{\varepsilon_0^B}\delta^B\right), \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

то есть величины K_A и K_B будут распределены согласно многомерному нормальному распределению, аналогично случаю (А.5).

Во-вторых, при измерении отношения K_A/K_B , полностью сокращается коррелированная часть выражения (А.8):

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\varepsilon_0^A \left(1 + \frac{\sigma^A}{\varepsilon_0^A}\delta^A\right)}{\varepsilon_0^B \left(1 + \frac{\sigma^B}{\varepsilon_0^B}\delta^B\right)}. \quad (\text{A.10})$$

Таким образом на результат измерения отношения K_A/K_B не влияет ни абсолютная величина значения нормировки сечения детектирования, ни её неопределённость, с точностью, однако, до статистических флуктуаций, вклад которых в настоящем примере не рассматривается. Также неопределённость нормировки не влияет на ошибку измерения отношения. Приём с сокращением вклада коррелированной ошибки в отношении часто называют „относительным“ измерением.

К примерам использования данного подхода можно отнести „относительное измерение“ $\sin^2 2\theta_{13}$ в эксперименте с несколькими детекторами, так как величина $\sin^2 2\theta_{13}$ в нулевом приближении определяется отношением количества событий, обнаруженных в дальнем детекторе, к количеству событий в ближнем детекторе.

В связи с тем, что конфигурация современных реакторных нейтринных экспериментов включает в себя как несколько источников антинейтрино, так и несколько детекторов, построить решение в виде отношения представляется затруднительным. Кроме того, сложности возникают при оценке неопределённости полученных результатов. В общем случае как поиск решения, так и оценка неопределённости результата связана с исследованием поведения функции хи-квадрат.

А.5. „Относительное“ измерение при поиске решения методом минимизации функции хи-квадрат

Рассмотрим функцию хи-квадрат для простого эксперимента с двумя детекторами, ближним и дальним, наблюдающих x_n и x_f событий. Ожидаемое количество событий в детекторах запишем следующим образом:

$$\begin{aligned}\mu_n &= nM_n, \\ \mu_f &= nkM_f,\end{aligned}\tag{A.11}$$

где M_n и M_f ожидаемые количества событий в детекторах до учёта поправок и эффективностей, n — это общая для обоих детекторов нормировка, а k — неизвестный параметр, который необходимо определить из эксперимента. Параметр k , аналогично случаю с $\sin^2 2\theta_{13}$, влияет только на количество событий в дальнем детекторе.

Запишем функцию хи-квадрат для данного эксперимента:

$$\chi^2 = \frac{(x_n - nM_n)^2}{\sigma_n^2} + \frac{(x_f - nkM_f)^2}{\sigma_f^2},\tag{A.12}$$

где σ_n и σ_f — это статистические ошибки наблюдений на ближнем и дальнем детекторах. Минимум функции (A.12) можно найти аналитически. В результате найдём значение k :

$$k = \frac{x_f/x_n}{M_f/M_n}. \quad (\text{A.13})$$

То есть k определяется отношением наблюдаемых количеств событий между дальним и ближним детектором. Наличие отношения номинальных моделей M_f/M_n в знаменателе связано с выбором параметризации (A.11). Значение (A.13) не зависит от реального значения нормировки n_{true} реализуемого в наблюдениях x_n и x_f .

Можно показать, что решение для k будет иметь „относительную“ природу и в более сложных случаях: при произвольном количестве детекторов на разных расстояниях, то есть количество событий в которых по разному зависит от k , а также при наличии систематических неопределённостей и корреляций между наблюдениями. В результате общая нормировка всегда будет сокращаться. Это происходит при одном условии: нормировка является общей для всех детекторов и является свободным параметром подгонки, то есть добавлена без штрафных членов к функции хи-квадрат.

Модель (A.12) может быть далее усложнена, при рассмотрении энергетических спектров в детекторах. Можно ввести нормировочный коэффициент n'_i , варьирующий количество событий в определённом энергетическом интервале i во всех детекторах одновременно. При подгонке без штрафных членов набор коэффициентов (n'_1, n'_2, \dots) будет реализовывать измерение энергетического спектра, а совместная подгонка с (n'_1, n'_2, \dots) позволит реализовать „относительное“ измерение параметров, которые по-разному искажают спектр в различных детекторах. К таким параметрам, в частности, относится расщепление масс Δm_{32}^2 .

Следует отметить, что факт подгонки нормировки или спектра как свободных параметров не означает игнорирование коррелированных неопределённостей модели. Напротив, данный подход является предельным случаем с бесконечно большой коррелированной неопределённостью. То есть, когда в разделе 2.6 утверждается, что коррелированные неопределённости сокращаются или „не учитываются“ в анализе, это означает, что при анализе данных коррелированная ошибка считается бесконечно большой.

Таким образом, подгонка параметров спектра и общей нормировки как свободных параметров совместно с параметрами осцилляций нейтрино $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 в эксперименте с несколькими детекторами на разных расстояниях позволяет провести „относительное измерение“ $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 , то есть значительно сократить влияние формы спектра антиней-

трино и коррелированной части нормировки детектирования, а также их неопределённостей на результат измерений.

А.6. Асимметричные неопределённости

В заключение необходимо добавить несколько слов об асимметричных неопределёностях. Ошибки на некоторые переменные указываются при помощи двух чисел: левой и правой ошибки σ_l и σ_r . В нашем случае, к таким ошибкам относятся часть неопределённостей антинейтринных спектров Huber [47], связанная с определением эффективного среднего заряда продуктов деления тяжёлых изотопов в реакторе.

Один из способов интерпретации данных ошибок, это задание плотности вероятности асимметричного нормального распределения:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \begin{cases} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_l^2}}, & x < x_0 \\ e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_r^2}}, & x > x_0 \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

$$\sigma = \frac{\sigma_l + \sigma_r}{2}. \quad (\text{A.15})$$

В функцию хи-квадрат при этом добавляется штрафной член вида $-2 \ln P(x)$.

Можно показать, что при работе с функцией хи-квадрат в линейном приближении, то есть когда ошибки σ_l и σ_r малы, использование выражения (A.14) эквивалентно использованию обычного симметричного нормального распределения с ошибкой (A.15), равной арифметическому среднему между σ_l и σ_r . Данный подход используется при учёте асимметричного вклада в ошибку антинейтринных спектров.

Б. Плотность вероятности нормального распределения как функция правдоподобия

Все вычисления в данном разделе для простоты и обобщения получены в матричном виде. Матрицы и вектора при этом никак не выделяются.

Б.1. Плотность вероятности нормального распределения

Рассмотрим задачу поиска неизвестных параметров на основе экспериментальных данных в байесовском подходе. Известные экспериментальные данные обозначим как x — столбец размерности N . Тестируемая гипотеза μ описывает экспериментальные данные и зависит от набора неизвестных параметров θ размерности K и набора из M модельных параметров η^0 , известных с некоторыми неопределённостями. Функция правдоподобия, то есть вероятность обнаружить в эксперименте спектр x при некоторых параметрах θ и η в предположении нормального распределения можно записать следующим образом:

$$L_{\text{pull}}(x, \theta, \eta) = P_{\text{pull}}(x, \theta, \eta) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N |V_{\text{стат.}}|}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu(\theta, \eta))^T V_{\text{стат.}}^{-1} (x-\mu(\theta, \eta))} \times \\ \times \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^M |V_{\eta}|}} e^{-\frac{1}{2}(\eta-\eta^0)^T V_{\eta}^{-1} (\eta-\eta^0)}, \quad (\text{Б.1})$$

где $V_{\text{стат.}}$ — матрица статистических ошибок x , V_{η} — матрица ошибок параметров η , а $|V|$ обозначает определитель матрицы. Выражение (Б.1) представляет собой априорную функцию для параметров η — гауссову плотность вероятности отклонения x от среднего μ , зависящую от переменных θ и η , помноженная на гауссову плотность вероятности отклонения параметров η от их ожидаемого значения η^0 .

Матрица ошибок V_{η} в общем случае недиагональна и включает также корреляции между параметрами η . Если параметры η независимы, то квадратичная форма может быть упрощена до известной конструкции:

$$(\eta - \eta^0)^T V_{\eta}^{-1} (\eta - \eta^0) = \sum_i \frac{(\eta_i - \eta_i^0)^2}{\sigma_{\eta, i}^2}, \quad (\text{Б.2})$$

где $\sigma_{\eta, i}^2 = (V_{\eta})_{ii}$ — ширина доверительного интервала параметра η_i .

Для поиска максимума выражения (Б.1) необходимо подобрать $K + M$ параметров, K свободных и M ограниченных. При определённых условиях количество переменных можно

сократить, проведя процедуру маргинализации по параметрам η :

$$L(x, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} L_{\text{pull}}(x, \theta, \eta) d\eta_1 \dots d\eta_M = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N |V_{\text{стат.}}|}} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^M |V_{\eta}|}} \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu(\theta, \eta))^T V_{\text{стат.}}^{-1} (x-\mu(\theta, \eta))} e^{-\frac{1}{2}(\eta-\eta^0)^T V_{\eta}^{-1} (\eta-\eta^0)} d\eta_1 \dots d\eta_M. \quad (\text{Б.3})$$

В случае, когда ошибки параметров η достаточно малы, предсказание μ может быть разложено в ряд Тейлора в окрестности η^0 :

$$\mu_i(\theta, \eta) \approx \mu_i^0(\theta) + \sum_j \frac{d\mu_i(\theta, \eta)}{d\eta_j} \Big|_{\eta_j^0} (\eta_j - \eta_j^0), \quad (\text{Б.4})$$

где используется обозначение $\mu_i^0(\theta) = \mu_i(\theta, \eta^0)$. Запишем разложение в матричном виде:

$$\mu(\theta, \eta) \approx \mu^0(\theta) + D(\theta)(\eta - \eta^0), \quad (\text{Б.5})$$

где D — якобиан, матрица первых производных функции μ по η :

$$D_{ij}(\theta) = \frac{d\mu_i}{d\eta_j} \Big|_{\theta, \eta^0}. \quad (\text{Б.6})$$

В случае линейного приближения по параметрам η функция μ представляет собой сумму нормально распределённых величин, поэтому интеграл (Б.3) может быть взят аналитически:

$$L(x, \theta) \approx \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N |V|}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu^0(\theta))^T V^{-1} (x-\mu^0(\theta))}, \quad (\text{Б.7})$$

где $V = V(\theta)$ — полная ковариационная матрица:

$$V(\theta) = V_{\text{стат.}} + V_{\text{сист.}}(\theta). \quad (\text{Б.8})$$

Матрица (Б.8) состоит из суммы статистической и систематической частей. Систематическая часть (Б.8) определяется следующим образом:

$$V_{\text{сист.}} = DV_{\eta}D^T, \quad (\text{Б.9})$$

$$[V_{\text{сист.}}(\theta)]_{km} = \sum_{ij} \frac{d\mu_k(\theta)}{d\eta_i} \frac{d\mu_m(\theta)}{d\eta_j} \Big|_{\eta_i^0, \eta_j^0} (V_{\eta})_{ij}. \quad (\text{Б.10})$$

В случае независимых η , выражение (Б.10) может быть упрощено до:

$$[V_{\text{сист.}}(\theta)]_{km} = \sum_i \frac{d\mu_k(\theta)}{d\eta_i} \frac{d\mu_m(\theta)}{d\eta_i} \Big|_{\eta_i^0, \eta_j^0} \sigma_{\eta, i}^2. \quad (\text{Б.11})$$

В данном приближении всегда можно перейти от набора зависимых переменных η к набору независимых переменных z при помощи замены:

$$z = V_\eta^{-\frac{1}{2}}(\eta - \eta^0). \quad (\text{Б.12})$$

Тогда выражение для ковариации может быть записано следующим образом:

$$V_{\text{сист.}} = D_z D_z^T, \quad (\text{Б.13})$$

$$[V_{\text{сист.}}(\theta)]_{km} = \sum_i \frac{d\mu_k(\theta)}{dz_i} \frac{d\mu_m(\theta)}{dz_i}, \quad (\text{Б.14})$$

где D_z — матрица производных по переменной z , определённая аналогично (Б.6). Плотность вероятности отклонения каждого элемента z_i от нуля описывается нормальным распределением с единичной дисперсией.

Вид выражения (Б.14) удобен с вычислительной точки зрения тем, что требует только одного цикла вместо двух для вычисления ковариационной матрицы по формуле (Б.10).

Выражение (Б.7) означает, что если неопределённости параметров модели достаточно малы и зависимость предсказания от них может быть аппроксимирована линейно, то плотность вероятности отклонения наблюдения x от ожидания при нормальных флуктуациях η является также нормальной. После снятия зависимости от η задача максимизации правдоподобия сводится к подбору K неизвестных параметров θ .

Следует обратить внимание на то, что в общем случае полученная ковариационная матрица зависит от свободных параметров θ .

Б.2. Функции хи-квадрат

Для поиска максимума функций правдоподобия (Б.1) и (Б.7) удобнее перейти от мультипликативных величин плотностей вероятностей к аддитивным — их логарифмам:

$$\begin{aligned} -2 \ln L_{\text{pull}}(x, \theta, \eta) &= (x - \mu(\theta, \eta))^T V_{\text{стат.}}^{-1} (x - \mu(\theta, \eta)) + \\ &+ (\eta - \eta^0)^T V_\eta^{-1} (\eta - \eta^0) + \log |V_{\text{стат.}}| + \log |V_\eta| + (N + M) \ln 2\pi \end{aligned} \quad (\text{Б.15})$$

для полной функции правдоподобия (Б.1), и

$$-2 \ln L(x, \theta) = (x - \mu^0(\theta))^T V(\theta)^{-1} (x - \mu^0(\theta)) + \log |V(\theta)| + N \ln 2\pi \quad (\text{Б.16})$$

для маргинальной функции правдоподобия (Б.7). Минимумы данных функций совпадают с максимумами соответствующих плотностей вероятностей.

На положения максимумов функций (Б.15) и (Б.16), естественно, не влияют члены, не зависящие от переменных θ и η . Эти члены могут быть отброшены. Однако, следует иметь ввиду, что члены $\log |V_{\text{стат.}}|$ и $\log |V(\theta)|$ могут быть отброшены только в случае, если стоящие в качестве аргументов ковариационные матрицы являются постоянными в области поиска значений θ и η . Конечные выражения:

$$\chi_{\text{pull}}^2(x, \theta, \eta) = (x - \mu(\theta, \eta))^T V_{\text{стат.}}^{-1} (x - \mu(\theta, \eta)) + (\eta - \eta^0)^T V_{\eta}^{-1} (\eta - \eta^0), \quad (\text{Б.17})$$

$$\chi_{\text{cov}}^2 = (x - \mu^0(\theta))^T V^{-1} (x - \mu^0(\theta)), \quad (\text{Б.18})$$

являются известными выражениями для функции хи-квадрат, которые используются в анализе для поиска параметров и оценки ошибок. χ_{pull}^2 — это функция хи-квадрат с $K + M$ степенями свободы со штрафными членами $(\eta - \eta^0)^T V_{\eta}^{-1} (\eta - \eta^0)$ и матрицей статистических ошибок $V_{\text{стат.}}$, как правило, диагональной. χ_{cov}^2 — функция хи-квадрат с K степенями свободы с полной ковариационной матрицей, включающей как статистические, так и систематические ошибки. Минимумы функций (Б.17) и (Б.18) соответствуют максимумам функций правдоподобия (Б.1) и (Б.7), при условии, что ковариационные матрицы не зависят от параметров подгонки. В противном случае функции χ_{pull}^2 и χ_{cov}^2 могут приводить к отклонениям в оценке параметров θ (см. раздел 4.5).

Выражения (Б.17) и (Б.18) являются предельными случаями, когда маргинализация проходит по всем переменным. Возможен промежуточный вариант, возникающей когда маргинализации подвергаются только часть переменных η , тогда как другая часть ζ остаётся со штрафными членами:

$$\chi^2(x, \theta, \zeta) = (x - \mu(\theta, \zeta, \eta^0))^T V^{-1} (x - \mu(\theta, \zeta, \eta^0)) + (\zeta - \zeta^0)^T V_{\zeta}^{-1} (\zeta - \zeta^0), \quad (\text{Б.19})$$

где V — ковариационная матрица со статистической и систематической частью (Б.8), причём в систематическую часть входят только переменные η :

$$V(\theta, \zeta) = V_{\text{стат.}} + D_{\eta} V_{\eta} D_{\eta}^T. \quad (\text{Б.20})$$

Аналогично соответствию между выражениями (Б.15)–(Б.18), выражение (Б.19) соответствует эстиматору максимума правдоподобия:

$$\begin{aligned} -2 \ln L_{\text{pull}}(x, \theta, \zeta) &= (x - \mu(\theta, \zeta, \eta^0))^T V^{-1} (x - \mu(\theta, \zeta, \eta^0)) + \\ &+ (\zeta - \zeta^0)^T V_{\zeta}^{-1} (\zeta - \zeta^0) + \log |V|. \end{aligned} \quad (\text{Б.21})$$

Б.3. Приближённое решение для минимума функции хи-квадрат со штрафными членами

В случае, когда зависимость модели μ от параметров η линейна либо неопределённости параметров η достаточно малы, модель может быть аппроксимирована линейной функцией (Б.5):

$$\mu(\theta) \approx \mu^0(\theta) + D_\eta(\eta - \eta^0), \quad (\text{Б.22})$$

решение для минимума функции хи-квадрат со штрафными членами может быть найдено аналитически. Для упрощения вычислений посредством линейного преобразования перейдём от переменных η к независимым переменным z :

$$z = V_\eta^{-\frac{1}{2}}(\eta - \eta^0), \quad (\text{Б.23})$$

$$\eta = V_\eta^{\frac{1}{2}}z + \eta^0, \quad (\text{Б.24})$$

$$D = D_\eta V_\eta^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{Б.25})$$

где D — матрица производных по z , определённая аналогично (Б.6). Выражение (Б.17) при этом упрощается до:

$$\chi_{\text{pull}}^2(\theta, z) = (x - \mu^0 - Dz)^T V_{\text{stat}}^{-1} (x - \mu^0 - Dz) + z^2, \quad (\text{Б.26})$$

где $z^2 = z^T z$. Точка минимума может быть найдена требованием зануления всех производных по z :

$$\begin{pmatrix} \frac{d}{dz_0} \\ \frac{d}{dz_1} \\ \dots \end{pmatrix} \chi_{\text{pull}}^2(\theta, \eta) = -2D^T V_{\text{stat}}^{-1} (x - \mu^0 - Dz) + 2z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \end{pmatrix}. \quad (\text{Б.27})$$

Уравнение (Б.27) может быть решено в терминах z :

$$z(\theta) = (I + D^T V_{\text{stat}}^{-1} D)^{-1} D^T V_{\text{stat}}^{-1} (x - \mu^0(\theta)), \quad (\text{Б.28})$$

или, с учётом соотношений (Б.23)-(Б.25), в терминах η :

$$\eta(\theta) = (V_\eta^{-1} + D_\eta^T V_{\text{stat}}^{-1} D_\eta)^{-1} D_\eta^T V_{\text{stat}}^{-1} (x - \mu^0(\theta)) + \eta^0. \quad (\text{Б.29})$$

Таким образом, для заданных значений свободных параметров θ можно приближённо найти оптимальные значения параметров η , минимизирующих функцию хи-квадрат (Б.26).

Подставив решение (Б.28) в (Б.26) и проведя ряд алгебраических преобразований можно получить значение функции хи-квадрат в минимуме по η :

$$\begin{aligned} \min_{\eta} \chi_{\text{pull}}^2(\theta, \eta) &= (x - \mu(\theta, \eta^0))^T \times \\ &\times \left(V_{\text{stat}}^{-1} - V_{\text{stat}}^{-1} D_{\eta} (V_{\eta}^{-1} + D_{\eta}^T V_{\text{stat}}^{-1} D_{\eta})^{-1} D_{\eta}^T V_{\text{stat}}^{-1} \right) \times \\ &\times (x - \mu(\theta, \eta^0)). \end{aligned} \quad (\text{Б.30})$$

Матрица, стоящая между строкой и столбцом $(x - \mu(\theta, \eta^0))$ в выражении (Б.30) является точной обратной матрицей для ковариационной матрицы (Б.8):

$$(V_{\text{stat}} + D_{\eta} V_{\eta} D_{\eta}^T)^{-1} = V_{\text{stat}}^{-1} - V_{\text{stat}}^{-1} D_{\eta} (V_{\eta}^{-1} + D_{\eta}^T V_{\text{stat}}^{-1} D_{\eta})^{-1} D_{\eta}^T V_{\text{stat}}^{-1}. \quad (\text{Б.31})$$

Выражение (Б.31) также известно как биномиальная теорема обращения матриц.

Таким образом, минимум функции хи-квадрат по параметрам η в линейном приближении эквивалентен функции хи-квадрат с ковариационной матрицей:

$$\min_{\eta} \chi_{\text{pull}}^2(\theta, \eta) \equiv \chi_{\text{cov}}^2(\theta), \quad (\text{Б.32})$$

что соответствует результату рассмотрения функции хи-квадрат как эстиматора максимума правдоподобия в разделах Б.1 и Б.2.

Б.4. С какой точностью считать ковариационную матрицу для минимизации функции хи-квадрат?

В приложении Б.2 было показано, что функция хи-квадрат используется как эстиматор параметров, максимизирующих функцию правдоподобия, основанную на плотности вероятности нормального распределения. Как было показано в приложении Б.1 после интегрирования по параметрам η в приближении малых неопределённостей маргинальная функция правдоподобия сохраняет вид нормального распределения. При этом к матрице ошибок добавляется систематическая часть:

$$V_{\text{сист.}} = D V_{\eta} D^T, \quad (\text{Б.33})$$

$$[V_{\text{сист.}}(\theta)]_{km} = \sum_{ij} \frac{d\mu_k(\theta)}{d\eta_i} \frac{d\mu_m(\theta)}{d\eta_j} (V_{\eta})_{ij}. \quad (\text{Б.34})$$

Формула (Б.34) является точной для определения ковариаций нормально распределённых величин, однако, в случае произвольной плотности вероятности $f(x)$ она является

приближённой. Точная формула может быть записана следующим образом:

$$[V_{\text{сист.}}(\theta)]_{km} = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} (\mu_k(\theta, \eta) - \langle \mu_k(\theta, \eta') \rangle_{\eta'}) (\mu_m(\theta, \eta) - \langle \mu_m(\theta, \eta') \rangle_{\eta'}) \times \\ \times f(\eta) d\eta_1 d\eta_2 \dots d\eta_N, \quad (\text{Б.35})$$

где среднее от μ определено как

$$\langle \mu_k(\theta, \eta) \rangle_{\eta} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_k(\theta, \eta) f(\eta) d\eta_1 d\eta_2 \dots d\eta_N. \quad (\text{Б.36})$$

В случае, если ошибки параметров η позволяют им варьироваться в области, где зависимость предсказания μ от η будет отходить от линейной, маргинальная плотность вероятности отклонения наблюдения x от ожидания μ будет отличаться от нормальной, и, соответственно, истинная ковариация (Б.35) будет отклоняться от приближения (Б.34).

Тем не менее, использование более точной формулы (Б.35) не является целесообразным в случае использования ковариационной матрицы для учёта систематических параметров при поиске минимума функции хи-квадрат. Несмотря на то, что формула (Б.35) является более точной, чем (Б.34), сам подход по поиску оптимальных значений методом минимизации функции хи-квадрат основан на предположении нормальности функции правдоподобия, которое следует из линейности зависимости μ от η и определено с той же точностью, что и выражение (Б.34). Другими словами, использование ковариационной матрицы, полученной в более высоком приближении, чем линейное, не увеличит точность результата, поскольку метод минимизации функции хи-квадрат с ковариационной матрицей изначально определён также с линейной точностью.

Ещё одним фактором, который необходимо учитывать при получении ковариационной матрицы является то, что только в приближённом подходе (Б.34) ковариационные матрицы раскладываются на сумму матриц, связанных с отдельными параметрами. В случае использования формулы (Б.35) интеграл должен браться по всем переменным одновременно, а не разбиваться на отдельные вклады, как это иногда делается. Таким образом, методы численного вычисления интеграла (Б.35) могут быть использованы только в случае небольшого количества параметров. Для большого количества параметров подойдут только стохастические методы интегрирования, например, метод Монте-Карло.

Б.5. Статистические ошибки в функции хи-квадрат

Для случая, когда нормальное распределение описывает наблюдаемые данные существует два подхода к определению статистических ошибок, входящих в выражение функции хи-квадрат (Б.17):

1. Конструкция Пирсона — в качестве квадрата статистической ошибки берётся число *ожидаемых* событий в интервале:

$$V_{ij}^P(\theta, \eta) = \delta_{ij} \mu_i(\theta, \eta). \quad (\text{Б.37})$$

2. Конструкция Неймана — в качестве квадрата статистической ошибки берётся число *наблюдаемых* событий в интервале:

$$V_{ij}^N = \delta_{ij} x_i. \quad (\text{Б.38})$$

Данный метод используется как приближение метода Пирсона, когда нет возможности рассчитать статистические ошибки на основе модели.

Оба подхода имеют как преимущества и недостатки. В подходе Неймана матрица статистических ошибок не зависит от параметров подгонки, однако, содержит случайные флуктуации, связанные с флуктуациями данных, что может приводить к смещению результатов подгонки.

В подходе Пирсона статистические ошибки в общем случае не содержат случайных величин, однако, зависят от параметров подгонки. В этом случае, как показано в разделах Б.1 и Б.2, подгонка методом минимизации функции хи-квадрат может приводить к смещённым оценкам параметров. Избежать смещения можно либо используя эстиматор максимума правдоподобия (Б.15) вместо функции хи-квадрат, либо фиксируя статистические ошибки в процессе подгонки. Так как параметры подгонки изначально неизвестны, либо известны с большой неопределённостью, в случае фиксации ошибок подгонку необходимо проводить несколько раз, обновляя их на каждой итерации.

Смещение результатов подгонки, возникающее в результате использования различных подходов к учёту статистических ошибок подробно рассмотрено в разделе 4.5.

В. Оценка вкладов статистических и систематических неопределённостей в полную ошибку измерения

Оценка вкладов отдельных неопределённостей в полную ошибку измерения необходима для расстановки приоритетов при планировании и проведении экспериментов и помогает ответить на вопрос над какими аспектами эксперимента необходимо работать в первую очередь для увеличения точности результата. Следует сразу оговориться, что однозначное разделение вкладов в полную ошибку возможно только в простых линейных задачах. При анализе сложных задач необходимо помнить, что приведённая здесь методика является неоднозначной и может использоваться только для качественной оценки.

Оценка вкладов производится при помощи повторения процедуры анализа на так называемых данных „Азимова“, то есть для случая, когда реальные данные заменяются предсказанием модели без статистических и систематических флуктуаций. Можно выделить два противоположных подхода к оценке вклада источников систематических неопределённостей в полную ошибку.

Оценка изменения ошибки при добавлении вклада. На основе данных Азимова определяется ожидаемая статистическая неопределённость σ_{stat} , при этом все источники систематических погрешностей не учитываются. Подгонка и оценка неопределённости $\sigma_{\text{stat+sys}(i)}$ повторяется для каждого источника i систематических отклонений по отдельности.

Вклад каждого источника неопределённостей определяется как $\sigma_{\text{sys}(i)}^2 = \sigma_{\text{stat+sys}(i)}^2 - \sigma_{\text{stat}}^2$. Полная неопределённость в данном случае $\sigma_{\text{full}}^2 = \sigma_{\text{stat}}^2 + \sum_i \sigma_{\text{sys}(i)}^2$, а относительный вклад равен $r_i = \sigma_{\text{stat+sys}(i)}^2 / \sigma_{\text{full}}^2$.

Данный метод оценивает относительный прирост полной ошибки при включении каждого источника неопределённости независимо. При этом полностью игнорируется возможное взаимодействие между разными источниками.

Оценка изменения ошибки при вычитании вклада. На основе данных Азимова определяется полная ошибка σ_{full} , учитывающая как статистическую, так и все систематические неопределённости. Подгонка и оценка неопределённости $\sigma_{\text{full-sys}(i)}$ повторяется для каждого источника i систематических отклонений, выключенного из полного набора по отдельности.

Вклад каждого источника неопределённости в полную ошибку определяется по формуле $\sigma_{\text{sys}(i)}^2 = \sigma_{\text{full}}^2 - \sigma_{\text{full-sys}(i)}^2$, статистическая часть ошибки $\sigma_{\text{stat}}^2 = \sigma_{\text{full}}^2 - \sum_i \sigma_{\text{sys}(i)}^2$. Относительный вклад равен $r_i = \sigma_{\text{sys}(i)}^2 / \sigma_{\text{full}}^2$.

Данный метод учитывает взаимодействие каждого источника неопределённостей с группой, состоящей из всех остальных источников.

Комбинированный метод. При комбинированном методе σ_{full}^2 , σ_{stat}^2 и все $\sigma_{\text{sys}(i)}^2$ определяются как арифметическое среднее от соответствующих величин, полученных предыдущими методами. Оценка вклада источников неопределённости в полную ошибку осцилляционных параметров, полученная данным методом приведена в разделе 5.4.5.

Благодарности

Подготовка данной работы заняла много времени и сил. Она была бы не возможна без участия и помощи многих людей. Я хочу выразить им свою искреннюю благодарность.

Моей замечательной жене Свете за всё, и особенно за терпение и поддержку. Моим необыкновенным родителям и семье.

Моему научному руководителю Дмитрию Наумову за многолетнюю совместную работу, поддержку и интересные обсуждения.

Маше Долгаревой и Андрею Шешукову за интересные научные и антинаучные дискуссии и плодотворную совместную работу. Косте Трескову и Артёму Чуканову, работа которых стала важным вкладом в эксперимент Daya Bay и оказала большое влияние на завершение данной работы.

Руководству Лаборатории Ядерных Проблем и Научно-Экспериментального Отдела Физики Элементарных Частиц в лице Вадима Александровича Беднякова, Андрея Андреевича Кулькова, Александра Григорьевича Ольшевского, а также секретарям Ирине Ивановне Сидоркиной и Кате Морозовой за помощь и поддержку как в научных, так и бытовых вопросах.

Большому и дружному Коллективу Научно-Экспериментального Отдела Физики Элементарных Частиц за поддержку.

Отдельную благодарность хочется выразить замечательным людям из коллаборации Daya Bay. Работать в этом увлечённом и самоотверженном коллективе для меня — большая удача. В первую очередь следует отметить Ифана Вана (Yifang Wang), Кам-Бю Лука (Kam-Biu Luk) и Цзюня Цао (Jun Cao) за их роль в создании и управлении коллаборацией. Данный труд начинался с совместной работы с Веем Ваном (Wei Wang), за что я ему очень благодарен. Также мне очень приятно работать со следующими людьми: Чжэ Ван (Zhe Wang), Стивен Вон (Steven Wong), Хенох Вон (Henoeh Wong), Дэн Двайер (Dan Dwyer), Дэвид Джаффе (David Jaffe), Логан Лебановски (Logan Lebanowski), Ясухиро Накадзима (Yasuhiro Nakajima), Педро Очоа (Pedro Ochoa), Энь-Чуань Хуан (En-Chuan Huang), Мяо Хэ (Miao He), Сянпань Цзи (Xiangpan Ji), Сюаньтун Чжан (Xuanton Zhang), Чао Чжан (Chao Zhang) и Цзэюань Юй (Zeyuan Yu).

Коллективу кафедры теоретической физики Иркутского Государственного Университета, особенно Александру Евгеньевичу Калошину и Сергею Эммануиловичу Коренблиту. Отдельная благодарность выражается Александру Николаевичу Валлу.

Роберто Петти, за поддержку, оказываемую, не смотря на то, что работа над диссер-

тацией в значительной степени задержала нашу с ним совместную работу. Крису Кулленбергу и его семье за тёплый и радушный приём.

Я благодарен создателям ПО, в огромной степени облегчившего подготовку данной работы: `fish`, `latex` и модуля `disser`, `minuit` [198], `mosh`, `(i)python` и модулей `numpy/scipy` [196] и `matplotlib` [197], `parallel` [214], `ranger`, `ROOT` [195], `tmux`, `vim`. Отдельная благодарность выражается автору модуля `vimtex` Karl Yngve Lervåg.

Acknowledgments

The preparation of this work took a lot of time and effort and would be impossible without the involvement of large number of people. I would like to express my gratitude to them.

To my wonderful wife for everything, especially for her patience and support. To my fantastic parents and family.

To my advisor Dmitry Naumov for the long-standing collaborative work, support and fruitful discussions.

To Masha Dolgareva and Andrey Sheshukov for interesting scientific and non-scientific discussions, and for the fruitful joint efforts. To Kostya Treskov and Artëm Chukanov. Their work provided a significant contribution to the Daya Bay experiment and positively influenced my own progress.

To the heads of the Dzheleпов Laboratory of Nuclear Problems and Scientific and Experimental Department of Elementary Particle Physics, namely Vadim Bednyakov, Andrey Kulkov, Alexander Olshevskiy, also to secretaries Irina Sidorkina and Katia Morozova for the assistance and support in both scientific and everyday matters.

To the large and friendly team of the Scientific and Experimental Department of Elementary Particle Physics for the support.

A very special thanks goes to the wonderful people from the Daya Bay collaboration. Working in this enthusiastic team has been a pleasure for me, and has been very fortunate. Firstly I would like to note Jun Cao (曹俊), Kam-Biu Luk (陆锦标) and Yifang Wang (王贻芳) for shaping and guiding the collaboration. This particular work was initiated through deep collaboration with Wei Wang (王为), for which I'm very grateful. It is a pleasure to work with Dan Dwyer, Miao He (何苗), En-Chuan Huang (黄恩泉), David Jaffe, Xiangpan Ji (季向盼), Logan Lebanowski, Yasuhiro Nakajima, Juan Pedro Ochoa-Ricoux, Zhe Wang (王喆), Chan-Fai Steven Wong (黄振辉), Hin-Lok Henoсh Wong (黄显诺), Zeyuan Yu (于泽源), Chao Zhang (张超) and Xuantonг Zhang (张玄同).

I'm grateful to the team of the Department of Theoretical Physics of Irkutsk State University, especially to Alexander Kaloshin and Sergey Korenblit. I'm also grateful to Alexander Vall.

To Roberto Petti for the support, provided despite the fact that our collaborative work was significantly delayed due to thesis preparation. Also, I would like to thank Chris Kullenberg and his family for a warm and hearty welcome.

Finally, I'm grateful to the creators of the software, which made my life much easier: `fish`, `latex` and `class disser`, `minuit` [198], `mosh`, `(i)python` and modules `numpy/scipy` [196] and `matplotlib` [197], `parallel` [214], `ranger`, `ROOT` [195], `tmux` and `vim`. A special thanks goes to the author of the `vimtex` module, Karl Yngve Lervåg.

Определения

Используется следующая система единиц, принятая в физике высоких энергий:

$$\hbar = c = 1.$$

В этом случае: [Энергия] = [Масса] = [Импульс] = [Длина]⁻¹ = [Время]⁻¹.

В качестве упрощения мы часто будем использовать термин *нейтрино* для обозначения нейтрино всех типов, в том числе и их античастиц. Действительный тип нейтрино может быть восстановлен из контекста. В большинстве случаев речь будет идти о реакторных электронных антинейтрино.

Под базой эксперимента понимается расстояние между источником нейтрино и детектором.

Список использованных обозначений и сокращений

„поток+спектр“ способ анализа данных, в котором учитывается энергетический спектр событий, наблюдаемых в каждом детекторе. 3, 10, 55, 58, 79, 80, 93, 94, 96, 97, 100, 101, 103, 134, 138, 172, 182, 188, 194, 195, 197, 226

„поток“ способ анализа данных, в котором учитываются только числа событий, наблюдаемые в каждом детекторе. Наблюдаемый энергетический спектр при в данном анализе полностью игнорируется. 3–5, 10, 55, 57, 79, 80, 93, 100–102, 138, 141, 142, 167, 183, 188, 194, 196, 197, 226

ACU automated calibration unit — автоматическое калибровочное устройство. 75

AD antineutrino detector — детектор антинейтрино, см. раздел 2.3.2. 116, 117, 120, 228

CC канал заряженного тока, взаимодействие с обменом заряженным W^\pm бозоном, аналог NC. 12, 223

EH experimental hall — экспериментальная площадка, см. раздел 2.3.2. 71–73, 79, 80, 86, 89, 176, 177, 185–187, 190, 229

Fallot набор моделей спектров антинейтрино от ядерного реактора [61], полученных методом суммирования. Включает спектры для делящихся изотопов ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu . См. также раздел 1.3 и таблицу 1.3 на странице 33. 33, 152–154

Haag спектр антинейтрино [62] от ядерного реактора для делящегося изотопа ^{238}U . См. также раздел 1.3 и таблицу 1.3 на странице 33. 32, 33

Huber набор моделей спектров антинейтрино [47] от ядерного реактора, полученных методом конверсии. Включает спектры для делящихся изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu . См. также раздел 1.3 и таблицу 1.3 на странице 33. 31–33, 206

Huber+Haag набор моделей спектров антинейтрино от ядерного реактора, полученных методом конверсии. Для делящихся изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu используются спектры [47], а для ^{238}U спектр [62]. См. также раздел 1.3 и таблицу 1.3 на странице 33. 33–35

Huber+Mueller набор моделей спектров антинейтрино от ядерного реактора. Для делящихся изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu используются конверсионные спектры [47], а для ^{238}U спектр [50], полученный методом суммирования. См. также раздел 1.3 и таблицу 1.3 на странице 33. 30, 33–35, 37, 93, 94, 152–154, 168, 172, 174, 179, 180, 190, 191, 202, 227

IAV inner acrylic vessel — внутренний акриловый контейнер. 73, 90, 91, 115, 116, 118, 188–190, 228

ILL набор моделей спектров антинейтрино [63–65] от ядерного реактора, полученных методом конверсии. Включает спектры для делящихся изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu . См. также раздел 1.3 и таблицу 1.3 на странице 33. 31–33

ILL+Vogel набор моделей спектров антинейтрино от ядерного реактора. Для делящихся изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu используются конверсионные спектры ILL [63–65], а для ^{238}U спектр [67], полученный методом суммирования. См. также раздел 1.3 и таблицу 1.3 на странице 33. 33, 34, 53, 122, 167

IWS inner water shield — внутренний водяной буфер. 77

LAB linear alkylbenzene — линейный алкилбензол, $\text{C}_6\text{H}_5\text{C}_n\text{H}_{2n+1}$. 75

Mueller набор моделей спектров антинейтрино от ядерного реактора [50], полученных комбинированным методом и методом суммирования. Включает спектры для делящихся изотопов ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu . См. также раздел 1.3 и таблицу 1.3 на странице 33. 30–33, 53, 226

- NC** канал нейтрального тока, взаимодействие с обменом нейтральным Z^0 бозоном, аналог СС. 12, 221
- OAV** outer acrylic vessel — внешний акриловый контейнер детектора антинейтрино. 73, 75, 76
- OWS** outer water shield — внешний водяной буфер. 77
- PPO** 2,5-дифенилоксазол, $C_{15}H_{11}NO$. 75
- PWR** pressurized water reactor — ядерный реактор, в качестве замедлителя нейтронов в котором используется вода под давлением. 22, 36, 224
- RRM** reactor rate modulation — модуляция потока реакторных антинейтрино. 55
- SSV** stainless steel vessel — контейнер из нержавеющей стали. 74
- Vogel** набор моделей спектров антинейтрино [67] от ядерного реактора, полученных методом суммирования. Включает спектры для делящихся изотопов ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu . См. также раздел 1.3 и таблицу 1.3 на странице 33. 32, 33
- bis-MSB** 1,4-бис(2-метилстирил)бензол, $C_{24}H_{22}$. 75
- h.c.** Hermitian conjugate — эрмитово-сопряжённая часть. 12
- nGd** тип отбора событий нейтринных экспериментов, использующих гадолиниевый жидкий сцинтиллятор. При анализе nGd отбираются такие события обратного бета-распада, при которых нейтрон захватывается на гадолинии и вызывает запаздывающий сигнал со средней энергией около 8 МэВ. 55, 69, 70, 192
- nH** тип отбора событий экспериментов, использующих (гадолиниевый) жидкий сцинтиллятор. При анализе nH отбираются такие события обратного бета-распада, при которых нейтрон захватывается на водороде, образуя дейтерий и вызывая запаздывающий сигнал со средней энергией около 2.2 МэВ. 54, 55, 69, 70, 74, 79, 80, 192
- n.d.f.** number degrees of freedom — число степеней свободы. 168, 170, 173, 183, 188
- АКУ** automated calibration unit (ACU) — автоматическое калибровочное устройство. 75, 76

АЭС атомная электростанция. 23–25, 45, 48, 50, 52, 54, 63, 64, 71–73, 94, 103, 105, 111, 117, 227

ВВЭР водо-водяной энергетический реактор — отечественный реактор типа PWR. 22

ЖС жидкий сцинтиллятор. 44, 45, 48–51, 54, 65, 73, 75, 89

ККМ (матрица смешивания) Кабиббо-Кобаяши-Маскавы. 14

м.в.э. метр водного эквивалента — принятая в физике единица измерения коэффициента подавления космического излучения, используемая для характеристики защищённости подземных лабораторий. Для данного грунта определяет высоту водяного столба, обладающего эквивалентной подавляющей способностью по отношению к космическому излучению. 48, 51, 73

МСВ (эффект) Михеева-Смирнова-Вольфенштейна. 19, 67

НИ нормальная иерархия масс нейтрино. 17, 55, 57–59, 66, 226

ОБР обратный бета-распад. 11, 23, 37, 39–44, 47, 48, 54, 63, 65–70, 73, 74, 78, 79, 82–85, 87, 91, 95, 97, 98, 104, 113–117, 119, 120, 122, 124, 133, 134, 166, 167, 170, 172, 182, 183, 188, 189, 226–228

ОИ обратная иерархия масс нейтрино. 17, 55, 57–59, 66, 226

ОЯТ отработавшее ядерное топливо. 23, 24, 36–38, 95, 103, 112, 122, 124, 173, 226, 227

ПАЦП flash analog-to-digital converter (FADC) — параллельный аналого-цифровой преобразователь. 89

ПМНС (матрица смешивания) Понтекорво-Маки-Накагавы-Сакаты. 9, 14, 18, 66

ПО программное обеспечение. 8–10, 103, 104, 106–109, 124, 125, 127, 128, 133–139, 141, 145, 165–167, 172, 174, 196, 197, 218, 226

ППР планово-предупредительные работы. 24

РПК resistive plate chamber (RPC) — резистивная плоская камера. 77

ф.э. фотоэлектрон — электрон, испущенный атомом вещества под воздействием световой энергии. 75, 88

ФЭУ photomultiplier tube (PMT) — фотоэлектронный умножитель. 44, 45, 48, 50, 51, 63, 74, 75, 77, 82–84, 87–89, 91

Список таблиц

1.1	Значения параметров осцилляций нейтрино.	17
1.2	Неравновесная поправка к спектрам антинейтрино Mueller.	30
1.3	Используемые обозначения для моделей спектров делящихся изотопов от реактора.	33
1.4	Характеристики цепочек распада изотопов ОЯТ с большим временем полураспада.	37
1.5	Результаты измерения жизни нейтрона в разное время.	42
1.6	Сравнительные характеристики экспериментов с реакторными антинейтрино.	54
1.7	Сопоставление результатов измерения угла смешивания нейтрино θ_{13}	56
1.8	Сопоставление измерений расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2	60
2.1	Характеристики положения экспериментальной установки Daya Bay.	73
2.2	Эффективности критериев отбора и их неопределённости (621 день).	96
2.3	Эффективности критериев отбора и их неопределённости (1230 дней).	97
2.4	Неопределённости потока реакторных антинейтрино.	101
2.5	Эффективности критериев отбора и их неопределённости, учитываемые в анализе „поток“.	102
2.6	Параметры, учитываемые в анализе „поток+спектр“ в dybOscar.	103
3.1	Характерные времена вычисления ожидаемого спектра в ПО dybOscar.	128
5.1	Результат отбора событий ОБР (55 дней).	167
5.2	Результат отбора событий ОБР (139 дней).	170
5.3	Результат отбора событий ОБР (621 день).	172
5.4	Результат отбора событий ОБР (1230 дней).	182
5.5	Сопоставление результатов измерения угла смешивания нейтрино θ_{13}	198
5.6	Сопоставление измерений расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2 (НИ).	199
5.7	Сопоставление измерений расщепления масс нейтрино Δm_{32}^2 (ОИ).	199

Список иллюстративного материала

1.1	Графическое представления соотношений между массовыми и флейворными состояниями нейтрино.	18
1.2	Этап цепной реакции деления ^{235}U	23
1.3	Относительные вклады делящихся изотопов в полное число делений в реакторе АЭС Дая Бей.	25
1.4	Выход антинейтрино от распадов изотопа ^{235}U	31
1.5	Выход антинейтрино от распадов изотопа ^{239}Pu	31
1.6	Выход антинейтрино от распадов изотопа ^{241}Pu	32
1.7	Выход антинейтрино от распадов изотопа ^{238}U	32
1.8	Отношения измерений потока реакторных антинейтрино к предсказанию модели Huber+Mueller.	34
1.9	Отклонение наблюдаемого спектра в экспериментах Double CHOOZ, RENO и Daya Bay от предсказания модели.	35
1.10	Усреднённый спектр электронных антинейтрино от ОЯТ.	38
1.11	Диаграмма Фейнмана для реакции ОБР.	39
1.12	Сечение ОБР.	41
1.13	Зависимость дифференциального сечения ОБР и энергии позитрона от угла его вылета.	42
1.14	Внешний вид антинейтринного детектора Nept Auge.	45
1.15	Детектор антинейтрино, использованный в Саванна Ривер.	46
1.16	Схема и внешний вид детектора эксперимента CHOOZ.	49
1.17	Схема детектора антинейтрино эксперимента Palo Verde.	50
2.1	Скорость счёта событий ОБР для реакторного нейтринного эксперимента.	65
2.2	Вероятность выживания реакторных антинейтрино в зависимости от расстояния между реактором и детектором.	67
2.3	Вероятность выживания реакторных антинейтрино для разных значений Δm_{ee}^2	68
2.4	Схематическое изображение процесса детектирования реакторных электронных антинейтрино через процесс ОБР	70
2.5	Схема расположения реакторов и детекторов в эксперименте Daya Bay.	72
2.6	Схематический вид антинейтринного детектора Daya Bay.	74

2.7	Мюонная veto система эксперимента Daya Bay. Расположение детекторов на ближней площадке.	76
2.8	Динамика набора данных в эксперименте Daya Bay за всё время работы эксперимента.	81
2.9	Нелинейность энергетической шкалы детектора для позитронов.	90
3.1	Якобиан перехода от E_e к E_ν как функция энергии и угла вылета позитрона.	114
3.2	Матрица поправки IAV.	118
3.3	Матрица поправки на нелинейность энергетической шкалы.	118
3.4	Матрица энергетического разрешения.	119
3.5	Ожидаемые энергетические спектры событий ОБР в детекторах эксперимента Daya Bay (1230 дней).	119
3.6	Ожидаемые энергетические спектры фоновых событий в детекторе AD11 эксперимента Daya Bay (1230 дней).	120
3.7	Проверка точности численного интегрирования.	126
3.8	Относительные ошибки наблюдаемых спектров (1230 дней).	131
3.9	Вклад различных источников неопределённостей в полную систематическую ошибку наблюдаемых спектров (1230 дней).	131
3.10	Систематическая часть ковариационной матрицы.	132
4.1	Распределение оценок $\sin^2 2\theta_{13}$ для модельных экспериментов со статистическими флуктуациями.	144
4.2	Распределение оценок $\sin^2 2\theta_{13}$ для модельных экспериментов со статистическими флуктуациями.	144
4.3	Распределение оценок параметра $\sin^2 2\theta_{13}$	148
4.4	Распределение оценок параметра Δm_{32}^2	149
4.5	Распределение оценок нормировки потока n	149
4.6	Распределения оценок параметров Δm_{32}^2 и $\sin^2 2\theta_{13}$	150
4.7	Распределение значений функции хи-квадрат в минимуме.	151
4.8	Средние значения распределений оптимальных значений Δm_{32}^2 и $\sin^2 2\theta_{13}$	151
4.9	Распределения оценок параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 , полученные в линейной модели.	152

4.10	Распределения оценок параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 при различных предположениях о спектре антинейтрино.	153
4.11	Распределения оценок параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 для случая подгонки со свободным спектром антинейтрино.	154
4.12	Оценка нормировки минимизацией функции хи-квадрат.	158
4.13	Оценка нормировки методом максимизации эстиматора правдоподобия.	159
4.14	Среднее значение реконструированной нормировки в зависимости от размерности данных.	160
5.1	Наблюдаемая вероятность выживания реакторных электронных антинейтрино как функция от средневзвешенного расстояния до реактора (55 дней).	169
5.2	Профиль функции χ^2 как функция $\sin^2 2\theta_{13}$ (55 дней).	169
5.3	Наблюдаемая вероятность выживания реакторных электронных антинейтрино как функция от средневзвешенного расстояния до реактора (139 дней).	171
5.4	Профиль функции χ^2 как функция $\sin^2 2\theta_{13}$ (139 дней).	171
5.5	Наблюдаемая вероятность выживания реакторных электронных антинейтрино как функция от средневзвешенного расстояния до реактора (621 день).	174
5.6	Область допустимых значений осцилляционных параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 (621 день).	175
5.7	Наблюдаемые на ближних площадках энергетические спектры (621 день).	176
5.8	Наблюдаемые на дальней площадке ЕНЗ энергетические спектры (621 день).	177
5.9	Сравнение результатов подгонки, полученных разными методами.	178
5.10	Поправочные коэффициенты к спектру антинейтрино (621 день).	179
5.11	Матрица корреляций параметров подгонки (621 день).	181
5.12	Область допустимых значений осцилляционных параметров $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 (1230 дней).	184
5.13	Наблюдаемые на ближних площадках энергетические спектры (1230 дней).	185
5.14	Наблюдаемые на дальней площадке ЕНЗ энергетические спектры (1230 дней).	186
5.15	Наблюдаемая вероятность выживания реакторных электронных антинейтрино как функция от средневзвешенного расстояния до реактора (1230 дней).	187
5.16	Измеренная и ожидаемая вероятность выживания реакторных антинейтрино (1230 дней).	189
5.17	Поправочные коэффициенты к спектру антинейтрино (1230 дней).	191

5.18	Матрица корреляций параметров подгонки (1230 дней)	192
5.19	Вклад статистических и систематических неопределённостей в ошибку измерения $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 (1230 дней).	193

Список литературы

1. Determination of solar neutrino oscillation parameters using 1496 days of Super-Kamiokande I data / S. Fukuda [et al.] // Phys. Lett. — 2002. — Vol. B539. — Pp. 179–187. — arXiv: hep-ex/0205075 [hep-ex].
2. Observation of a small atmospheric muon-neutrino / electron-neutrino ratio in Kamiokande / K. Hirata [et al.] // Phys.Lett. — 1992. — Vol. B280. — Pp. 146–152.
3. Search for Neutrino Oscillations at a Fission Reactor / H. Kwon [et al.] // Phys.Rev. — 1981. — Vol. D24. — Pp. 1097–1111.
4. Study of reactor anti-neutrino interaction with proton at Bugey nuclear power plant / Y. Declais [et al.] // Phys.Lett. — 1994. — Vol. B338. — Pp. 383–389.
5. Search for neutrino oscillations at 15-meters, 40-meters, and 95-meters from a nuclear power reactor at Bugey / Y. Declais [et al.] // Nucl.Phys. — 1995. — Vol. B434. — Pp. 503–534.
6. Neutrino induced deuteron disintegration experiment / S. P. Riley [et al.] // Phys. Rev. — 1999. — Vol. C59. — Pp. 1780–1789. — arXiv: hep-ex/9904001 [hep-ex].
7. A study of the reaction $\tilde{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$ on a nuclear reactor / A. I. Afonin [et al.] // JETP. — 1988. — Vol. 67. — Pp. 213–221. — [Zh. Eksp. Teor. Fiz.67,213(1988)].
8. Neutrino Oscillation Experiments at the Gosgen Nuclear Power Reactor / G. Zacek [et al.] // Phys.Rev. — 1986. — Vol. D34. — Pp. 2621–2636.
9. Detection of antineutrinos in the flux from two reactors / G. S. Vidyakin [et al.] // JETP. — 1987. — Vol. 66. — Pp. 242–247. — [Zh. Eksp. Teor. Fiz.66,242(1987)].
10. Limitations on the characteristics of neutrino oscillations / G. S. Vidyakin [et al.] // JETP Lett. — 1994. — Vol. 59. — Pp. 390–393. — [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.59,364(1994)].
11. Results of a two position reactor neutrino oscillation experiment / Z. D. Greenwood [et al.] // Phys. Rev. — 1996. — Vol. D53. — Pp. 6054–6064.
12. Final results from the Palo Verde neutrino oscillation experiment / F. Boehm [et al.] // Phys.Rev. — 2001. — Vol. D64. — P. 112001. — arXiv: hep-ex/0107009 [hep-ex].
13. Limits on neutrino oscillations from the CHOOZ experiment / M. Apollonio [et al.] // Phys.Lett. — 1999. — Vol. B466. — Pp. 415–430. — arXiv: hep-ex/9907037 [hep-ex].

14. Observation of muon neutrino disappearance with the MINOS detectors and the NuMI neutrino beam / D. Michael [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2006. — Vol. 97. — P. 191801. — arXiv: hep-ex/0607088 [hep-ex].
15. Measurement of Neutrino Oscillations with the MINOS Detectors in the NuMI Beam / P. Adamson [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2008. — Vol. 101. — P. 131802. — arXiv: 0806.2237 [hep-ex].
16. Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay / F. An [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2012. — Vol. 108. — P. 171803. — arXiv: 1203.1669 [hep-ex].
17. Improved Measurement of Electron Antineutrino Disappearance at Daya Bay / F. An [et al.] // Chin.Phys. — 2013. — Vol. C37. — P. 011001. — arXiv: 1210.6327 [hep-ex].
18. A new measurement of antineutrino oscillation with the full detector configuration at Daya Bay / F. P. An [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Vol. 115, no. 11. — P. 111802. — arXiv: 1505.03456 [hep-ex].
19. Measurement of electron antineutrino oscillation based on 1230 days of operation of the Daya Bay experiment / F. P. An [et al.] // Phys. Rev. — 2017. — Vol. D95. — P. 072006. — arXiv: 1610.04802 [hep-ex].
20. *Gonchar M.* Precise $\sin^2 2\theta_{13}$ measurement by the Daya Bay reactor neutrino experiments, // DAE Symp. Nucl. Phys. — 2012. — Vol. 57. — Pp. 54–59.
21. A side-by-side comparison of Daya Bay antineutrino detectors / F. An [et al.] // Nucl.Instrum.Meth. — 2012. — Vol. A685. — Pp. 78–97. — arXiv: 1202.6181 [physics.ins-det].
22. Spectral measurement of electron antineutrino oscillation amplitude and frequency at Daya Bay / F. An [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2014. — Vol. 112. — P. 061801. — arXiv: 1310.6732 [hep-ex].
23. Independent measurement of the neutrino mixing angle θ_{13} via neutron capture on hydrogen at Daya Bay / F. An [et al.] // Phys.Rev. — 2014. — Vol. D90, no. 7. — P. 071101. — arXiv: 1406.6468 [hep-ex].
24. The muon system of the Daya Bay Reactor antineutrino experiment / F. An [et al.] // Nucl.Instrum.Meth. — 2015. — Vol. A773. — Pp. 8–20. — arXiv: 1407.0275 [physics.ins-det].

25. Search for a Light Sterile Neutrino at Daya Bay / F. An [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2014. — Vol. 113. — P. 141802. — arXiv: 1407.7259 [hep-ex].
26. The Detector System of The Daya Bay Reactor Neutrino Experiment / F. P. An [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. — 2016. — Vol. A811. — Pp. 133–161. — arXiv: 1508.03943 [physics.ins-det].
27. Measurement of the Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at Daya Bay / F. P. An [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2016. — Vol. 116. — P. 061801. — arXiv: 1508.04233 [hep-ex].
28. New measurement of θ_{13} via neutron capture on hydrogen at Daya Bay / F. P. An [et al.] // Phys. Rev. — 2016. — Vol. D93, no. 7. — P. 072011. — arXiv: 1603.03549 [hep-ex].
29. Improved Search for a Light Sterile Neutrino with the Full Configuration of the Daya Bay Experiment / F. P. An [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2016. — Vol. 117, no. 15. — P. 151802. — arXiv: 1607.01174 [hep-ex].
30. Improved Measurement of the Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at Daya Bay / F. P. An [et al.] // Chin. Phys. — 2017. — Vol. C41, no. 1. — P. 013002. — arXiv: 1607.05378 [hep-ex].
31. Limits on Active to Sterile Neutrino Oscillations from Disappearance Searches in the MINOS, Daya Bay, and Bugey-3 Experiments / P. Adamson [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2016. — Vol. 117, no. 15. — P. 151801. — arXiv: 1607.01177 [hep-ex]. — [Addendum: Phys. Rev. Lett.117,no.20,209901(2016)].
32. Study of the wave packet treatment of neutrino oscillation at Daya Bay / F. P. An [et al.] // Accepted to: Eur. J. Phys. — 2016. — arXiv: 1608.01661 [hep-ex].
33. Evolution of the Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at Daya Bay / F. P. An [et al.] // Accepted to: Phys. Rev. Lett. — 2017. — arXiv: 1704.01082 [hep-ex].
34. *Giunti C., Kim C. W.* Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics. — 2007.
35. *Majorana E.* Theory of the Symmetry of Electrons and Positrons // Nuovo Cim. — 1937. — Vol. 14. — Pp. 171–184.
36. Updated fit to three neutrino mixing: exploring the accelerator-reactor complementarity / I. Esteban [et al.]. — 2016. — arXiv: 1611.01514 [hep-ph].
37. Review of Particle Physics (RPP). — URL: <http://pdglive.lbl.gov>.

38. Review of Particle Physics / C. Patrignani [et al.] // Chin. Phys. — 2016. — Vol. C40, no. 10. — P. 100001.
39. *Wolfenstein L.* Neutrino Oscillations in Matter // Phys.Rev. — 1978. — Vol. D17. — Pp. 2369–2374.
40. *Mikheev S., Smirnov A. Y.* Neutrino Oscillations in an Inhomogeneous Medium: Adiabatic Regime // Sov.Phys.JETP. — 1987. — Vol. 65. — Pp. 230–236.
41. *Giunti C.* Neutrino wave packets in quantum field theory // JHEP. — 2002. — Vol. 0211. — P. 017. — arXiv: hep-ph/0205014 [hep-ph].
42. *Akhmedov E. K., Smirnov A. Y.* Paradoxes of neutrino oscillations // Phys.Atom.Nucl. — 2009. — Vol. 72. — Pp. 1363–1381. — arXiv: 0905.1903 [hep-ph].
43. *Beuthe M.* Towards a unique formula for neutrino oscillations in vacuum // Phys.Rev. — 2002. — Vol. D66. — P. 013003. — arXiv: hep-ph/0202068 [hep-ph].
44. *Naumov D., Naumov V.* A Diagrammatic treatment of neutrino oscillations // J.Phys. — 2010. — Vol. G37. — P. 105014. — arXiv: 1008.0306 [hep-ph].
45. *Naumov D.* On the theory of wave packets // Phys.Part.Nucl.Lett. — 2013. — Vol. 10. — Pp. 642–650. — arXiv: 130s91.1717 [quant-ph].
46. *Pérez Y., Quimbay C.* Spreading of wave packets for neutrino oscillations // Int.J.Mod.Phys. — 2014. — Vol. A29. — P. 1450007. — arXiv: 1304.4186 [hep-ph].
47. *Huber P.* On the determination of anti-neutrino spectra from nuclear reactors // Phys.Rev. — 2011. — Vol. C84. — P. 024617. — arXiv: 1106.0687 [hep-ph].
48. *Копейкин В. И.* Поток и спектр антинейтрино ядерного реактора // Ядерная Физика. — 2012. — Vol. 75. — P. 165.
49. The Fission Process in the Nuclear Reactor (Nobelprize.org). — URL: https://www.nobelprize.org/educational/physics/energy/fission_2.html.
50. Improved Predictions of Reactor Antineutrino Spectra / T. Mueller [et al.] // Phys.Rev. — 2011. — Vol. C83. — P. 054615. — arXiv: 1101.2663 [hep-ex].
51. Reactor Anti-neutrino Spectra and Their Application to Anti-neutrino Induced Reactions. 2. / P. Vogel [et al.] // Phys.Rev. — 1981. — Vol. C24. — Pp. 1543–1553.
52. Reanalysis of the Reactor Neutrino Anomaly / A. Hayes [et al.]. — 2013. — arXiv: 1309.4146 [nucl-th].

53. Integral Anti-neutrino Spectra Derived From Experimental Beta Spectra of Individual Fission Products / O. Tengblad [et al.] // Nucl.Phys. — 1989. — Vol. A503. — Pp. 136–160.
54. Reactor Decay Heat in Pu-239: Solving the gamma Discrepancy in the 4-3000-s Cooling Period / A. Algora [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2010. — Vol. 105. — P. 202501.
55. *International Network of Nuclear Structure and Decay Data Evaluators* Evaluated Nuclear Structure Data File. — URL: <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>.
56. *Japan Atomic Energy Agency* Japanese Evaluated Nuclear Data Library. — URL: <http://wwwndc.jaea.go.jp/jendl/jendl.html>.
57. *Nuclear Energy Agency* Joint Evaluated Fission and Fusion File. — URL: <http://www.oecd-nea.org/dbdata/jeff/>.
58. The Origin and Implications of the Shoulder in Reactor Neutrino Spectra / A. C. Hayes [et al.]. — 2015. — arXiv: 1506.00583 [nucl-th].
59. *Dwyer D., Langford T.* Spectral Structure of Electron Antineutrinos from Nuclear Reactors // Phys.Rev.Lett. — 2015. — Vol. 114, no. 1. — P. 012502. — arXiv: 1407.1281 [nucl-ex].
60. *Hayes A. C., Vogel P.* Reactor Neutrino Spectra. — 2016. — arXiv: 1605.02047 [hep-ph].
61. New antineutrino energy spectra predictions from the summation of beta decay branches of the fission products / M. Fallot [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2012. — Vol. 109. — P. 202504. — arXiv: 1208.3877 [nucl-ex].
62. Experimental Determination of the Antineutrino Spectrum of the Fission Products of ^{238}U / N. Haag [et al.]. — 2013. — arXiv: 1312.5601 [nucl-ex].
63. *Von Feilitzsch F., Hahn A., Schreckenbach K.* Experimental Beta Spectra From Pu-239 And U-235 Thermal Neutron Fission Products And Their Correlated Anti-Neutrinos Spectra // Phys.Lett. — 1982. — Vol. B118. — Pp. 162–166.
64. Determination Of The Anti-Neutrino Spectrum From U-235 Thermal Neutron Fission Products Up To 9.5-MeV / K. Schreckenbach [et al.] // Phys.Lett. — 1985. — Vol. B160. — Pp. 325–330.
65. Anti-neutrino Spectra From ^{241}Pu and ^{239}Pu Thermal Neutron Fission Products / A. Hahn [et al.] // Phys.Lett. — 1989. — Vol. B218. — Pp. 365–368.

66. Re-publication of the data from the BILL magnetic spectrometer: The cumulative β spectra of the fission products of ^{235}U , ^{239}Pu , and ^{241}Pu / N. Haag [et al.]. — 2014. — arXiv: 1405.3501 [nucl-ex].
67. *Vogel P., Engel J.* Neutrino Electromagnetic Form-Factors // Phys.Rev. — 1989. — Vol. D39. — P. 3378.
68. The Reactor Antineutrino Anomaly / G. Mention [et al.] // Phys.Rev. — 2011. — Vol. D83. — P. 073006. — arXiv: 1101.2755 [hep-ex].
69. *Giunti C.* Which reactor antineutrino flux may be responsible for the anomaly? — 2016. — arXiv: 1608.04096 [hep-ph].
70. *Giunti C.* Light Sterile Neutrinos: Status and Perspectives. — 2015. — arXiv: 1512.04758 [hep-ph].
71. DANSSino: a pilot version of the DANSS neutrino detector / I. Alekseev [et al.] // Phys.Part.Nucl.Lett. — 2014. — Vol. 11. — Pp. 473–482. — arXiv: 1305.3350 [physics.ins-det].
72. *Porta A.* Reactor neutrino detection for non proliferation with the Nucifer experiment // J.Phys.Conf.Ser. — 2010. — Vol. 203. — P. 012092.
73. A sterile neutrino search at NEOS Experiment / Y. J. Ko [et al.]. — 2016. — arXiv: 1610.05134 [hep-ex].
74. The PROSPECT Physics Program / J. Ashenfelter [et al.]. — 2015. — arXiv: 1512.02202 [physics.ins-det].
75. NEUTRINO4 experiment: preparations for search for sterile neutrino at 100 MW Reactor SM-3 at 6-12 Meters / A. Serebrov [et al.]. — 2012. — arXiv: 1205.2955 [hep-ph].
76. SOX: Short distance neutrino Oscillations with BoreXino / G. Bellini [et al.] // JHEP. — 2013. — Vol. 1308. — P. 038. — arXiv: 1304.7721 [physics.ins-det].
77. Improved measurements of the neutrino mixing angle θ_{13} with the Double Chooz detector / Y. Abe [et al.] // JHEP. — 2014. — Vol. 10. — P. 086. — arXiv: 1406.7763 [hep-ex]. — [Erratum: JHEP02,074(2015)].
78. Spectral Measurement of the Electron Antineutrino Oscillation Amplitude and Frequency using 500 Live Days of RENO Data / S. H. Seo [et al.]. — 2016. — arXiv: 1610.04326 [hep-ex].

79. *Huber P.* The 5 MeV bump - a nuclear whodunit mystery. — 2016. — arXiv: 1609.03910 [hep-ph].
80. *Kopeikin V., Mikaelyan L., Sinev V.* Antineutrino background from spent fuel storage in sensitive searches for $\theta(13)$ at reactors // *Phys.Atom.Nucl.* — 2006. — Vol. 69. — Pp. 185–188. — arXiv: hep-ph/0412044 [hep-ph].
81. A study of antineutrino spectra from spent nuclear fuel at Daya Bay / *B. Zhou [et al.]* // *Chin.Phys.* — 2012. — Vol. C36. — Pp. 1–5.
82. *Lewis C.* Revisiting the SNF: Talk. — 01/2016. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=9408>.
83. A Simple model of reactor cores for reactor neutrino flux calculations for the KamLAND experiment / *K. Nakajima [et al.]* // *Nucl.Instrum.Meth.* — 2006. — Vol. A569. — Pp. 837–844. — arXiv: physics/0607126 [physics.data-an].
84. *Vogel P., Beacom J. F.* Angular distribution of neutron inverse beta decay, anti-neutrino(e) + p \rightarrow e+ + n // *Phys.Rev.* — 1999. — Vol. D60. — P. 053003. — arXiv: hep-ph/9903554 [hep-ph].
85. *Wilkinson D. H.* Phase space for neutron beta-decay: An update // *Nucl.Instrum.Meth.* — 1998. — Vol. A404. — Pp. 305–310.
86. Review of particle physics / *K. Nakamura [et al.]* // *J.Phys.* — 2010. — Vol. G37. — P. 075021.
87. Review of Particle Physics (RPP) / *J. Beringer [et al.]* // *Phys.Rev.* — 2012. — Vol. D86. — P. 010001.
88. Review of Particle Physics (RPP) / *K. A. Olive [et al.]* // *Chin.Phys.* — 2014. — Vol. C38. — P. 090001.
89. Measurement of the neutron lifetime using a gravitational trap and a low-temperature Fomblin coating / *A. Serebrov [et al.]* // *Phys.Lett.* — 2005. — Vol. B605. — Pp. 72–78. — arXiv: nucl-ex/0408009 [nucl-ex].
90. Neutron lifetime measurement with the UCN trap-in-trap MAMBO II / *A. Pichlmaier [et al.]* // *Phys.Lett.* — 2010. — Vol. B693. — Pp. 221–226.

91. Quasielastic scattering in the interaction of ultracold neutrons with a liquid wall and application in a reanalysis of the Mambo I neutron-lifetime experiment / A. Steyerl [et al.] // Phys.Rev. — 2012. — Vol. C85. — P. 065503.
92. *Reines F., Cowan C.* Detection of the free neutrino // Phys.Rev. — 1953. — Vol. 92. — Pp. 830–831.
93. *International Atomic Energy Agency* Database of Prompt Gamma Rays from Slow Neutron Capture for Elemental Analysis. — URL: <http://www-pub.iaea.org/books/IAEABooks/7030/Database-of-Prompt-Gamma-Rays-from-Slow-Neutron-Capture-for-Elemental-Analysis>.
94. Detection of the free neutrino: A Confirmation / C. Cowan [et al.] // Science. — 1956. — Vol. 124. — Pp. 103–104.
95. *Reines F., Cowan C.* Free anti-neutrino absorption cross-section. 1: Measurement of the free anti-neutrino absorption cross-section by protons // Phys.Rev. — 1959. — Vol. 113. — Pp. 273–279.
96. Detection of the free anti-neutrino / F. Reines [et al.] // Phys.Rev. — 1960. — Vol. 117. — Pp. 159–173.
97. Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay / C. Wu [et al.] // Phys.Rev. — 1957. — Vol. 105. — Pp. 1413–1414.
98. *Reines F., Sobel H. W., Pasierb E.* Evidence for Neutrino Instability // Phys. Rev. Lett. — 1980. — Vol. 45. — P. 1307.
99. *Boehm F.* Studies of neutrino oscillations at reactors. — 2000. — arXiv: nucl-ex/0005002 [nucl-ex].
100. Initial results from the CHOOZ long baseline reactor neutrino oscillation experiment / M. Apollonio [et al.] // Phys.Lett. — 1998. — Vol. B420. — Pp. 397–404. — arXiv: hep-ex/9711002 [hep-ex].
101. Search for neutrino oscillations on a long baseline at the CHOOZ nuclear power station / M. Apollonio [et al.] // Eur.Phys.J. — 2003. — Vol. C27. — Pp. 331–374. — arXiv: hep-ex/0301017 [hep-ex].
102. Double Chooz: A Search for the neutrino mixing angle $\theta(13)$ / F. Ardellier [et al.]. — 2006. — arXiv: hep-ex/0606025 [hep-ex].

103. Results from the Palo Verde neutrino oscillation experiment / F. Boehm [et al.] // Phys.Rev. — 2000. — Vol. D62. — P. 072002. — arXiv: hep-ex/0003022 [hep-ex].
104. Search for neutrino oscillations at the Palo Verde nuclear reactors / F. Boehm [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2000. — Vol. 84. — Pp. 3764–3767. — arXiv: hep-ex/9912050 [hep-ex].
105. White paper report on Using Nuclear Reactors to Search for a value of θ_{13} / K. Anderson [et al.]. — 2004. — arXiv: hep-ex/0402041 [hep-ex].
106. *Mikaelyan L., Sinev V.* Neutrino oscillations at reactors: What next? // Phys.Atom.Nucl. — 2000. — Vol. 63. — Pp. 1002–1006. — arXiv: hep-ex/9908047 [hep-ex].
107. A Precision measurement of the neutrino mixing angle θ_{13} using reactor antineutrinos at Daya-Bay / X. Guo [et al.]. — 2007. — arXiv: hep-ex/0701029 [hep-ex].
108. RENO: An Experiment for Neutrino Oscillation Parameter θ_{13} Using Reactor Neutrinos at Yonggwang / J. Ahn [et al.]. — 2010. — arXiv: 1003.1391 [hep-ex].
109. Angra neutrino project: Status and plans / J. Anjos [et al.] // Nucl.Phys.Proc.Suppl. — 2006. — Vol. 155. — Pp. 231–232. — arXiv: hep-ex/0511059 [hep-ex].
110. Letter of intent for KASKA: High accuracy neutrino oscillation measurements with anti-neutrinos from Kashiwazaki-Kariwa nuclear power station / M. Aoki [et al.]. — 2006. — arXiv: hep-ex/0607013 [hep-ex].
111. *Kozlov Y., Mikaelyan L., Sinev V.* Two detector reactor neutrino oscillation experiment Kr2Det at Krasnoyarsk: Status report // Phys.Atom.Nucl. — 2003. — Vol. 66. — Pp. 469–471. — arXiv: hep-ph/0109277 [hep-ph].
112. Constraints on θ_{13} from A Three-Flavor Oscillation Analysis of Reactor Antineutrinos at KamLAND / A. Gando [et al.] // Phys.Rev. — 2011. — Vol. D83. — P. 052002. — arXiv: 1009.4771 [hep-ex].
113. First results from KamLAND: Evidence for reactor anti-neutrino disappearance / K. Eguchi [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2003. — Vol. 90. — P. 021802. — arXiv: hep-ex/0212021 [hep-ex].
114. The T2K experiment / K. Abe [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. — 2011. — Dec. — Vol. 659. — Pp. 106–135. — arXiv: 1106.1238 [physics.ins-det].

115. Indication of Electron Neutrino Appearance from an Accelerator-produced Off-axis Muon Neutrino Beam / K. Abe [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2011. — Vol. 107. — P. 041801. — arXiv: 1106.2822 [hep-ex].
116. P-875: A Long baseline neutrino oscillation experiment at Fermilab / E. Ables [et al.]. — 1995.
117. Improved search for muon-neutrino to electron-neutrino oscillations in MINOS / P. Adamson [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2011. — Vol. 107. — P. 181802. — arXiv: 1108.0015 [hep-ex].
118. Evidence of $\theta_{13}>0$ from global neutrino data analysis / G. Fogli [et al.] // Phys.Rev. — 2011. — Vol. D84. — P. 053007. — arXiv: 1106.6028 [hep-ph].
119. *Reines F., Cowan C.* Reines-Cowan experiment: Detecting the Poltergeist // Los Alamos Science. — 1997. — Vol. 25. — Pp. 4–27.
120. Indication for Neutrino Oscillation From a High Statistics Experiment at the Bugey Reactor / J. Cavaignac [et al.] // Phys.Lett. — 1984. — Vol. B148. — Pp. 387–394.
121. Observation of Reactor Electron Antineutrino Disappearance in the RENO Experiment / J. Ahn [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2012. — Vol. 108. — P. 191802. — arXiv: 1204.0626 [hep-ex].
122. Hanford Site. — URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Hanford_Site#Decommissioning.
123. Plutonium: The First 50 Years. United States Plutonium Production, Acquisition, and Utilization from 1944 through 1994. — URL: <http://www.fas.org/sgp/othergov/doe/pu50yc.html>.
124. First Measurement of θ_{13} from Delayed Neutron Capture on Hydrogen in the Double Chooz Experiment / Y. Abe [et al.] // Phys.Lett. — 2013. — Vol. B723. — Pp. 66–70. — arXiv: 1301.2948 [hep-ex].
125. Indication for the disappearance of reactor electron antineutrinos in the Double Chooz experiment / Y. Abe [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2012. — Vol. 108. — P. 131801. — arXiv: 1112.6353 [hep-ex].
126. *Ken S.* Results From T2K. — 2012. — URL: http://www.t2k.org/docs/talk/100/t2k_results.201207s.pdf ; ICHEP 2012.
127. *Sakashita K.* Results from T2K // PoS. — 2013. — Vol. ICHEP2012. — P. 380.

128. Reactor electron antineutrino disappearance in the Double Chooz experiment / Y. Abe [et al.] // Phys.Rev. — 2012. — Vol. D86. — P. 052008. — arXiv: 1207.6632 [hep-ex].
129. Electron neutrino and antineutrino appearance in the full MINOS data sample / P. Adamson [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2013. — Vol. 110, no. 17. — P. 171801. — arXiv: 1301.4581 [hep-ex].
130. *Seo S.-H.* New Results From RENO. — 2013. — URL: <https://agenda.infn.it/getFile.py/access?contribId=13&sessionId=5&resId=0&materialId=slides&confId=5268> ; NuTel 2013.
131. *Seo S.-H.* New Results from RENO // PoS. — 2014. — Vol. Neutel2013. — P. 018. — arXiv: 1312.4111 [physics.ins-det].
132. Evidence of Electron Neutrino Appearance in a Muon Neutrino Beam / K. Abe [et al.] // Phys.Rev. — 2013. — Vol. D88, no. 3. — P. 032002. — arXiv: 1304.0841 [hep-ex].
133. *Novella P.* Rate-Only analysis with reactor-off data in the Double Chooz experiment. — 2013. — arXiv: 1305.2734 [hep-ex].
134. Observation of Electron Neutrino Appearance in a Muon Neutrino Beam / K. Abe [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2014. — Vol. 112. — P. 061802. — arXiv: 1311.4750 [hep-ex].
135. Background-independent measurement of θ_{13} in Double Chooz / Y. Abe [et al.] // Phys.Lett. — 2014. — Vol. B735. — Pp. 51–56. — arXiv: 1401.5981 [hep-ex].
136. *Seo S.-H.* New Results From RENO. — 2014. — URL: <https://indico.fnal.gov/getFile.py/access?contribId=255&sessionId=15&resId=0&materialId=slides&confId=8022> ; Neutrino 2014.
137. *Zhang C.* Recent Results From Daya Bay. — 2014. — URL: <https://indico.fnal.gov/getFile.py/access?contribId=256&sessionId=15&resId=0&materialId=slides&confId=8022> ; Neutrino 2014.
138. *Cabrera A.* Double Chooz: Latest H-III Results. — 2015. — URL: http://juno.ihep.ac.cn/cgi-bin/Dev_DocDB/ShowDocument?docid=969 ; 6th JUNO collaboration meeting.
139. Measurements of neutrino oscillation in appearance and disappearance channels by the T2K experiment with 6.6×10^{20} protons on target / K. Abe [et al.] // Phys. Rev. — 2015. — Vol. D91, no. 7. — P. 072010. — arXiv: 1502.01550 [hep-ex].

140. Observation of Energy and Baseline Dependent Reactor Antineutrino Disappearance in the RENO Experiment / J. H. Choi [et al.]. — 2015. — arXiv: 1511.05849 [hep-ex].
141. Measurement of θ_{13} in Double Chooz using neutron captures on hydrogen with novel background rejection techniques / T. Abrahaao [et al.]. — 2015. — arXiv: 1510.08937 [hep-ex].
142. *Ishitsuka M.* Double Chooz. — 2016. — URL: <https://indico.in2p3.fr/event/12279/other-view?view=standard> ; Moriond 2016.
143. *Joo K. K.* New results from RENO & prospects with RENO-50. — 2016. — URL: http://neutrino2016.iopconfs.org/IOP/media/uploaded/EVIOP/event_948/09.45__2_.ppt ; Neutrino 2016.
144. *Iwamoto K.* Recent Results from T2K and Future Prospects. — 2016. — URL: https://indico.cern.ch/event/432527/contributions/2143636/attachments/1320632/1983979/iwamoto_ICHEP_08062016.pdf ; ICHEP 2016.
145. *Cabrera A.* Double Chooz: new multi-detector results. — 2016. — URL: <https://indico.cern.ch/event/548805/> ; EP Seminar@CERN.
146. Atmospheric muon-neutrino / electron-neutrino ratio in the multi-GeV energy range / Y. Fukuda [et al.] // Phys.Lett. — 1994. — Vol. B335. — Pp. 237–245.
147. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos / Y. Fukuda [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 1998. — Vol. 81. — Pp. 1562–1567. — arXiv: hep-ex/9807003 [hep-ex].
148. Matter effects in upward going muons and sterile neutrino oscillations / M. Ambrosio [et al.] // Phys.Lett. — 2001. — Vol. B517. — Pp. 59–66. — arXiv: hep-ex/0106049 [hep-ex].
149. Measurement of Neutrino Oscillation Parameters from Muon Neutrino Disappearance with an Off-axis Beam / K. Abe [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2013. — Vol. 111. — P. 211803. — arXiv: 1308.0465 [hep-ex].
150. Measurement of the neutrino mass splitting and flavor mixing by MINOS / P. Adamson [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2011. — Vol. 106. — P. 181801. — arXiv: 1103.0340 [hep-ex].
151. Measurement of Neutrino and Antineutrino Oscillations Using Beam and Atmospheric Data in MINOS / P. Adamson [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2013. — Vol. 110, no. 25. — P. 251801. — arXiv: 1304.6335 [hep-ex].

152. Combined analysis of ν_μ disappearance and $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ appearance in MINOS using accelerator and atmospheric neutrinos / P. Adamson [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2014. — Vol. 112. — P. 191801. — arXiv: 1403.0867 [hep-ex].
153. *Wendell R.* Atmospheric Results from Super-Kamiokande. — 2014. — URL: <https://indico.fnal.gov/getFile.py/access?contribId=260&sessionId=17&resId=0&materialId=slides&confId=8022> ; Neutrino 2014.
154. *Wendell R.* Atmospheric Results from Super-Kamiokande. — 2014. — arXiv: 1412.5234 [hep-ex].
155. *Yanez J. P.* Results from atmospheric neutrino oscillations with IceCube/DeepCore. — 2014. — URL: <https://indico.fnal.gov/getFile.py/access?contribId=261&sessionId=17&resId=0&materialId=slides&confId=8022> ; Neutrino 2014.
156. Precise Measurement of the Neutrino Mixing Parameter θ_{23} from Muon Neutrino Disappearance in an Off-Axis Beam / K. Abe [et al.] // Phys.Rev.Lett. — 2014. — Vol. 112, no. 18. — P. 181801. — arXiv: 1403.1532 [hep-ex].
157. *Sousa A.* First MINOS+ Data and New Results from MINOS. — 2014. — URL: <https://indico.fnal.gov/getFile.py/access?contribId=267&sessionId=18&resId=0&materialId=slides&confId=8022> ; Neutrino 2014.
158. *Sousa A.* First MINOS+ Data and New Results from MINOS. — 2015. — arXiv: 1502.07715 [hep-ex].
159. *Zhang C.* Recent Results From The Daya Bay Experiment. — 2015. — arXiv: 1501.04991 [hep-ex].
160. Determining neutrino oscillation parameters from atmospheric muon neutrino disappearance with three years of IceCube DeepCore data / M. G. Aartsen [et al.] // Phys. Rev. — 2015. — Vol. D91, no. 7. — P. 072004. — arXiv: 1410.7227 [hep-ex].
161. *Patterson R.* First oscillation results from NO ν A. — 2015. — URL: http://theory.fnal.gov/jetp/talks/20150806_nova_docdb.pdf ; Joint Experimental-Theoretical Physics Seminar, Fermilab.
162. First measurement of muon-neutrino disappearance in NO ν A / P. Adamson [et al.]. — 2016. — arXiv: 1601.05037 [hep-ex].

163. *Vahle P.* New results from NO ν A. — 2016. — URL: http://neutrino2016.iopconfs.org/IOP/media/uploaded/EVIOP/event_948/11.30_-_has_to_be_PDF.pdf ; Neutrino 2016.
164. *Koskinen D. J.* Atmospheric neutrino results from IceCube/DeepCore and plans for PINGU. — 2016. — URL: http://neutrino2016.iopconfs.org/IOP/media/uploaded/EVIOP/event_948/Koskinen_IceCube-DeepCore-PINGU_Neutrino_2016_v3.pdf ; Neutrino 2016.
165. *Moriyama S.* New atmospheric and solar results from Super-Kamiokande. — 2016. — URL: http://neutrino2016.iopconfs.org/IOP/media/uploaded/EVIOP/event_948/neutrino2016-moriyama-pub-2.pdf ; Neutrino 2016.
166. *Evans J.* New results from the MINOS+ experiment. — 2016. — URL: http://neutrino2016.iopconfs.org/IOP/media/uploaded/EVIOP/event_948/14.00___2_.pdf ; Neutrino 2016.
167. *Mikaelyan L.* Investigation of neutrino properties in experiments at nuclear reactors: Present status and prospects // *Phys.Atom.Nucl.* — 2002. — Vol. 65. — Pp. 1173–1187. — arXiv: [hep-ph/0210047](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0210047) [[hep-ph](https://arxiv.org/abs/hep-ph)].
168. *Parke S.* What is Δm_{ee}^2 ? // *Phys. Rev.* — 2016. — Vol. D93, no. 5. — P. 053008. — arXiv: [1601.07464](https://arxiv.org/abs/1601.07464) [[hep-ph](https://arxiv.org/abs/hep-ph)].
169. China General Nuclear Power Group. — URL: <http://en.cgnpc.com.cn> (visited on 09/17/2014).
170. CPR1000 Design, Safety, Performance and Operability. — URL: http://www.iaea.org/NuclearPower/Downloads/Technology/meetings/2011-Jul-4-8-ANRT-WS/1_CHINA_CPR1000_CGNPC_S.Lau.pdf (visited on 09/17/2014).
171. *Ya-yun D., Zhi-yong Z., Collaboration D. B.* Preparation of Gd Loaded Liquid Scintillator for Daya Bay Neutrino Experiment // *AIP Conference Proceedings.* — 2010. — Vol. 1235, no. 1. — Pp. 294–300. — URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/proceeding/aipcp/10.1063/1.3442611>.
172. Design and preliminary test results of Daya Bay RPC modules / J.-L. Xu [et al.] // *Chin.Phys.* — 2011. — Vol. C35. — Pp. 844–850.

173. *Yu Z.* Recent Results from the Daya Bay Experiment. — 2016. — URL: http://neutrino2016.iopconfs.org/IOP/media/uploaded/EVIOP/event_948/09.20__2_.pdf; Neutrino 2016.
174. *Agency I. A. E.* Nuclear Structure and Decay Data. — URL: <http://www-nds.iaea.org/>.
175. *Ochoa J. P.* Predicting the ^9Li background shape: Talk. — 02/2013. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=8772>.
176. Paper draft on the alpha-n background in a LS based neutrino experiment: Internal publication / X. Li [et al.]. — 12/2013. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=9442>.
177. *Gu W., Li G., Liu J.* AmC background note: Internal publication. — 05/2013. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=8979>.
178. *Littlejohn B.* IAV Shape Distortion Correction for a Shape Analysis: Talk. — 07/2012. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=8104>.
179. *Dietze G., Klein H.* Gamma-calibration of {NE} 213 scintillation counters // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. — 1982. — Vol. 193, no. 3. — Pp. 549–556. — ISSN 0167-5087. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0029554X8290249X>.
180. Uncertainties in the Anti-neutrino Production at Nuclear Reactors / Z. Djurcic [et al.] // J.Phys. — 2009. — Vol. G36. — P. 045002. — arXiv: 0808.0747 [hep-ex].
181. *Kopeikin V., Mikaelyan L., Sinev V.* Reactor as a source of antineutrinos: Thermal fission energy // Phys.Atom.Nucl. — 2004. — Vol. 67. — Pp. 1892–1899. — arXiv: hep-ph/0410100 [hep-ph].
182. Systematic impact of spent nuclear fuel on Theta(13) sensitivity at reactor neutrino experiment / F.-P. An [et al.] // Chin.Phys. — 2009. — Vol. C33. — Pp. 711–716.
183. *Ling J., Qian X.* Energy Resolution Study: Talk. — 05/2013. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=8982>.
184. Review of Particle Physics 2015 (RPP). — URL: <http://pdglive.lbl.gov>.
185. *Xu Bo Ma W. Z.* Reactor Flux Prediction for 8AD Oscillation Analysis: Talk / IHEP. — 05/2014. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=9838>.

186. *Nakajima Y.* Inputs for P15A oscillation analysis: Talk. — 05/2016. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=10956>.
187. *Lebanowski L.* nGd delayed-energy cut uncertainty: Talk. — 04/2016. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=10596>.
188. *Lebanowski L.* nGd AD-uncorrelated Uncertainties (P15A): Talk. — 05/2016. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=10838>.
189. *Jetter S.* Mini technote: Review of the revised P14A non-linearity model: Internal publication. — 06/2015. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=10330>.
190. *Tang W., Wei H.* P15A nGd Li9/He8 estimates: Internal publication. — 05/2016. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=10920>.
191. *Hu B.-Z., Ji X., Treskov K.* TechNote: Fast neutron background in nGd analysis with P15A dataset: Talk. — 05/2016. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=10948>.
192. *Gu W., Ji X., Zhang X.* AmC background cross-check for P15A: Talk. — 05/2016. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=10919>.
193. *Yu Z.* Alpha-n background in P14A analysis: Talk. — 03/2014. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=9667>.
194. *Ochoa J. P.* Predicting the 9Li/8He background spectra (part II): Talk. — 03/2013. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=8860>.
195. *Brun R., Rademakers F.* ROOT: An object oriented data analysis framework // Nucl.Instrum.Meth. — 1997. — Vol. A389. — Pp. 81–86.
196. SciPy: Open source scientific tools for Python / E. Jones, T. Oliphant, P. Peterson, [et al.]. — 2001. — URL: <http://www.scipy.org/> ; [Online; accessed 2014-09-05].
197. *Hunter J. D.* Matplotlib: A 2D Graphics Environment // Computing in Science & Engineering. — 2007. — Vol. 9, no. 3. — Pp. 90–95. — URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/cise/9/3/10.1109/MCSE.2007.55>.
198. *James F., Roos M.* Minuit: A System for Function Minimization and Analysis of the Parameter Errors and Correlations // Comput.Phys.Commun. — 1975. — Vol. 10. — Pp. 343–367.

199. *Синёв В. В.* Исследование осцилляций нейтрино в реакторных экспериментах: дис. ... д-ра физ.-мат. наук : 01.04.16 / Синёв Валерий Витальевич. — М., 2014. — 160 с.
200. *Долгарева М.* Исследование эффекта декогерентности в нейтринных осцилляциях: bsthesis / Долгарева М.А. — Дубна : МФТИ, 2014. — URL: http://astronu.jinr.ru/wiki/images/7/7c/Diploma_Dolgareva_2014.pdf.
201. *Долгарева М.* Исследование эффектов декогерентности волновых пакетов в нейтринных осцилляциях на основе данных экспериментов KamLAND и Daya Bay: thesis / Долгарева М.А. — Дубна : МФТИ, 2016. — URL: http://astronu.jinr.ru/wiki/images/b/b3/Diploma_Dolgareva_2016.pdf.
202. Cholesky Decomposition. — 03/29/2017. — URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Cholesky_decomposition.
203. *Seo S.-H.* New Results from RENO and The 5 MeV Excess. — 2014. — arXiv: 1410.7987 [hep-ex].
204. *Feldman G. J., Cousins R. D.* Unified approach to the classical statistical analysis of small signals // Phys.Rev. — 1998. — Apr. — Vol. D57. — Pp. 3873–3889. — eprint: physics/9711021.
205. BCW θ_{13} Oscillation Analysis Technote: Internal publication / D. Dwyer [et al.]. — 03/2012. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=7621>.
206. *Gonchar M., Naumov D., Wang W.* Unblinded θ_{13} : Talk. — 03/2012. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=7720>.
207. *Gonchar M., Naumov D., Wang W.* Oscillation Analysis with the Pull Method: dybOscar and P12B, P12A+P12B oscillation results: Internal publication. — 03/2012. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=7733>.
208. *Gonchar M., Naumov D., Wang W.* θ_{13} time analysis with dybOscar: Talk. — 03/2012. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=7740>.
209. BCW update on θ_{13} analysis: Talk / J. Ling [et al.]. — 05/2012. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=7995>.

210. *Gonchar M., Naumov D., Wang W.* BCW Oscillation: Raster Scan Updates: Talk. — 05/2012. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=7967>.
211. *Gonchar M., Naumov D., Wang W.* Fit of weekly fits vs a complete analysis: Talk. — 06/2012. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=8024>.
212. *Gonchar M., Naumov D., Wang W.* dybOscar P14A unblind: Talk. — 05/2014. — URL: <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=9875>.
213. *Blobel V.* An Unfolding method for high-energy physics experiments. — 2002. — arXiv: [hep-ex/0208022](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0208022) [hep-ex].
214. *Tange O.* GNU Parallel - The Command-Line Power Tool // The USENIX Magazine. — Frederiksberg, Denmark, 2011. — Feb. — Vol. 36, no. 1. — Pp. 42–47. — URL: <http://www.gnu.org/s/parallel>.